



RICARDO DINIS DA SILVA

Licenciado em Ciências de Engenharia Civil

**Modelo de Base Físico para a
Consideração da Influência da Cabeça
da Ancoragem na Capacidade de Carga
de Lajes Fungiformes Reforçadas por
Introdução de Novas Armaduras**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Civil - Ramo de Estruturas e Geotecnia

Orientador: Professor Doutor Duarte Miguel Viúla Faria

Co-orientador: Professor Doutor António Manuel Pinho Ramos

Juri:

Presidente: Prof. Doutor Rodrigo Moura Gonçalves

Arguente: Prof. Doutor Luís Armando Canhoto Neves

Vogais: Prof. Doutor Duarte Miguel Viúla Faria

Prof. Doutor António Manuel Pinho Ramos



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Setembro de 2012

Copyright Ricardo Dinis da Silva, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

AGRADECIMENTOS

A realização desta dissertação não teria sido possível sem a contribuição de diversas pessoas, das mais variadas formas.

Em primeiro lugar, quero agradecer ao meu orientador, Professor Doutor Duarte Miguel Viúla Faria pela oportunidade, disponibilidade, e acima de tudo, por todo o conhecimento partilhado. Agradecer também a colaboração e contribuição do meu co-orientador Professor Doutor António Manuel Pinho Ramos.

Ao Engenheiro Nuno Fernando da Silva Mamede por toda a ajuda prestada para o conhecimento do *software* ATENA 3D. Ao Prof. Dobromil Pryl por o apoio na elaboração dos modelos numéricos.

Aos professores do Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa, que de forma directa ou indirecta, auxiliaram e contribuíram para o meu percurso académico para obtenção do grau de mestre.

Aos meus amigos quero agradecer todo o apoio e incentivo demonstrado, nos bons e maus momentos, das mais diversas formas. Particularizando os colegas de curso, por todas as horas de trabalho árduo em prol dos nossos objectivos finais. Sem esse apoio, companhia e conhecimento partilhado, todo este percurso tinha sido muito mais difícil.

Por fim, um agradecimento especial aos meus pais, cuja importância ultrapassa algo que consiga exprimir, por todo o apoio demonstrado, conselhos, amizade, exemplo, incentivo e por terem proporcionado a realização deste mestrado. À minha irmã, por a sua amizade, apoio e força, da qual me orgulho muito. Aos meus avós, por todo o apoio, amizade, incentivo e contributo para a realização deste mestrado. À restante família dispor, também, um agradecimento por o apoio e amizade demonstrada. A toda a minha família dedico este meu percurso académico, particularizando, o meu avô Armindo Paiva.

RESUMO

No presente trabalho propõem-se um modelo de base físico cujo objectivo é o de estimar a capacidade de carga de lajes fungiformes reforçadas por introdução de novas armaduras tendo em conta o efeito do tamanho da cabeça das mesmas. Este modelo resulta da junção de dois modelos físicos existentes, um para a capacidade de carga das ligações laje-pilar e outro que tem em conta o comportamento de varões ancorados sujeitos a arrancamento.

Inicialmente recorreu-se ao *software* ATENA 3D, *Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis*, para o estudo do efeito do tamanho das cabeças da ancoragem quando sujeitas a ensaios de arrancamento. Constatou-se, que o *software* não simulava correctamente o comportamento observado experimentalmente.

Seguidamente efectuou-se um estudo analítico, recorrendo ao modelo físico proposto no trabalho, para a determinação da capacidade de carga de lajes fungiformes. Para obter-se a sua validação, compararam-se os resultados estimados com os valores referentes aos ensaios experimentais.

Após a verificação do modelo físico, compararam-se os resultados obtidos com os estimados por o Eurocódigo 2 e o CSCT, modelo físico baseado na formulação apresentada no *Model Code 2010* (2012). Esta fase focalizou-se, concretamente, na avaliação do efeito das contribuições do betão e das armaduras de reforço na capacidade de carga.

Por fim, procedeu-se ao estudo paramétrico de um modelo de laje, variando-se a dimensão da cabeça da ancoragem. Para esta análise, alternou-se o posicionamento das cabeças das ancoragens e as respectivas tensões de cedência. Variou-se, também, a percentagem e o valor da tensão de cedência das armaduras longitudinais de flexão.

Verificou-se que o efeito do tamanho da cabeça de ancoragem é importante na capacidade de carga da laje fungiforme. As forças nos varões da ancoragem, do perímetro interior, aproximaram-se mais das obtidas experimentalmente. O efeito do posicionamento da cabeça de ancoragem não diminui significativamente a capacidade de carga da laje fungiforme.

ABSTRACT

The present investigation consists of a physical model whose objective is to estimate the capacity of loads on flat slabs, reinforced by the introduction of new reinforcement taking into consideration the effect of the head anchorages. This model results from the union of two existing physical models, one for the capacity of loads on the slab/column connection, and the other which takes into consideration the reaction of the anchorage rods subjected to a pull-out action.

Initially the ATENA 3D *Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis*, software was used to study the effect of the size of the anchorage heads when subject to the pull-out. It was concluded that the software could not simulate correctly the results which had previously been experimentally obtained.

We followed this with an analytical study, using the physical model proposed in the study, to determine the resistance to the punching effect on flat slabs. To validate the results, these were compared with experimentally results previously obtained.

After verification of the physical model, the results obtained were compared with those estimated in the Eurocode 2 and CSCT, based on physical model proposed by Model Code 2010 (2012). This phase focused specifically on the effect of the contribution of the concrete and the reinforcement on the load capacity.

Finally a parametric study on a flat slab, varying the dimension of the head of the anchorage was carried out. For this analysis, the position of the head and the respective yield strength were alternated. Also was varied the percentage and the yield strength of steel reinforcement.

It was noted that the effect of the head of the anchorage is important to the loading capacity. The loads of steel bolts, of the internal perimeter, approach the values obtained experimentally. The embedment of the head anchorage does not reduce significantly the loading capacity.

PALAVRAS-CHAVE

Punçoamento

Análise Numérica

Estudo Paramétrico

Ancoragem

Análise Analítica

Cabeça da Ancoragem

Laje Fungiforme

KEY WORDS

Punching Shear

Numerical Analysis

Parametric Study

Anchorage

Analytics Analysis

Anchorage head

Flat Slab

ÍNDICE DE MATÉRIAS

AGRADECIMENTOS.....	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	v
PALAVRAS-CHAVE	vii
KEY WORDS	vii
ÍNDICE DE MATÉRIAS.....	ix
ÍNDICE DE FIGURAS.....	xi
ÍNDICE DE QUADROS.....	xv
SIMBOLOGIA E NOTAÇÕES	xvii
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. ASPECTOS GERAIS	1
1.2. OBJECTIVOS	2
1.3. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	2
2. ESTADO DE ARTE.....	3
2.1. INTRODUÇÃO.....	3
2.2. MODOS DE ROTURA	4
2.3. NORMAS.....	5
2.3.1. Eurocódigo 2 (NP EN 1992-1-1)	5
2.3.2. <i>Model Code</i> 2010.....	8
2.4. CRITICAL SHEAR CRACK THEORY (CSCT)	10
2.5. COMPORTAMENTO DAS ANCORAGENS SUJEITAS AO ARRANCAMENTO	18
3. SOFTWARE ATENA 3D.....	31
3.1. INTRODUÇÃO.....	31
3.2. BETÃO	31
3.2.1. Fendilhação do betão	33
3.3. VARÃO DE AÇO	35
3.4. MODELO EXPERIMENTAL	35
3.5. CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS.....	36

3.6.	DESCRIÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS.....	37
3.7.	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS.....	39
3.8.	CONCLUSÕES.....	42
4.	ESTUDO ANALÍTICO.....	43
4.1.	INTRODUÇÃO.....	43
4.2.	MODELO CSCT _E	43
4.3.	ENSAIOS EXPERIMENTAIS.....	49
4.3.1.	Ramos (1995).....	49
4.3.2.	Adetifa e Polak (2005).....	50
4.3.3.	Duarte (2008).....	53
4.3.4.	Inácio (2010).....	55
4.4.	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS.....	57
4.5.	ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	58
4.6.	ANÁLISE PARAMÉTRICA.....	61
4.6.1.	Modelos com rotura dentro da zona de reforço transversal.....	61
4.6.2.	Capacidade de carga dos modelos de laje e valores da Rotação/Esmagamento.....	68
4.6.3.	Comparação da capacidade de carga do modelo de laje – Armadura longitudinal de flexão.....	72
4.6.4.	Relação da capacidade de carga do modelo de laje – Comprimento do varão roscado da ancoragem.....	73
4.6.5.	Relação da capacidade de carga do modelo de laje – EC2 e CSCT.....	74
5.	CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS.....	75
5.1.	ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	75
5.2.	MODELOS COM ROTURA POR DENTRO.....	75
5.3.	CAPACIDADE DE CARGA DO MODELO DE LAJE E VALORES DA ROTAÇÃO/ESMAGAMENTO.....	76
5.4.	COMPARAÇÃO DA CAPACIDADE DE CARGA DOS MODELOS DE LAJE – ARMADURA LONGITUDINAL DE FLEXÃO.....	76
5.5.	RELAÇÃO DA CAPACIDADE DE CARGA DO MODELO DE LAJE – COMPRIMENTO DO VARÃO ROSCADO DA ANCORAGEM.....	77
5.6.	RELAÇÃO DA CAPACIDADE DE CARGA DO MODELO DE LAJE - EC2 E CSCT.....	77
5.7.	DESENVOLVIMENTOS FUTUROS.....	77
	BIBLIOGRAFIA.....	79

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 - Comparação do comportamento entre duas lajes fungiformes, com e sem varões verticais. Adaptado de Fernández e Muttoni [31].	3
Figura 2.2 – Rotura por esmagamento na zona do pilar, Fernández e Muttoni [31].	4
Figura 2.3 – Rotura dentro da zona de reforço transversal, Fernández e Muttoni [31].	4
Figura 2.4 - Rotura fora da zona de reforço transversal, Fernández e Muttoni [31].	5
Figura 2.5 - Rotura por da armadura de flexão, Fernández e Muttoni [31].	5
Figura 2.6 – Perímetro de controlo de pilares centrados, segundo a NP EN 1992-1-1 [26]	6
Figura 2.7 – Perímetro de controlo exterior para pilares interiores, Eurocódigo 2 [26].	8
Figura 2.8 – Perímetro de controlo para pilares centrados, segundo MC2010 [6]	8
Figura 2.9 – Desenvolvimento da fenda na zona crítica de corte, adaptado de Muttoni [48]	11
Figura 2.10 – Campo de tensões na laje fungiforme e o gráfico com medição da extensão e capacidade de carga da laje fungiforme, adaptado de Muttoni [48]	11
Figura 2.11 – Correlação da abertura da fenda com altura útil da laje e a rotação, ψ_d , adaptado de Muttoni [48].	12
Figura 2.12 - Comparação de resultados experimentais com a carga de rotura. Adaptado de Muttoni [48].	13
Figura 2.13 – Relação da carga-rotação da laje fungiforme para diferentes valores de percentagem da armadura longitudinal de flexão. Adaptado de Muttoni [48].	13
Figura 2.14 – Cálculo da carga e da deformação no momento na rotura, adaptado de Muttoni [48].	14
Figura 2.15 – Parâmetros do reforço transversal e da abertura de fenda na zona crítica, adaptado de Ruiz e Muttoni [49].	16
Figura 2.16 – Comprimento efectivo da laje fungiforme. Ruiz e Muttoni [49].	17
Figura 2.17 – Tipos de ancoragens, adaptado de Duarte [27]	18
Figura 2.18 – Comportamento do betão sob tensão de tração, adaptado de Eligehausen et al. [57]	19
Figura 2.19 – Influência da dimensão do agregado na trajectória da fenda, num gráfico de tensão-deformação do betão. Adaptado de Eligehausen et al. [57].	19
Figura 2.20 – Mecanismo de rotura para uma ancoragem expansiva, obtida numericamente (Seghezzi (1986)), adaptado de Eligehausen et al. [57].	20
Figura 2.21 – Modelo de elementos finitos utilizado, adaptado de Eligehausen et al. [57].	20
Figura 2.22 – Resistência à tração (f_t) em função da abertura de fenda (w), adaptado de MC2010 [6]	21

Figura 2.23 – Propagação das micro fendas sob acção da tensão imposta por a ancoragem, adaptado de Eligehausen et al. [57].	21
Figura 2.24 – Modelo numérico para uma ancoragem sujeita ao arrancamento, adaptado de [57].	22
Figura 2.25 – Capacidade de carga relativa de acordo com o comprimento da fenda (Eligehausen e Sawade (1989)), adaptado de Eligehausen [57].	23
Figura 2.26 – Comparação da carga-deslocamento entre a análise numérica e experimental (Ozbolt, Eligehausen (1990)). Adaptado de Eligehausen et al. [57].	23
Figura 2.27 – Deformação imposta para a carga última, no modelo de elementos finitos (Ozbolt, Eligehausen (1990)). Adaptado de Eligehausen et al. [57].	24
Figura 2.28 – Rotura por formação de cone de betão em função da resistência à tração do betão e da energia de fractura. Adaptado de Eligehausen et al [57].	24
Figura 2.29 – Carga de rotura por cone em função do comprimento efectivo, adaptado de Eligehausen et al [57].	26
Figura 2.30 – Modelo de elementos finitos para comprimento efectivo de 150 e 1350 mm. a) Para a carga última. b) Formação do cone de rotura. Adaptado de Eligehausen et al. [57].	26
Figura 2.31 – Rotura por cone em função do diâmetro da ancoragem.	27
Figura 2.32 – Pormenorização de uma cabeça de ancoragem.	28
Figura 2.33 – Relação carga-deslocamento para a cabeça da ancoragem de pequena e grande dimensão, adaptado de Eligehausen et al [57].	28
Figura 2.34 – Influência da variação do tamanho da ancoragem, adaptado de Eligehausen et al. [57].	29
Figura 2.35 – Relação da tensão média no betão na zona de contacto com a cabeça da ancoragem variando o comprimento efectivo, para betão não fendilhado. Adaptado de Eligehausen et al. [57].	29
Figura 3.1 – Resistência à tração (f_t) em função da abertura de fenda (w) [36] [7].	32
Figura 3.2 – Diagrama de tensão-deformação para betão à compressão, Cervenka et al. (2010) .	32
Figura 3.3 – Pormenorização de um elemento finito, adaptado de MC2010 [6] .	33
Figura 3.4 – Estado de tensão e deformação do <i>fixed crack model</i> , Cervenka et al (2010) [21].	34
Figura 3.5 – Estado de tensão e deformação do <i>rotated crack model</i> , Cervenka et al (2010) [21].	34
Figura 3.6 – Dimensões do bloco de betão armado com a localização das ancoragens. Furche (1994) [57] .	35
Figura 3.7 – Dimensões da ancoragem embebida no betão, adaptado de Furche (1994) [57] .	35
Figura 3.8 – Esquema do sistema de ensaio de arrancamento.	36
Figura 3.9 – Discretização da malha para o modelo RS4.	38
Figura 3.10 – Refinamento junto da ancoragem para o modelo RS4.	38
Figura 3.11 – Deslocamento imposto na ancoragem no modelo RS4.	39
Figura 3.12 – Relação da carga - deslocamento da ancoragem, para o modelo RS4.	40
Figura 3.13 – Relação da carga - deslocamento da ancoragem, para o modelo RS3.	40
Figura 3.14 – Relação da carga - deslocamento da ancoragem, para o modelo RS2.	41

Figura 3.15 – Relação da carga - deslocamento da ancoragem, para o modelo RS1.....	41
Figura 4.1 – Pormenorização de uma das extremidades da cabeça de ancoragem	44
Figura 4.2 – Pormenorização da intersecção da abertura de fenda com a ancoragem	45
Figura 4.3 – Altura efectiva para uma laje fungiforme.....	45
Figura 4.4 – Escora de compressão considerada nas anilhas da cabeça de ancoragem	46
Figura 4.5 – Geometria de um modelo de laje e esquema do ensaio, vista em planta. Muttoni [61]	47
Figura 4.6 – Cálculo da capacidade de carga de lajes fungiformes e a respectiva rotação no momento da rotura, pelo $CSC T_E$	48
Figura 4.7 – Esquema do ensaio e geometria dos dois modelos ensaiados por Ramos, PR1 e PR2. Ramos [55].....	49
Figura 4.8 – Disposição do reforço para os modelos PR1 e PR2, respectivamente. Ramos [55]..	50
Figura 4.9 – Representação dos modelos de laje ensaiados por Adetifa e Polak.....	51
Figura 4.10 – Geometria e distribuição da armadura longitudinal.....	52
Figura 4.11 – Esquema do Sistema de ensaio.....	52
Figura 4.12 – Geometria do modelo e esquema do sistema de ensaio.....	54
Figura 4.13 – Vista em planta da geometria de reforço dos modelos ensaiados por Duarte.	54
Figura 4.14 – Geometria da laje ensaiada e a disposição dos parafusos de reforço.....	56
Figura 4.15 – Relação das capacidades de carga com a evolução do tamanho da cabeça de ancoragem do modelo MI3	61
Figura 4.16 - Relação das capacidades de carga com a evolução do tamanho da cabeça de ancoragem do modelo MI4	62
Figura 4.17 - Relação das capacidades de carga com a evolução do tamanho da cabeça de ancoragem do modelo MI5	62
Figura 4.18 - Relação das capacidades de carga com a evolução do tamanho da cabeça de ancoragem do modelo ID3	63
Figura 4.19 - Percentagens da contribuição das ancoragens com a evolução da dimensão da cabeça de ancoragem do modelo MI3.....	64
Figura 4.20 - Percentagens da contribuição das ancoragens relativamente à capacidade de carga com a evolução da dimensão da cabeça de ancoragem do modelo MI3.....	64
Figura 4.21 - Percentagens da contribuição das ancoragens com a evolução da dimensão da cabeça de ancoragem do modelo MI4.....	65
Figura 4.22 - Percentagens da contribuição das ancoragens relativamente à capacidade de carga com a evolução da dimensão da cabeça de ancoragem do modelo MI4.....	65
Figura 4.23 - Percentagens da contribuição das ancoragens com a evolução da dimensão da cabeça de ancoragem do modelo MI5.....	66
Figura 4.24 - Percentagens da contribuição das ancoragens relativamente à capacidade de carga com a evolução da dimensão da cabeça de ancoragem do modelo MI5.....	66
Figura 4.25 - Percentagens da contribuição das ancoragens com a evolução da dimensão da cabeça de ancoragem do modelo ID3.	67
Figura 4.26 - Percentagens da contribuição das ancoragens relativamente à capacidade de carga com a evolução da dimensão da cabeça de ancoragem do modelo ID3.....	67

Figura 4.27 – Exemplo de leitura da análise paramétrica ao modelo de laje MI1	69
Figura 4.28 – Exemplo da leitura dos gráficos da análise paramétrica para o modelo MI1.....	70
Figura 4.29 – Exemplo do desnível da rotação/abertura da fenda no instante da rotura por flexão do modelo de laje.....	71
Figura 4.30 – Exemplo de um modelo de laje com modo de rotura por flexão.....	72
Figura 4.31 – Exemplo da mudança da rotação/abertura de fenda no instante da rotura fora da zona de reforço	72

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 3.1 – Propriedades do betão	37
Quadro 4.1 – Resumo das características mecânicas do material e a rotação do modelo de laje na rotura.....	50
Quadro 4.2 – Caracterização dos diferentes modelos de laje realizados por Adetifa e Polak.....	51
Quadro 4.3 – Propriedades mecânicas dos materiais utilizados nos modelos de laje ensaiadas por Adetifa e Polak	53
Quadro 4.4 – Resumo da capacidade de carga ao punçoamento e respectiva rotação e o correspondente modo de rotura	53
Quadro 4.5 – Síntese das características mecânicas dos materiais utilizados e a rotação verificada na rotura	55
Quadro 4.6 – Resumo dos ensaios realizados para as lajes reforçadas por Duarte.....	55
Quadro 4.7 – Caracterização dos diferentes modelos de reforço transversal	56
Quadro 4.8 – Resumo das características mecânicas dos materiais utilizados nos modelos de laje	57
Quadro 4.9 – Sumário das cargas e rotações verificadas na rotura.....	57
Quadro 4.10 – Comparação dos resultados obtidos experimentalmente e analiticamente	58
Quadro 4.11 – Resumo dos resultados obtidos analiticamente e experimentalmente.....	59
Quadro 4.12 – Contribuição da armadura de reforço transversal	59
Quadro 4.13 – Estado de solicitação das armaduras de reforço	60
Quadro 4.14 – Síntese das forças instaladas no varão de reforço	60

SIMBOLOGIA E NOTAÇÕES

Letras minúsculas latinas

b_0	Perímetro de controlo, medido a d_v da face do pilar
$b_{0,out}$	Perímetro de controlo, medido a $d_v/2$ do último alinhamento de reforço transversal
b_s	Largura de laje junto do pilar interior
d	Altura útil média da laje
d_x	Altura útil das armaduras longitudinais superiores, na direcção x , no ponto de intersecção entre a superfície de rotura e a armadura longitudinal superior
d_z	Altura útil das armaduras longitudinais superiores, na direcção z , no ponto de intersecção entre a superfície de rotura e a armadura longitudinal superior
d_v	Altura útil reduzida
d_g	Dimensão máxima do agregado
d_{g0}	Dimensão de referência do agregado
d_f	Dimensão do furo
f_{ck}	Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão em provetes cilíndricos (150x300 mm ²)
f_{cd}	Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão em provetes cilíndricos (150x300 mm ²)
f_{cm}	Valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em provetes cilíndricos (150x300 mm ²)
$f_{ck,200}$	Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão em provetes cúbicos com 200 mm de lado
$f_{cd,200}$	Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão em provetes cúbicos com 200 mm de lado
$f_{cm,200}$	Valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em provetes cúbicos com 200 mm de lado
f_t	Valor da resistência à tração do betão
f_{ctm}	Valor médio da tensão de rotura à tração do betão
f_{ym}	Valor médio da tensão de cedência à tração das armaduras longitudinais
f_{yd}	Valor de cálculo da tensão de cedência à tração das armaduras longitudinais
f_{ywd}	Valor de cálculo da tensão de cedência das armaduras de punçoamento
$f_{ywd,ef}$	Valor de cálculo da tensão efectiva de cedência das armaduras de punçoamento
f_c^{eq}	Tensão efectiva de resistência à compressão

$f_t'^{eq}$	Tensão efectiva de resistência à tração
w	Abertura de fenda
r_s	Distância do centro do pilar até ao raio onde o momento é nulo
a	Dimensão, de cada extremidade, da cabeça de ancoragem em contacto com betão, figura 2.32
c	Dimensão da face do pilar
h	Espessura da laje
h_{ef}	Comprimento efectivo da ancoragem
h_{ini}	Comprimento inicial da ancoragem
k_{sys}	Coeficiente que tem em conta o sistema de reforço implementado
l_s	Comprimento do varão da ancoragem
m_R	Momento de resistência à flexão por unidade de comprimento
m_{sd}	Momento flector médio por unidade de comprimento
m_{Rm}	Momento resistente médio da laje
u	Perímetro de controlo
u_0	Perímetro a usar na determinação do $V_{Rd,max}$
$u_{out,ef}$	Perímetro de controlo exterior efectivo
p	Pressão instalada na zona de contacto entre a cabeça de ancoragem e o betão
p_{adm}	Pressão admissível no betão na zona de contacto com cabeça de ancoragem

Letras maiúsculas latinas

$A_{contacto}$	Área de contacto entre a cabeça da ancoragem e o betão
A_s	Área transversal de armadura longitudinal
A_{sw}	Área transversal da armadura de reforço transversal
E_c	Módulo de elasticidade do betão
E_s	Módulo de elasticidade da armadura longitudinal
E_w	Módulo de elasticidade da armadura de reforço transversal
L_t	Comprimento de banda à tração
V	Carga aplicada à laje fungiforme
V_{exp}	Capacidade de carga da laje fungiforme obtida experimentalmente
V_{flex}	Capacidade de carga da laje fungiforme à rotura por flexão
$V_{R,out}$	Capacidade de carga da laje fungiforme à rotura fora da zona de reforço transversal
$V_{R,in}$	Capacidade de carga da laje fungiforme à rotura dentro da zona de reforço transversal
$V_{R,crush}$	Capacidade de carga da laje fungiforme à rotura por esmagamento
V_{min}	Capacidade de carga da laje fungiforme reforçada, obtida entre o menor dos valores de V_{Rm} , V_{fora} , $V_{esmag.}$
V_{Rm}	Capacidade de carga média da laje fungiforme

V_{Rs}	Capacidade de carga da armadura de reforço transversal
$V_{s,exp.}$	Capacidade de carga da armadura de reforço transversal obtida experimentalmente
V_c	Contribuição do betão para a capacidade resistente
V_s	Contribuição da armadura de reforço transversal para a capacidade resistente
S_r	Espaçamento radial entre os perímetros das armaduras específicas ao punçoamento
G_f	Energia de fractura
N_u	Capacidade de carga à formação do cone de betão
N_{sk}	Carga aplicada no betão por a cabeça da ancoragem;

Letras minúsculas gregas

ρ	Percentagem geométrica de armadura longitudinal
σ_{ctm}	Média da tensão normal do betão à tração
ψ	Rotação da laje em torno do pilar no momento da rotura
α	Angulo entre a fenda na zona crítica de compressão e o plano da laje fungiforme
β	Angulo entre o alinhamento da ancoragem de reforço com o plano da laje fungiforme
δ	Deslocamento da cabeça da ancoragem
$\sigma_{contacto}$	Tensão na zona de contacto entre o betão e a cabeça de ancoragem
σ_{cp}	Média das tensões de compressão na zona crítica, derivada do pré-esforço.
γ_c	Coeficiente de segurança do betão
σ_{sw}	Tensão de tração da armadura de reforço
σ_c^{ef}	Tensão efectiva do betão à compressão
ε^{eq}	Extensão uniaxial equivalente
ε_d	Extensão de rotura do betão à compressão
ε_c	Extensão de cedência do betão à compressão

Abreviaturas

EC2	Eurocodico 2
FIP	Fédération Internationale de la Précontrainte
MC1990	<i>Model Code</i> 1990 (1993)
MC2010	<i>Model Code</i> 2010 (2012)
CSCT	Critical Shear Crack Theory

1. INTRODUÇÃO

1.1. ASPECTOS GERAIS

As exigências a nível de segurança, arquitectónicas e económicas têm progressivamente apresentado uma maior relevância. Assim, actualmente, o recurso a lajes apoiadas directamente em pilares, designadas comumente por lajes fungiformes, é uma prática frequente. No entanto, estas lajes têm a desvantagem estrutural de apresentar grandes concentrações de tensões na zona de ligação pilar/laje. Para minimizar os problemas que possam surgir nessa zona, existem vários sistemas de reforço.

A solução à técnica de reforço ao punçoamento com introdução de novas armaduras transversais é bastante eficaz, de rápida execução, económico e de fácil intervenção. Geralmente este reforço é ancorado nas faces da laje por intermédio de chapas de aço de grandes dimensões, ajustado por porcas. Como mencionado anteriormente, devido às crescentes exigências estéticas e arquitectónicas, existe a necessidade de diminuir as dimensões e posicionamento das referidas chapas de aço.

Nos últimos anos alguns estudos têm sido realizados relativamente ao reforço de lajes fungiformes por introdução de varões verticais. O primeiro estudo foi executado por Ghali (1974) [33], aplicando diferentes níveis de pré-esforços nas ancoragens de reforço. Menetrey e Bullimer (1996) [47], evidenciou a performance do reforço recorrendo à aplicação de pré-esforço nos varões com adição de agentes de aderência baseado num agente epoxídico. Adetifa e Polak (2005) [1], mostraram a influência que o reforço por introdução de varões verticais pode ter na capacidade de carga de lajes fungiformes. Duarte (2008) [22], analisou a capacidade de carga ao punçoamento de modelos de laje fungiformes, reforçados por varões pós-instados com diferentes níveis de pré-esforço. Recentemente, Inácio (2010) [38] investigou experimentalmente a influência de diferentes dimensões e posicionamentos da cabeça de ancoragem na capacidade de carga de lajes fungiformes.

O estudo paramétrico, neste trabalho, permite uma melhor compreensão da influência de vários parâmetros mecânicos e geométricos relativamente à capacidade de carga de lajes fungiformes e de ancoragens. Para esta análise, quanto maior o número de modelos disponíveis, melhor serão os resultados. Deste modo, recorreu-se inicialmente a uma análise numérica, complementando-a, com estudos analíticos.

1.2. OBJECTIVOS

O presente trabalho tem como objectivo apresentar um modelo físico que seja capaz de melhorar a estimativa do estado de solicitação das armaduras de reforço transversal de lajes fungiformes e da força instalada por cada ancoragem, tendo em conta a influência do tamanho da cabeça da ancoragem. Deste modo, é relevante conhecer melhor a capacidade resistente do betão na zona em contacto com as cabeças da ancoragem.

De acordo com o modelo proposto, efectuou-se uma análise paramétrica de forma a compreender melhor a importância do efeito da dimensão da cabeça de ancoragem, na capacidade de carga de lajes fungiformes e de ancoragens. Complementou-se o estudo realizando a variação de determinadas características mecânicas e geométricas de um modelo de laje.

Os resultados obtidos foram também comparados com a norma do Eurocódigo 2 e o modelo físico, o CSCT, baseado na formulação apresentada no documento do *Model Code 2010* (2012).

1.3. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação de mestrado está repartida em cinco capítulos, incluindo este capítulo de introdução.

No segundo capítulo apresenta-se o estado actual do problema. Inicialmente, referente ao fenómeno do punçoamento em lajes fungiformes, dispendo-se sinteticamente as vantagens relativamente ao reforço através da introdução de novas armaduras e os diferentes modos de rotura associados. Expõem-se uma breve descrição da norma em vigor em Portugal, o Eurocódigo 2 (2010), e da última versão do documento do *Model Code 2010* (2012), em que a sua formulação resulta do modelo físico, *Critical Shear Crack Theory*, posteriormente referido. Por fim, relativamente ao comportamento de ancoragens sujeitas a forças de arrancamento, apresenta-se os diversos estudos elaborados nos últimos anos, referentes à evolução do modelo de cálculo utilizado no trabalho.

No capítulo três, faz-se uma breve apresentação do comportamento dos materiais utilizados pelo programa de elementos finitos utilizado no trabalho e dos ensaios experimentais efectuados por Furche [40], e, sinteticamente, descreve-se o procedimento de modelação dos modelos numéricos. Por fim, apresenta-se a comparação dos resultados obtidos entre as análises numéricas e os ensaios experimentais, retirando as respectivas conclusões.

No capítulo quatro descreve-se o procedimento de cálculo do modelo físico desenvolvido no trabalho, CSCT_E, definido a partir do modelo CSCT considerando o esmagamento do betão na zona das cabeças da ancoragem (_E). Segue-se uma breve apresentação de ensaios experimentais realizados por diversos autores, comparando-se os seus resultados. Conclui-se, com a realização de uma análise paramétrica, utilizando o modelo físico CSCT_E, analisando-se os resultados obtidos e comparando-os com a norma do Eurocódigo 2 [26] e com o modelo de cálculo CSCT.

Por fim, no capítulo cinco expõem-se as principais conclusões retiradas do trabalho de investigação efectuado. Sugerem-se algumas sugestões para futuras investigações.

2. ESTADO DE ARTE

2.1. INTRODUÇÃO

O reforço de lajes fungiformes com varões verticais, possibilita um aumento significativo da sua resistência e ductilidade [31]. A rotura destas lajes, sem armadura de reforço transversal, caracteriza-se por apresentar uma rotura repentina e sem ductilidade, isto é, rotura do tipo frágil. Muttoni et al. [51], de acordo com as características e geometria dos modelos de laje ensaiados, verificaram que uma laje fungiforme reforçada com varões verticais, pode atingir quase o dobro da sua resistência e um aumento considerável da sua deformação, como se pode observar na Figura 2.1.

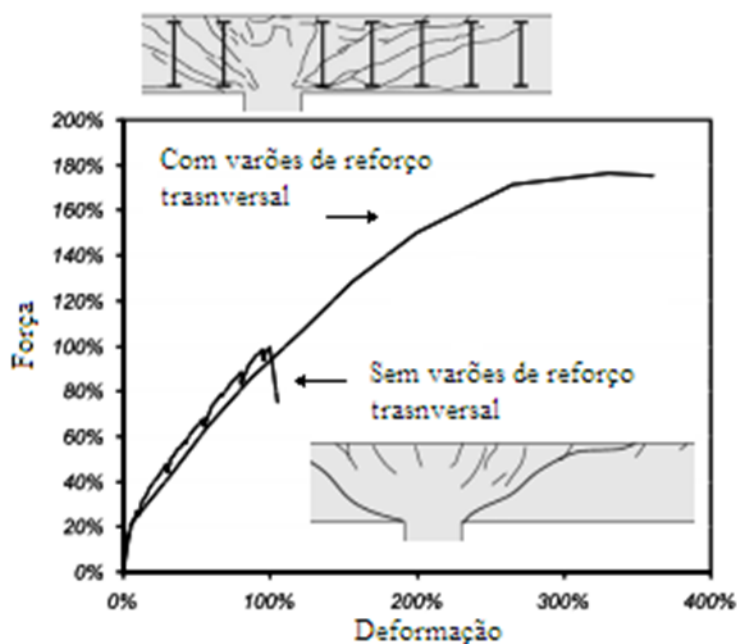


Figura 2.1 - Comparação do comportamento entre duas lajes fungiformes, com e sem varões verticais. Adaptado de Fernández e Muttoni [31].

O reforço transversal de lajes fungiformes permite uma menor fragilidade da ligação pilar-laje e não está tão vulnerável a cargas acidentais, tais como, terremotos, explosões, fogo ou impacto. Na eventualidade de ocorrer o colapso por punção, diferentes modos de rotura estão associados.

2.2. MODOS DE ROTURA

As lajes fungiformes, reforçadas com varões verticais, podem apresentar diferentes modos de rotura [31]. Os diferentes modos de rotura são os seguintes:

Rotura por esmagamento

Este modo de rotura ocorre quando existe uma grande quantidade de reforço transversal (elevada resistência dos varões e um grande estrato de reforço) e de armadura à flexão. Este elevado reforço provoca o esmagamento do betão na zona próxima do pilar, como se pode ver na Figura 2.3.

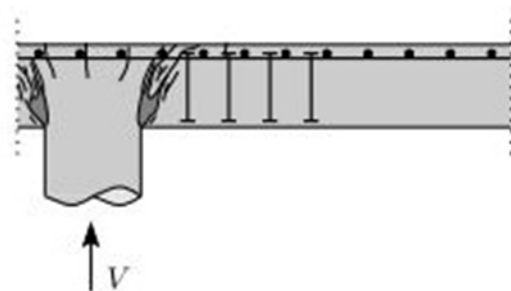


Figura 2.2 – Rotura por esmagamento na zona do pilar, Fernández e Muttoni [31].

Rotura dentro da zona de reforço

Quando a laje fungiforme é constituída por um pequeno ou moderado reforço transversal. A rotura caracteriza-se por a formação da fenda de punçoamento dentro da zona de reforço, como se observa na Figura 2.3. Deste modo, a capacidade de carga da laje ao punçoamento é definida pela contribuição do betão e dos varões pós-instalados. Geralmente este é o modo de rotura utilizado para determinar a quantidade de reforço transversal a colocar.

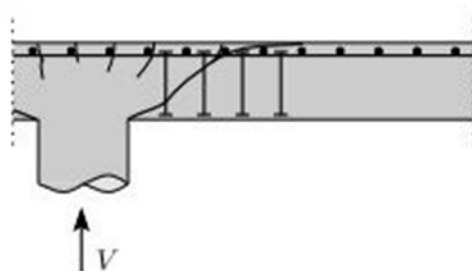


Figura 2.3 – Rotura dentro da zona de reforço transversal, Fernández e Muttoni [31].

Rotura fora da zona de reforço

Neste caso, a laje fungiforme é composta por uma pequena zona de reforço (numero reduzido de perímetros de varões pós-instalados). Como se verifica na Figura 2.4, a rotura sucede-se com a formação da fenda principal fora da zona de reforço transversal. Este modo de rotura é geralmente utilizado para conhecer quantos perímetros de reforço transversal conceber.

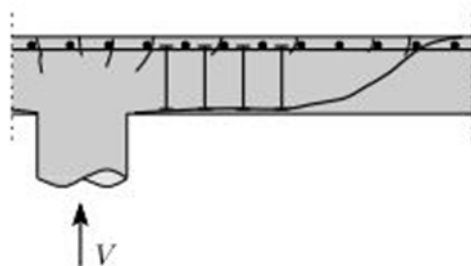


Figura 2.4 - Rotura fora da zona de reforço transversal, Fernández e Muttoni [31].

Rotura por flexão

A rotura está, normalmente, associada a lajes fungiformes com pequenas percentagens de armadura de flexão, comparativamente com a quantidade de reforço transversal aplicada. Deste modo, é a armadura longitudinal de flexão que controla a resistência à rotura da laje fungiforme (Figura 2.5).

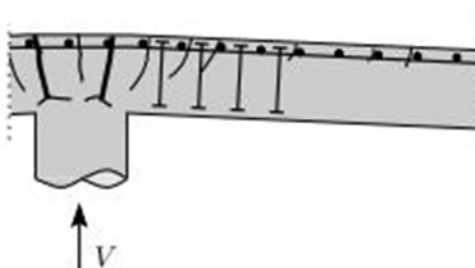


Figura 2.5 - Rotura por da armadura de flexão, Fernández e Muttoni [31].

2.3. NORMAS

Nesta secção apresentam-se os documentos utilizados para o cálculo do valor da capacidade de carga ao punçoamento, nomeadamente o Eurocódigo 2 (2010) [26] e o *Model Code 2010* (2012) [6].

2.3.1. Eurocódigo 2 (NP EN 1992-1-1)

O valor da capacidade de carga da laje fungiforme ao punçoamento é influenciada pelo perímetro de controlo, u_l . Segundo o Eurocódigo 2 (2010), deve ser definido uma distância de duas vezes a altura útil ($2d$) da face do pilar ou da área carregada. Na Figura 2.6 está representado o perímetro de controlo para pilares centrados.

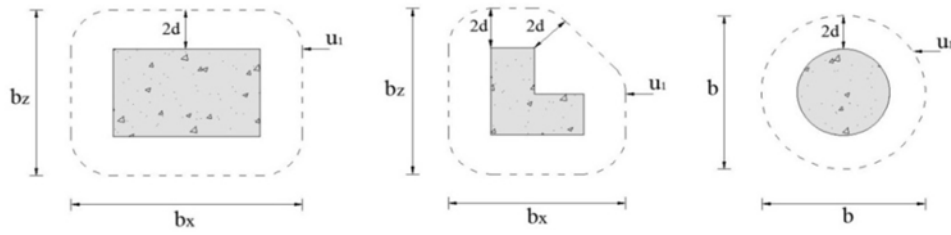


Figura 2.6 – Perímetro de controlo de pilares centrados, segundo a NP EN 1992-1-1 [26]

A metodologia de cálculo, adoptada pela norma para determinar o valor da capacidade de carga de lajes fungiformes, resulta de expressões empíricas.

A expressão para o cálculo do valor da capacidade de carga ao punçoamento sem armadura específica ($V_{Rd,c}$), segundo a Eurocódigo 2 é a seguinte (equação 2.1. e equação 2.2.):

$$V_{Rd,c} = \left(\frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + 0.1 \cdot \sigma_{cp} \right) \cdot u \cdot d \quad (2.1)$$

$$V_{Rd,c} \geq (0.035 \cdot k^{3/2} \cdot (f_{ck})^{1/2} + 0.1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot u \cdot d \quad (2.2)$$

em que:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \quad (2.3)$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_z} \leq 0.02 \quad (2.4)$$

- ρ é a percentagem geométrica de armadura longitudinal, e ρ_x , ρ_z representam as taxas geométricas de armadura à tracção aderentes nas direcções x e z respectivamente. Estes valores devem ser calculados como valores médios, numa largura de laje equivalente à largura do pilar acrescida de 3d para cada lado.
- σ_{cp} é a média das tensões de compressão na zona crítica, derivadas dos pré-esforço, dado por:

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_{cx} + \sigma_{cz}}{2} \quad (2.5)$$

- d é a média entre as alturas úteis das armaduras longitudinais superiores, na direcção x e z, d_x e d_z respectivamente [mm]:

$$d = \frac{d_x + d_z}{2} \quad (2.6)$$

- f_{ck} é o valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias em provetes cilíndricos (150x300 mm²) [MPa];
- u representa o perímetro de controlo [mm], indicado na Figura 2.6;
- γ_c é o coeficiente parcial relativo ao betão;

Caso existam armaduras específicas de punçoamento, o cálculo da capacidade de carga da laje fungiforme determina-se a partir da seguinte expressão:

$$V_{Rd,cs} = 0.75 \cdot V_{Rd,c} + 1.5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd,ef} \cdot \frac{\sin \alpha}{u \cdot d} \quad (2.7)$$

em que:

- $V_{Rd,c}$ é o valor de cálculo da capacidade de carga ao punçoamento sem armadura específica;
- s_r é o espaçamento radial entre os perímetros das armaduras específicas ao punçoamento [mm];
- A_{sw} é a área transversal de um perímetro de armadura específica ao punçoamento [mm²];
- $f_{ywd,ef}$ é o valor de cálculo da tensão efectiva de cedência à tração das armaduras de punçoamento, dada por:

$$f_{ywd,ef} = 250 + 0.25 \cdot d \leq f_{ywd} \quad [\text{MPa}] \quad (2.8)$$

sendo que:

- f_{ywd} é a tensão de cedência à tração das armaduras específicas de punçoamento.

O valor máximo para a capacidade de carga ao punçoamento é obtida de acordo com seguinte equação:

$$V_{Rd,max} = \left(0.5 \cdot 0.6 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \cdot f_{cd} \right] \right) \cdot u_0 \cdot d \quad (2.9)$$

em que:

- u_0 para um pilar interior, é o perímetro de controlo do pilar;
- f_{cd} é o valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão em provetes cilíndricos.

A capacidade de carga da laje fungiforme à formação do cone de punçoamento fora da zona reforçada transversalmente, é estimada de acordo com a equação 2.10.

$$V_{Rd,cs} = \frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot u_{out,ef} \cdot d \quad (2.10)$$

em que:

- $u_{out,ef}$ é o perímetro de controlo exterior, medido a $1.5d$ do ultimo alinhamento de armaduras verticais, definido de acordo com o ilustrado na Figura 2.7 a). O alinhamento recto do perímetro pode apresentar no máximo uma distância de $2d$, Figura 2.7 b).

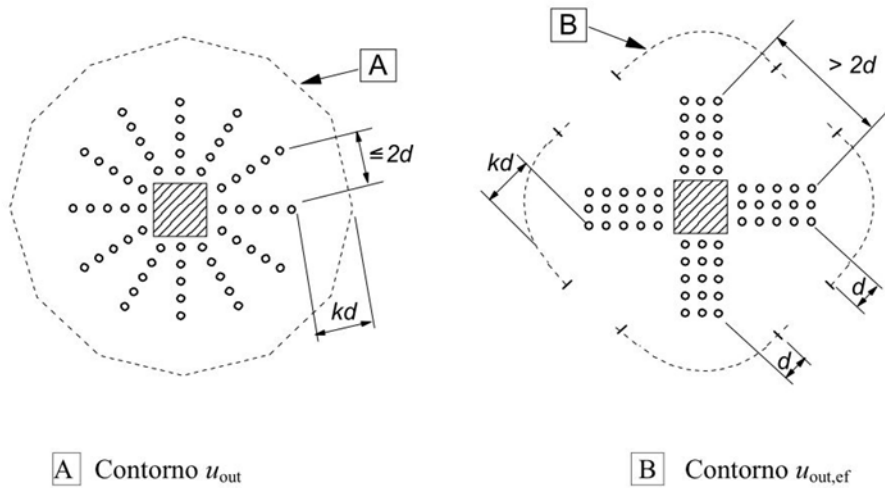


Figura 2.7 – Perímetro de controlo exterior para pilares interiores, Eurocódigo 2 [26]

2.3.2. Model Code 2010

A formulação publicada na última versão do *Model Code 2010* (2012) da fib [6], consiste num critério de rotura que depende da rotação da laje, denominada de CSCT – Critical Shear Crack Theory. Assim sendo, é preponderante o correcto conhecimento da relação carga-rotação da mesma. Deste modo, este, é um modelo mais físico, tornando-se mais intuitivo. Segundo Muttoni [49] com esta formulação obtêm-se resultados mais próximos dos verificados experimentalmente, comparativamente com o Eurocódigo 2 [26], acompanhado de um baixo coeficiente de variação (cov).

Na avaliação da capacidade de carga de lajes fungiformes, o perímetro de controlo deve ser localizado a uma distância de $d_v/2$ do pilar ou área carregada, e deve ser traçada de forma a minimizar o seu comprimento, Figura 2.8

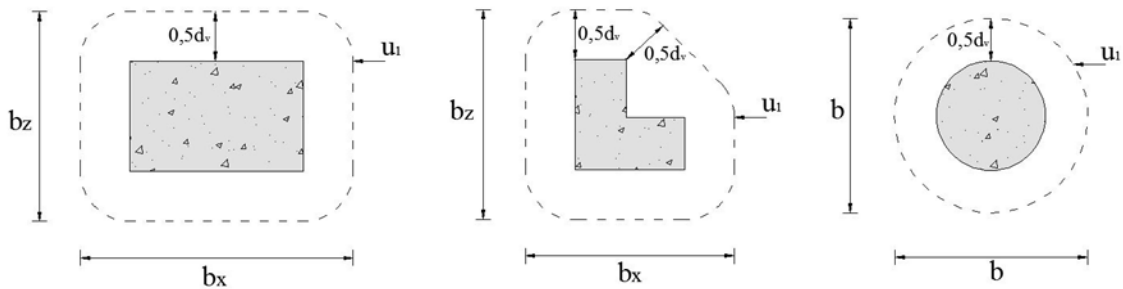


Figura 2.8 – Perímetro de controlo para pilares centrados, segundo MC2010 [6]

Para pilares centrados e lajes sem armadura específica de punção, o valor da capacidade de carga ao punção é dado pela expressão 2.11:

$$V_{Rd,c} = k_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck} \cdot u \cdot d}}{\gamma_c} \quad (2.11)$$

$$k_{\psi} = \frac{1}{1.5 + 0.6 \cdot \psi \cdot k_{dg}} \leq 0.6 \quad (2.12)$$

$$k_{dg} = \frac{48}{16 + d_g} \quad (2.13)$$

em que:

- ψ é a rotação da laje no momento da rotura, figura 2.11;
- d_g é máxima dimensão do agregado do betão [mm];
- d é a altura útil média da laje;
- u representa o perímetro de controlo, indicado na Figura 2.6;
- f_{ck} é o valor característico da tensão de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos [MPa];
- γ_c é o coeficiente de segurança do betão.

Para o cálculo da rotação da laje, ψ , o MC2010 [6] apresenta vários tipos de aproximação. Os resultados obtidos para níveis de aproximação superiores apresentam maior precisão, comparativamente com ensaios experimentais. Os diferentes níveis de aproximação são os seguintes:

Nível de aproximação I

O nível I é usado para lajes regulares, calculadas usando uma análise elástica linear e sem redistribuição significativa de forças. Este nível deve ser usado para efeitos de pré-dimensionamento. O cálculo da rotação é então obtido a partir da seguinte expressão:

$$\psi = 1.5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \quad (2.14)$$

sendo que:

- r_s representa a distância desde o pilar ao ponto em que o momento flector é nulo. Pode ter também um valor de aproximadamente 22% do vão, desde que a relação entre os vãos esteja entre os valores de 0.5 e 2.0.
- f_y é a tensão de cedência da armadura longitudinal
- E_s é o módulo de elasticidade da armadura longitudinal

Nível de aproximação II

No nível II são consideradas redistribuições de momentos significativos para o cálculo da armadura à flexão. A rotação da laje é calculada pela expressão:

$$\psi = 1.5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1.5} \quad (2.15)$$

em que:

- m_{sd} é o momento flector médio por unidade de comprimento, utilizado para o cálculo da armadura de flexão numa banda correspondente ao apoio de largura b_s . Para um pilar interior o valor de m_{sd} pode ser obtido através da expressão:

$$m_{sd} = \frac{V_{Ed}}{8} \quad (2.16)$$

- m_{Rd} é o valor do momento resistente por unidade de comprimento, para uma banda de largura b_s . O valor de largura b_s para um pilar interior é determinado a partir da seguinte expressão:

$$b_s = 1.5 \cdot \sqrt{r_{s,x} \cdot r_{s,y}} \leq L_{min} \quad (2.17)$$

onde:

- $r_{s,x}$ e $r_{s,y}$ correspondem à distância desde o pilar ao ponto em que o momento flector é zero, para cada um dos vãos. Podem ser considerados aproximadamente 22% do vão respectivo.
- L_{min} representa o menor vão
- r_s pode ser determinado de igual forma que no nível de aproximação I.

O valor da rotação, ψ , deve ser calculado para as duas direcções principais, devendo optar-se por o maior valor para o cálculo da capacidade de carga da laje fungiforme ao punçoamento.

Nível de aproximação III

Este nível é recomendado para o cálculo de lajes irregulares ou para lajes em que a relação entre os vãos não esteja entre os valores 0.5 e 2.0. A rotação da laje é determinada a partir da equação 2.18.

$$\psi = 1.2 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1.5} \quad (2.18)$$

A expressão 2.18 só é válida se r_s for calculado utilizando um modelo elástico linear. O valor do m_{sd} também deve ser determinado usando um modelo elástico linear, obtido como um valor médio dos momentos de banda com largura b_s . O valor de b_s é determinado de igual forma ao calculado no Nível II (Equação 2.17)

Nível de aproximação IV

Nível, geralmente utilizado para o caso de estruturas complexas. A rotação da laje, ψ , é calculada com base em programas de análise não linear.

2.4. CRITICAL SHEAR CRACK THEORY (CSCT)

O CSCT foi inicialmente desenvolvido para lajes sem reforço transversal, mais tarde, para lajes com reforço transversal. Este modelo consiste em estimar a abertura da fenda na zona crítica de compressão, tendo em conta a rugosidade da fenda e a resistência do betão à compressão. Deste modo, é necessário um correcto conhecimento da relação carga-rotação da laje fungiforme. [48] [50]

Segundo Muttoni e Schwartz [59], a capacidade de carga da laje fungiforme diminui com a presença de uma fenda na zona crítica de compressão. Esta zona é definida por uma escora inclinada, que transmite as forças de compressão para o pilar, como se verifica na Figura 2.9.

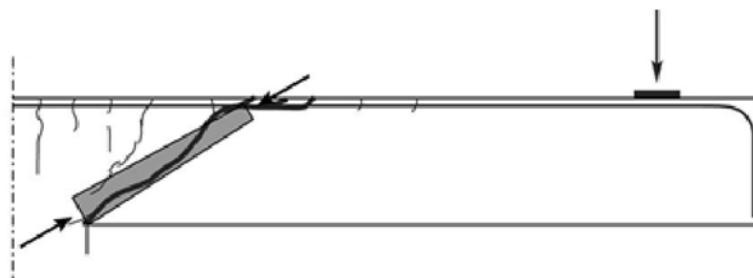


Figura 2.9 – Desenvolvimento da fenda na zona crítica de corte, adaptado de Muttoni [48]

Foi verificado experimentalmente que as tensões de compressão na escora, junto do pilar, após atingir um determinado valor de capacidade de carga, começam a diminuir [48]. A partir do ponto de aplicação da carga, desenvolve-se um campo de tensões até ao pilar, composto por escoras e tirantes. A diminuição de tensões pode ser explicada de acordo com o equilíbrio dos tirantes com a escora horizontal. Quando a resistência à tração no betão é atingida, as tensões nos tirantes diminuem significativamente, assim, devido ao equilíbrio com a escora horizontal, as suas tensões de compressão também diminuem, com maior relevância nas proximidades do pilar. Este fenómeno foi investigado com recurso a uns extensómetros colocados na zona da escora horizontal, verificando-se a variação da extensão com o aumento da capacidade de carga da laje até à rotura, Figura 2.10.

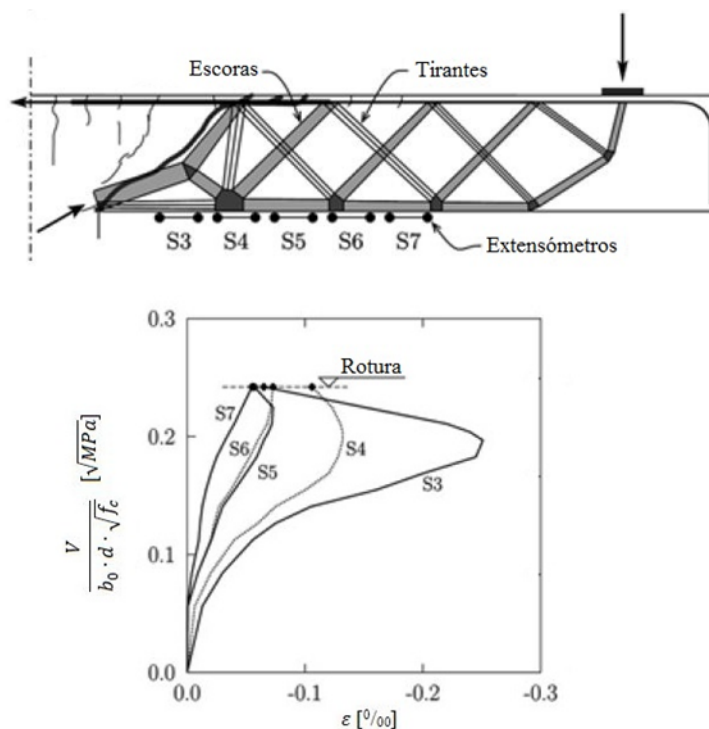


Figura 2.10 – Campo de tensões na laje fungiforme e o gráfico com medição da extensão e capacidade de carga da laje fungiforme, adaptado de Muttoni [48]

Laje fungiforme sem reforço transversal

A laje fungiforme sem reforço transversal está fortemente influenciado pela abertura da fenda na zona crítica de compressão e pela sua rugosidade. Segundo Muttoni e Schwartz [59], a abertura de fenda na zona crítica pode ser assumida como proporcional ao produto da rotação com a altura útil da laje, $\psi \cdot d$, Figura 2.11.

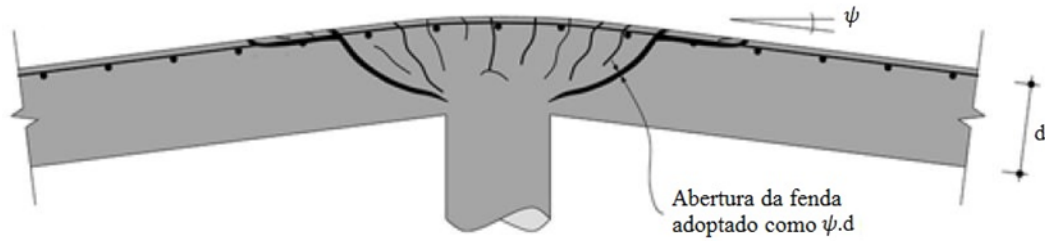


Figura 2.11 – Correlação da abertura da fenda com altura útil da laje e a rotação, $\psi \cdot d$, adaptado de Muttoni [48].

Segundo Walraven [65], Vecchio e Collins[63] a rugosidade da fenda na zona crítica de compressão e a sua capacidade de transferência de tensões, pode ser obtida pela divisão de $\psi \cdot d$ com $(d_{g0} + d_g)$, onde d_{g0} é dimensão de agregado de referência, igual a 16mm, e d_g é dimensão máxima do agregado.

Na sequência da investigação desenvolvida, Muttoni [48] propôs uma equação para o cálculo da capacidade de carga de lajes fungiformes sem reforço transversal, equação 2.19.

$$\frac{V_R}{b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_{cm}}} = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad (2.19)$$

em que:

- Ψ é a rotação da laje no momento da rotura, figura 2.11;
- d_g é a dimensão máxima do agregado do betão;
- d_{g0} é a dimensão de referência do agregado do betão;
- d é a altura útil média da laje;
- b_0 representa o perímetro de controlo, medido a d_v da face do pilar;
- f_{cm} é o valor médio da tensão de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos (Mpa).

A Figura 2.12 compara 99 resultados experimentais [48], com a capacidade de carga da laje fungiforme sem reforço transversal, equação 2.19.

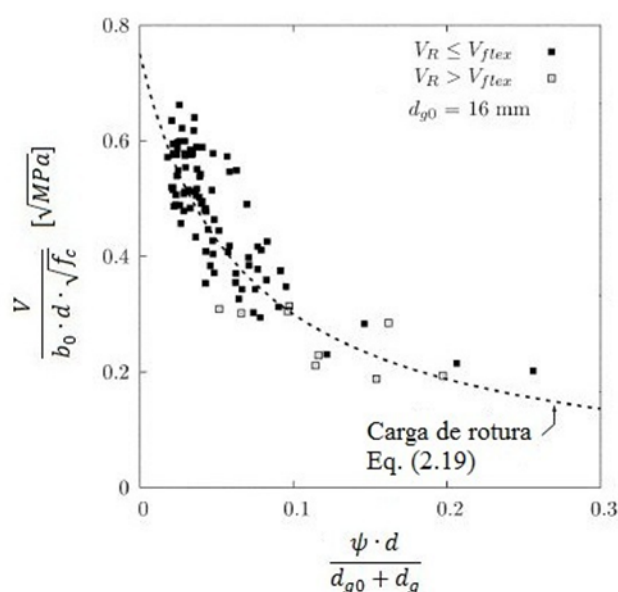


Figura 2.12 - Comparação de resultados experimentais com a carga de rotura. Adaptado de Muttoni [48].

Kinnunen e Nylander [41] testaram uma serie de lajes fungiformes variando a sua armadura de flexão. Recorrendo à observação da relação carga-rotação, verificaram que as lajes com menores percentagens de armadura à flexão apresentam maior deformação e um comportamento mais dúctil, devido à capacidade de carga da laje ser limitada por a armadura de flexão. Com aumentar da percentagem de armadura de flexão, aumenta a capacidade de carga da laje fungiforme e diminui significativamente a sua deformação. Este facto deve-se à resistência da armadura de flexão ser superior à capacidade de carga do betão. Deste modo, quanto maior for a percentagem de armadura de flexão menor será a deformação da laje fungiforme, devido ao betão apresentar uma rotura frágil Na Figura 2.13 é perceptível a variação da relação carga-rotação para lajes com diferentes percentagens de armadura longitudinal de flexão.

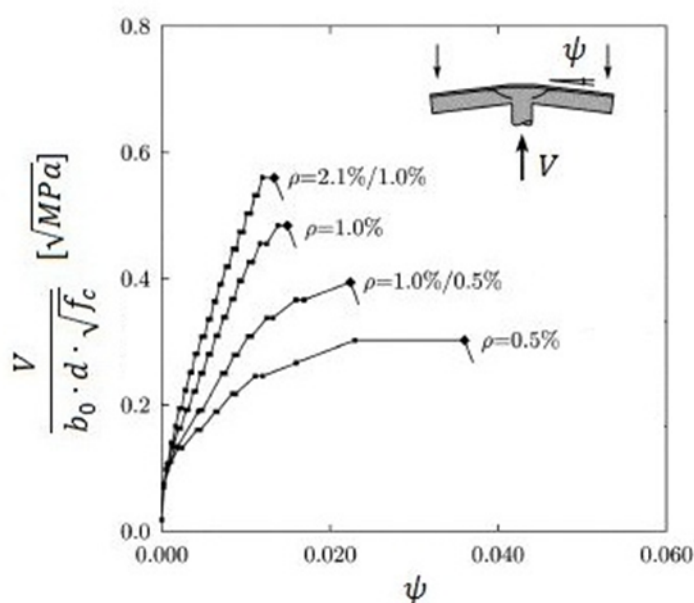


Figura 2.13 – Relação da carga-rotação da laje fungiforme para diferentes valores de percentagem da armadura longitudinal de flexão. Adaptado de Muttoni [48].

Na generalidade dos casos, a relação carga-rotação pode ser obtida a partir de um programa de elementos finitos não linear [48]. Em casos axissimétricos recorre-se a uma integração numérica da relação momento-curvatura da laje [34], podendo também, para lajes fungiformes isoladas ser calculada analiticamente após algumas simplificações. Para casos correntes, a relação entre a carga-rotação pode ser simplificada recorrendo à seguinte equação:

$$\psi = 1.5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot \left(\frac{V}{V_{flex}} \right)^{3/2} \quad (2.20)$$

em que:

- r_s representa a distância desde o pilar ao ponto em que o momento flector é nulo. Pode ter também um valor de aproximadamente 22% do vão, desde que a relação entre os vãos esteja entre os valores de 0.5 e 2.0.
- d é altura útil média da laje;
- f_y é a tensão de cedência à tração da armadura longitudinal;
- E_s é o módulo de elasticidade da armadura longitudinal;
- V é a carga aplicada à laje fungiforme;
- V_{flex} é a capacidade de carga da laje fungiforme à rotura por flexão.

Comparando os gráficos da Figura 2.12 e da Figura 2.13, verifica-se que a rotura é obtida quando os seus valores se intersectam, resultando a resistência máxima da laje fungiforme e a respectiva rotação, Figura 2.14.

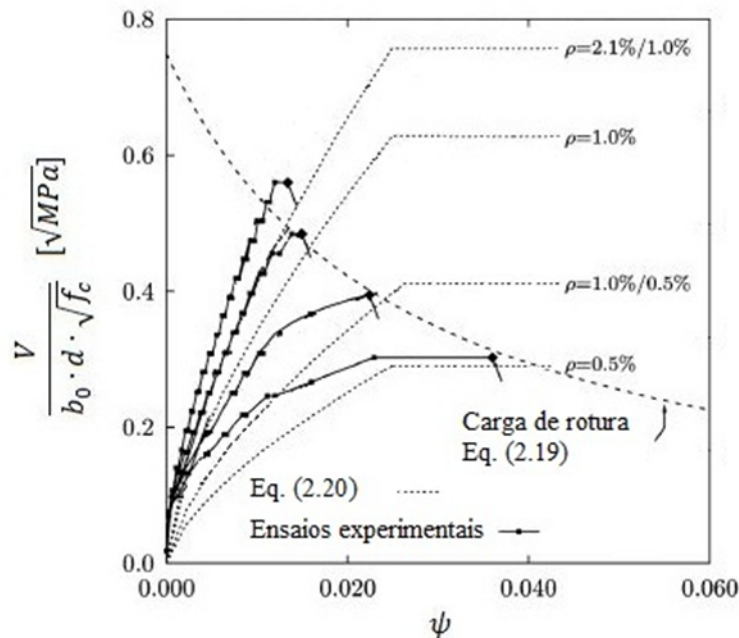


Figura 2.14 – Cálculo da carga e da deformação no momento na rotura, adaptado de Muttoni [48].

Laje fungiforme com reforço transversal

Como foi mencionado anteriormente, uma laje fungiforme com armadura de reforço transversal pode apresentar vários modos de rotura. O valor da capacidade de carga das lajes fungiformes com reforço transversal, é determinado através de um processo iterativo. O seu valor é obtido quando ocorre a intersecção dos valores da rotação, equação 2.20, com os menores valores de carga correspondente a um dos modos de rotura. Este cálculo é realizado de forma equivalente ao referido por Muttoni [48] para lajes fungiformes sem reforço transversal, Figura 2.14. Apresentar-se-á o cálculo da capacidade de carga de lajes fungiformes reforçadas transversalmente, para cada modo de rotura, segundo Ruiz e Muttoni [49].

Rotura dentro da zona de reforço

A contribuição da armadura de reforço apenas é solicitada quando a rotura sucede dentro da zona de reforço, ou seja, no interior da área limitada pelo perímetro de controlo, b_0 . Neste caso a capacidade de carga da laje ao punçoamento é obtida pela soma da contribuição do betão e da armadura de reforço, equação 2.21.

$$V_{R,in} = V_c + V_s \quad (2.21)$$

em que:

- V_c é a contribuição do betão, equação 2.19;
- V_s é a contribuição da armadura de reforço transversal.

Para o cálculo da armadura de reforço é igualmente assumido que a abertura da fenda na zona crítica é proporcional ao produto entre a abertura da fenda e altura útil da laje, Figura 2.11. Então Ruiz e Muttoni [49], afirmam que a respectiva abertura de fenda máxima pode ser determinada a partir da seguinte equação:

$$w = k \cdot \psi \cdot d \quad (2.22)$$

onde:

- k é uma constante de valor 0,5.
- ψ é rotação da laje em torno do pilar no momento da rotura
- d é altura útil da laje

Assumindo que a fenda na zona crítica é linear, com o centro da rotação localizado na extremidade junto do pilar, a abertura relativa da fenda é determinada de acordo com a equação 2.23.

$$w_{bi} = k \cdot \psi \cdot h_i \cdot \cos\left(\alpha + \beta_i - \frac{\pi}{2}\right) \quad (2.23)$$

em que:

- h_i é distância vertical entre a extremidade da fenda e o seu ponto de intersecção com o varão de reforço, Figura 2.15 c);
- α é o angulo da fenda de corte com a horizontal, proposto o valor de $\pi/4$;
- β é o angulo entre o alinhamento do varão de reforço e o plano da laje fungiforme, Figura 2.15 c).

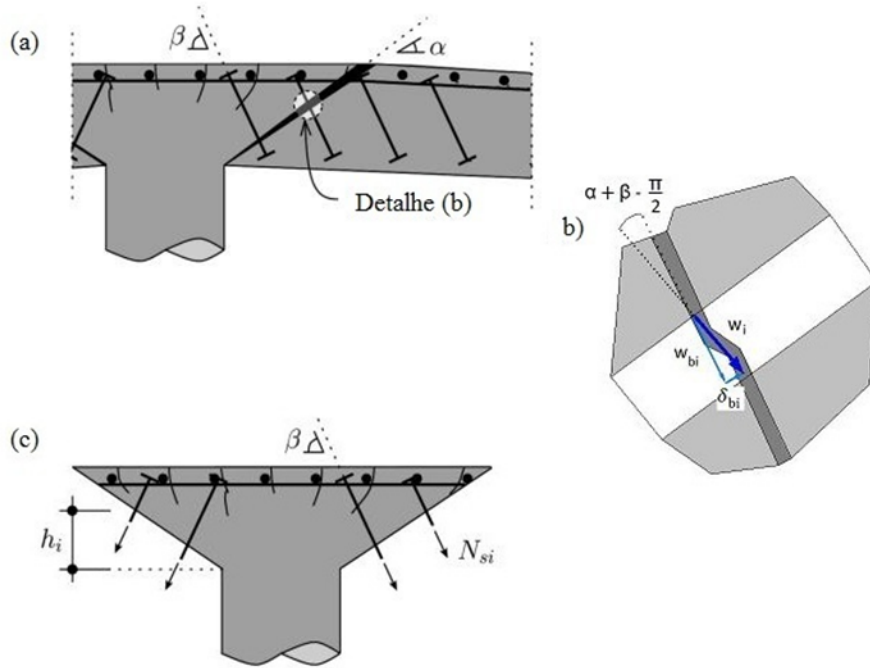


Figura 2.15 – Parâmetros do reforço transversal e da abertura de fenda na zona crítica, adaptado de Ruiz e Muttoni [49].

Por fim, a contribuição da armadura de reforço transversal calcula-se de acordo com a equação 2.24.

$$V_s = \sum_{i=1}^n \sigma_{swi}(\psi) \cdot A_{swi} \cdot \sin(\beta_i) \quad (2.24)$$

em que:

- A_{sw} é a área transversal dos varões de reforço;
- σ_{sw} é tensão de tração da armadura de reforço, equação 2.25;

$$\sigma_{swi} = E_{sw} \cdot \frac{k \cdot \psi \cdot h_{wi} \cdot \cos\left(\alpha + \beta_i - \frac{\pi}{2}\right)}{l_{sw}} + \sigma_{sp} \leq f_{yw} \quad (2.25)$$

onde:

- E_{sw} é o módulo de elasticidade da armadura de reforço;
- l_{sw} é o comprimento do varão da armadura de reforço;
- h_w é a distância vertical desde a ponta da formação da fenda até à intersecção desta com armadura de reforço;
- f_{yw} é a tensão de cedência à tração da armadura de reforço;
- σ_{sp} é a pré-tensão aplicada no varão de reforço transversal;
- β é o angulo entre o alinhamento da ancoragem de reforço com o plano da laje fungiforme.

Rotura fora da zona de reforço transversal

A capacidade de carga da laje fungiforme para este modo de rotura é determinado de acordo com a seguinte equação:

$$V_{R,out} = \frac{3}{4} \cdot \frac{b_{0,out} \cdot d_v \cdot \sqrt{f_{cm}}}{1 + 15 \cdot \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad (2.26)$$

em que:

- d_v é a altura útil efectiva;
- $b_{0,out}$ é o perímetro de controlo, medido a $d_v/2$ do ultimo perímetro de reforço;
- f_{cm} é o valor médio da tensão de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos (150x300 mm²);
- d é altura útil da laje;
- d_{g0} é dimensão do agregado de referência, de valor igual a 16 mm;
- d_g é dimensão máxima do agregado do betão.

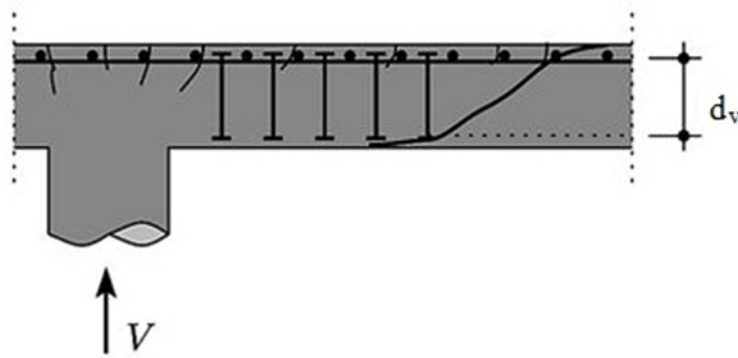


Figura 2.16 – Comprimento efectivo da laje fungiforme. Ruiz e Muttoni [49].

Esmagamento na zona do pilar

A resistência da escora da zona critica é fortemente influenciada pelas armaduras de reforço transversal, que por sua vez, dependem da rotação da laje fungiforme. Baseando neste conceito, a capacidade de carga para o modo de rotura com esmagamento da escora é dada pela seguinte equação:

$$V_{R,crush} = \lambda \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{b_{0,col} \cdot d_v \cdot \sqrt{f_c}}{1 + 15 \cdot \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad (2.27)$$

em que:

- $b_{0,col}$ é o perímetro de controlo, medido a $d_v/2$ da face do pilar ou da área carregada;
- λ é um parâmetro definido de valor igual a 3 para lajes fungiformes bem reforçadas transversalmente. Caso contrário é atribuído valor de 2.

2.5. COMPORTAMENTO DAS ANCORAGENS SUJEITAS AO ARRANCAMENTO

Em lajes fungiformes reforçadas por introdução de novas armaduras, devido à pressão exercida por a cabeça da ancoragem ao betão, este sofre um esmagamento. Na eventualidade de o betão atingir a sua carga máxima, ocorre a rotura por formação de um cone a partir da cabeça da ancoragem. Deste modo, serão apresentados alguns dos estudos que têm decorrido ao longo dos anos com intuito de compreender melhor o mecanismo de rotura do betão para uma ancoragem sujeita a forças de arrancamento.

As cabeças da ancoragem permitem a transferência de cargas para o betão, provocando grandes concentrações de tensões e deformações nessa zona de contacto, e consequente formação de micro fendas [57]. As condições em que se encontra, fendilhado ou não fendilhado, tem bastante relevância para a sua capacidade resistente.

As ancoragens são classificadas de acordo com o modo de transmissão de cargas e o processo de execução. As ancoragens abordadas no trabalho estão representadas na figura 2.17.

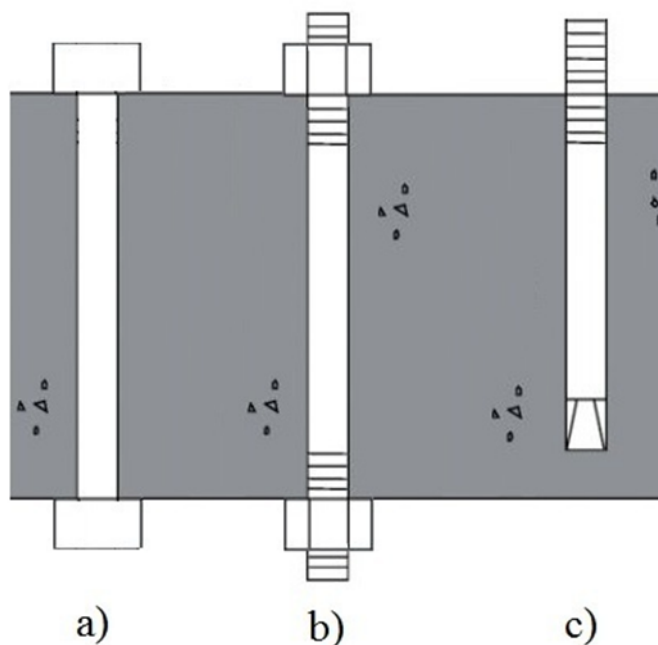


Figura 2.17 – Tipos de ancoragens, adaptado de Duarte [27]

- a) Ancoragem pré-fabricada;
- b) Ancoragem tradicional, varão roscado ancorado em cada face da laje, por intermédio de anilhas e porcas;
- c) Ancoragem expansiva

Para melhor compreensão do comportamento do betão sob tensão, apresenta-se na Figura 2.18 um elemento de betão sujeito a forças de tração, com o respectivo gráfico da tensão e deformação resultante. Verifica-se que apresenta duas fases distintas, inicialmente, com o comportamento do betão elástico e linear, zona A. Após atingir a carga máxima, forma-se uma fenda na zona do betão onde apresenta menor resistência à tração. Nesta fase, o betão apresenta um comportamento não linear, que segundo vários ensaios experimentais realizados, se deve à formação de micro fendas.

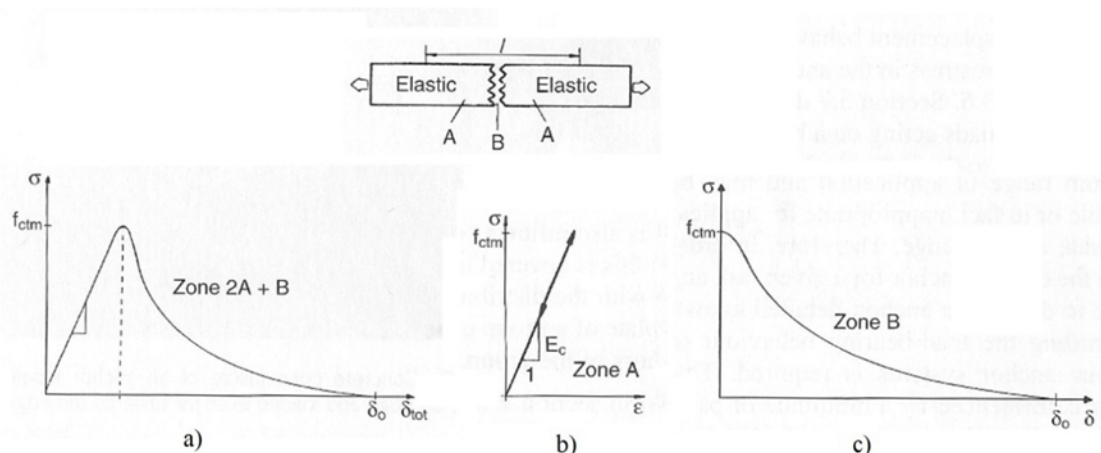


Figura 2.18 – Comportamento do betão sob tensão de tração, adaptado de Eligehausen et al. [57]

Para zonas mais afastadas da formação da fenda, considera-se que a deformação e a respectiva tensão apresenta um comportamento elástico linear. A abertura da fenda influencia a transição de tensões de tração, ou seja, quanto maior o deslocamento da fenda, maior será a abertura desta e, consequentemente, menor será a transferência de tensões de tração, Figura 2.18 c). Esta transmissão de tensões depende fundamentalmente da rugosidade entre as faces da fenda, apresentando melhores resultados, quanto mais irregular for a sua trajectória. Na Figura 2.19, faz-se a comparação entre um betão com pequenas e normais dimensões de agregado, num gráfico que representa a transmissão da tensão de tração do betão, σ_t , de acordo com a deformação perpendicular à progressão da fenda, δ_t .

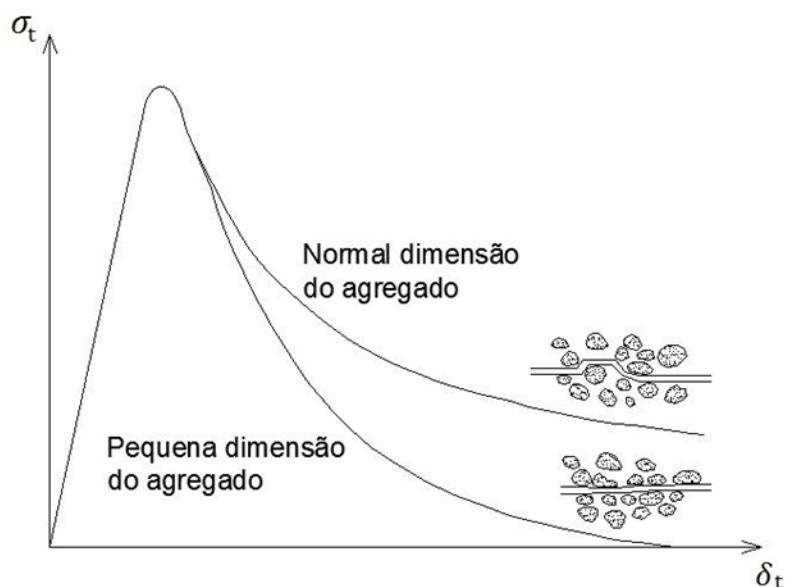


Figura 2.19 – Influência da dimensão do agregado na trajectória da fenda, num gráfico de tensão-deformação do betão. Adaptado de Eligehausen et al. [57].

Como se verifica na Figura 2.19, o betão com maiores dimensões de agregado provoca uma trajectória mais irregular da fenda, permitindo uma melhor transmissão de tensões de tração. Assumindo que os agregados do betão não se fracturam, o seu tamanho máximo influencia a trajectória, tornando-a mais irregular. Deste modo, a máxima dimensão do agregado também tem relevância na tensão-deformação do betão [57].

Relativamente ao estudo do comportamento das cabeças de ancoragens sujeitas a forças de arrancamento, realizaram-se ensaios em blocos de betão suficientemente grandes de modo que a rotura por cone de punçoamento na zona dos apoios possa ser desprezada.

Peier (1983) [54] investigou o comportamento de ancoragens expansivas e tradicionais sujeitas ao arrancamento, com recurso a um programa de elementos finitos com comportamento do material não linear. Baseado nesta investigação, Seghezzi (1986) [60] efectuou uma análise numérica para o mecanismo de rotura de uma ancoragem expansiva, Figura 2.20. Verificou que é exercida uma grande pressão no betão nas proximidades da cabeça da ancoragem, resultando um grande esmagamento dessa zona. Constatou, igualmente, que micro fendas circunferenciais propagam-se a partir da zona de pressão para a superfície do betão, simultaneamente, com a formação de fendas radiais na face superior do betão. Assim, concluiu, para ancoragens expansivas com cabeças de dimensões relativamente grandes, a rotura será por a formação de um cone de betão. Caso contrário, o betão na zona de compressão perde a capacidade resistente, ocorrendo uma rotura por arrancamento da ancoragem.

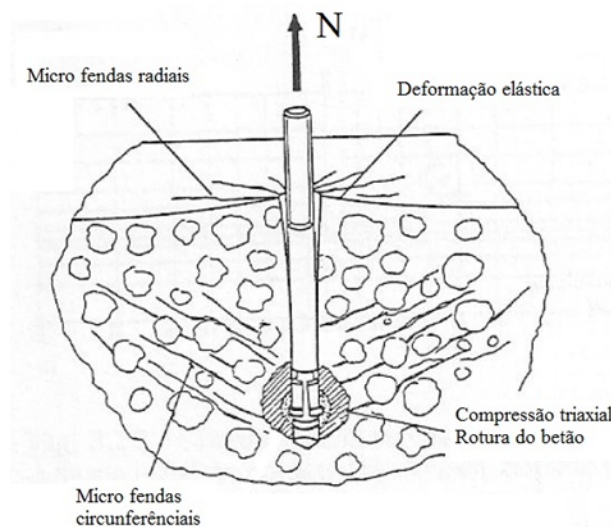


Figura 2.20 – Mecanismo de rotura para uma ancoragem expansiva, obtida numericamente (Seghezzi (1986)), adaptado de Eligehausen et al. [57].

Elfgren, Broms, Cederwall e Gyltorf (1982) [24] efectuaram uma investigação numérica do comportamento da ancoragem com comprimento efectivo, h_{ef} , de 300 mm, sujeita a uma tensão uniforme sobre uma grande superfície de betão, e uma força de arrancamento na ancoragem de direcção contrária, Figura 2.21. No modelo foi assumido que a formação da fenda apresenta uma direcção pré definida, “discrete crack”, θ .

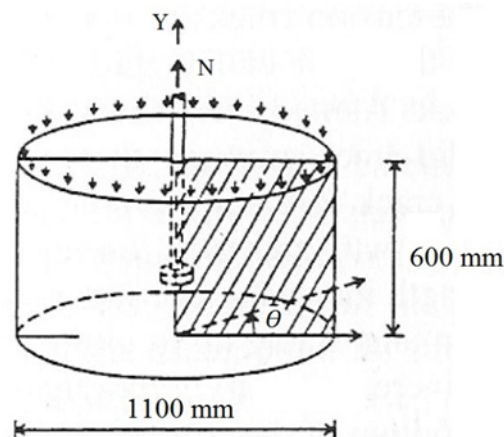


Figura 2.21 – Modelo de elementos finitos utilizado, adaptado de Eligehausen et al. [57].

Constataram que para menores cargas formavam-se micro fendas de forma cónicas e circunferencial no betão, a partir da zona da cabeça da ancoragem. Com incremento da carga, o comprimento destas micro fendas aumentam progressivamente, Figura 2.23, simultaneamente com uma redistribuição das tensões de forma constante no betão, permitindo uma progressão da fenda até à sua carga última. A tensão máxima, situada na extremidade da fenda, vai-se direccionando até a superfície do betão, atingindo a rotura. Assim sendo, a capacidade de carga à formação de um cone de betão é determinada de acordo com a capacidade do betão resistir às tensões aplicadas pela cabeça de ancoragem. Desta forma, para uma tensão aplicada de forma constante, a capacidade de carga à formação do cone de betão aumenta com o incremento da energia de fractura do betão, G_F . [23]

A energia de fractura (G_F), define-se por a quantidade de energia necessária para formar uma fenda com uma área unitária, ou seja, correspondente à área a cinzento da Figura 2.22, e é influenciada pelo tipo de agregado betão e por o seu tamanho [6].

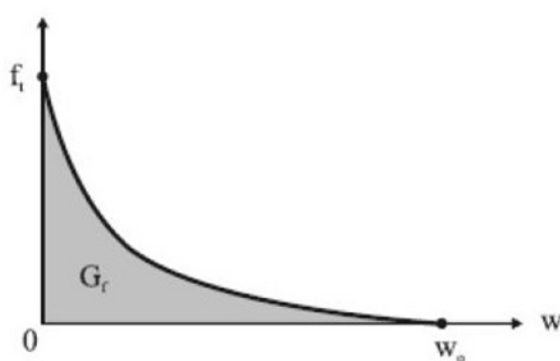


Figura 2.22 – Resistência à tração (f_t) em função da abertura de fenda (w), adaptado de MC2010 [6]

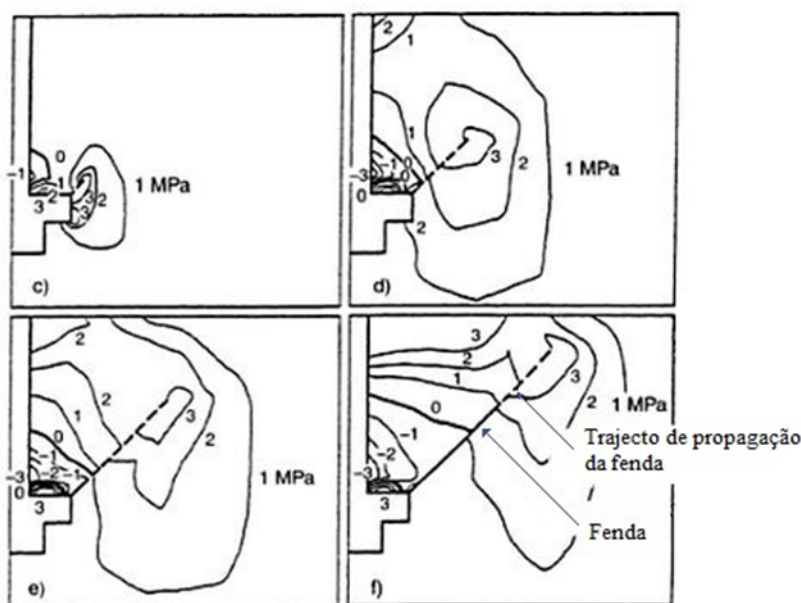


Figura 2.23 – Propagação das micro fendas sob acção da tensão imposta por a ancoragem, adaptado de Eligehaunsen et al. [57].

Sawade (1994) [58] desenvolveu um modelo para descrever o processo de fendilhação no betão durante o processo de arrancamento da ancoragem, em que a sua progressão e abertura depende da dissipação da energia de fractura. Deste modo, para determinação da capacidade de carga à formação do cone de betão propôs a equação 2.28.

$$N_u = 2.1 \cdot (E_c \cdot G_f)^{0.5} \cdot h_{ef}^{1.5} \quad (2.28)$$

em que:

- E_c é o módulo de elasticidade do betão;
- G_f é energia de fractura;
- h_{ef} corresponde à altura efectiva da ancoragem.

Considerando um angulo contante entre a fenda no betão e a horizontal, verifica-se que a área do cone aumenta em proporção com o quadrado do comprimento efectivo da ancoragem. No entanto, na equação 2.28 verifica-se que a capacidade de carga é proporcional ao comprimento efectivo elevado a 1,5. Este fenómeno, denominado de efeito de escala, pode ser atribuído ao facto da média dos valores da resistência à tração do betão na fenda diminuir com o aumento da área do cone.

Eligehausen e Sawade (1989) [25] efectuaram uma análise numérica de acordo com o modelo de rotura posteriormente desenvolvido por Sawade (1994) [58], Figura 2.24. Apenas foi considerado o desenvolvimento de fendas circunferenciais no betão, e na vizinhança da fenda é assumido um comportamento do material elástico linear e não linear na zona de progressão da fenda.

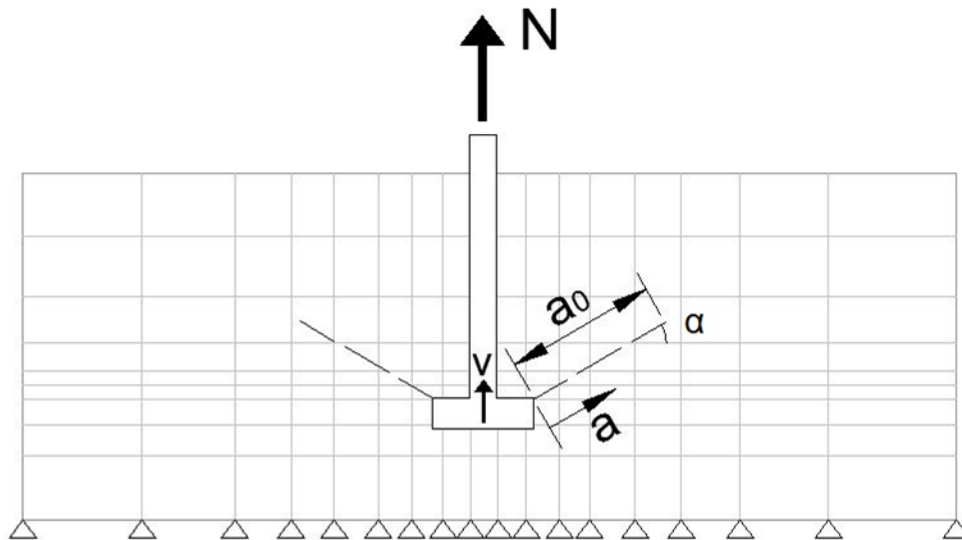


Figura 2.24 – Modelo numérico para uma ancoragem sujeita ao arrancamento, adaptado de [57].

Afirmou que para cabeças da ancoragem de grandes dimensões pode ser assumido uma fenda linear e a sua energia de abertura dependente apenas da energia de fractura, G_F . Verificou, por fim, que é atingido a carga máxima, quando o comprimento da fenda está a 45% do comprimento total, Figura 2.25.

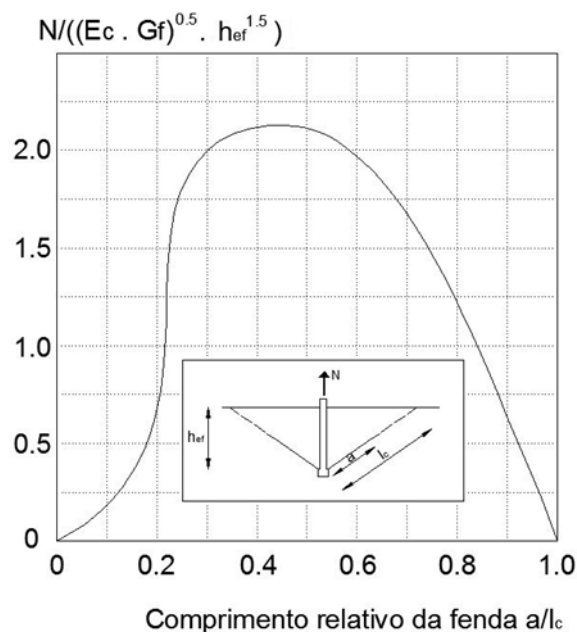


Figura 2.25 – Capacidade de carga relativa de acordo com o comprimento da fenda (Eligehausen e Sawade (1989)), adaptado de Eligehausen [57].

Ozbolt, Eligehausen (1990) [52] efectuaram mais uma análise numérica do comportamento de uma ancoragem embebida no betão, sujeita a uma tensão de arrancamento, num bloco de betão de grandes dimensões. Registraram a capacidade de carga e o respectivo deslocamento obtido pela cabeça de ancoragem, apresentado na Figura 2.26.

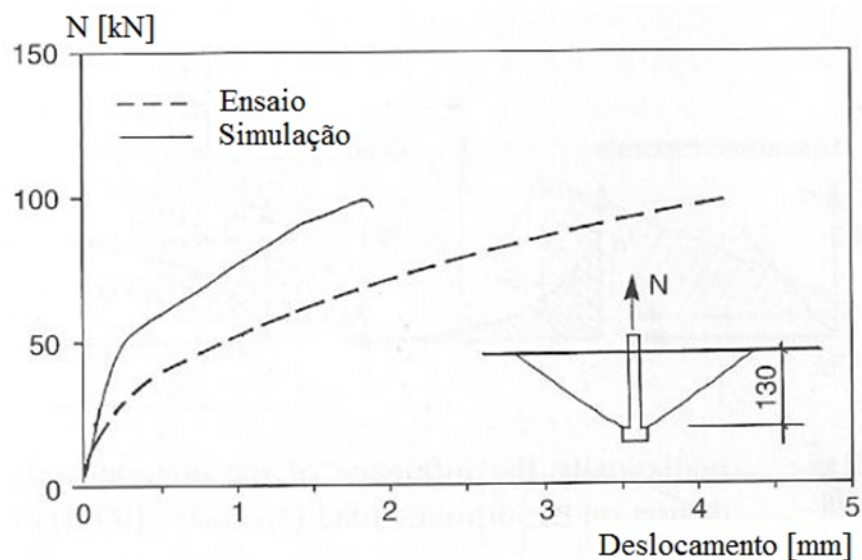


Figura 2.26 – Comparação da carga-deslocamento entre a análise numérica e experimental (Ozbolt, Eligehausen (1990)). Adaptado de Eligehausen et al. [57].

Verificaram que a capacidade de carga à rotura por cone de betão obtida experimentalmente e numericamente coincidem. Porém, o deslocamento medido experimentalmente é bastante superior. Constataram que a deformação no betão é fortemente condicionada pelo esmagamento localizado na zona da cabeça de ancoragem, Figura 2.27. Quanto menor a dimensão da superfície

da cabeça de ancoragem em contacto com betão, maior a tensão imposta, consequentemente maior o esmagamento/deslocamento.

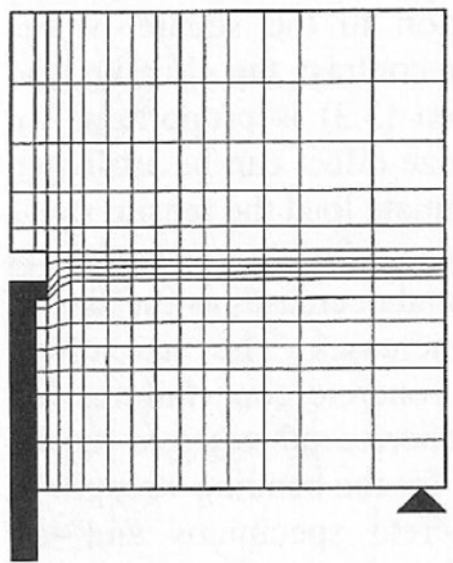


Figura 2.27 – Deformação imposta para a carga última, no modelo de elementos finitos (Ozbolt, Eligehausen (1990)). Adaptado de Eligehausen et al. [57].

De acordo com a simulação, verificaram que menores cargas aplicadas provocavam na zona de betão junto da cabeça de ancoragem fendas de forma circular. Para maiores cargas aplicadas, surgem fendas radiais na superfície do betão. Por fim, a rotura ocorre com a formação de um cone, e a média do seu ângulo com a horizontal é aproximadamente 35°.

Ozbolt (1995) [53] efectuou mais uma análise numérica, sugerindo um melhoramento do modelo da ancoragem sujeita ao arrancamento, “*non-local microplane model*”. A investigação foi efectuada variando alguns parâmetros mecânicos e geométricos. Na Figura 2.28 está representado a influência da resistência do betão à tração e da sua energia de fractura, no momento da rotura por formação do cone de betão.

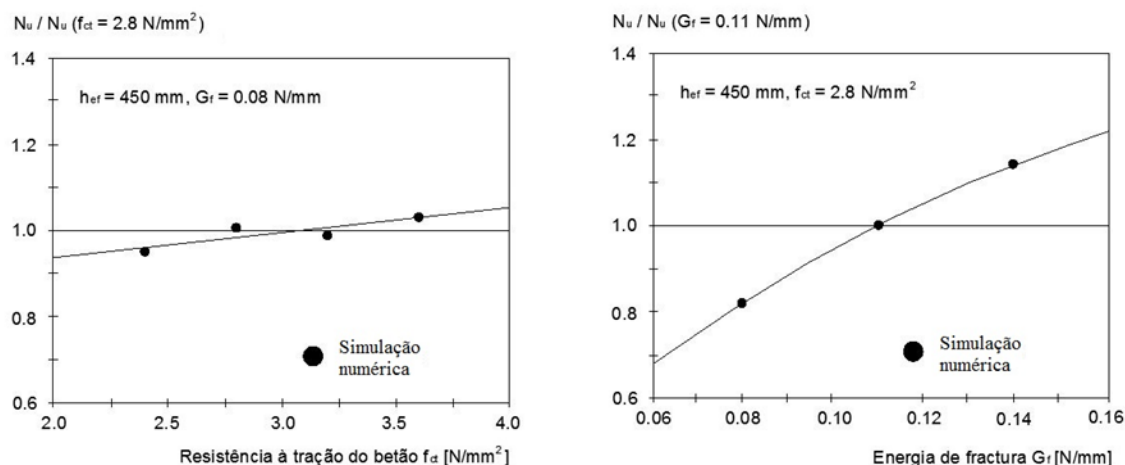


Figura 2.28 – Rotura por formação de cone de betão em função da resistência à tração do betão e da energia de fractura. Adaptado de Eligehausen et al [57].

Observaram a partir da Figura 2.28 que a resistência à tração do betão tem uma pequena influência na variação da capacidade de carga à formação do cone de betão. Em contraste, aumenta consideravelmente com o incremento da energia de fractura. Estes resultados convergem com os obtidos por Sawade (1994) [58].

Relativamente à variação do comprimento efectivo da ancoragem no betão, realizaram ensaios experimentais fazendo variar o seu comprimento, h_{ef} , de 50 mm até 2700 mm e observaram a variação da capacidade de carga relativamente à rotura por cone de betão, Figura 2.29. Estes modelos estavam de acordo com a equação 2.29, proposto por *American Concrete Institute 249* (1990) [2], considerando a lei da influência do tamanho da cabeça de ancoragem, após Bazant (1984) [4];

Segundo *American Concrete Institute 249* (1990) [2] a capacidade de carga relativamente à formação do cone de betão é dada pela seguinte equação:

$$N_u = 0.96 \cdot f_{cm,200}^{0.5} \cdot h_{ef}^2 \cdot \left(1 + \frac{d_h}{h_{ef}}\right) \quad (2.29)$$

em que:

- d_h é o diâmetro da cabeça da ancoragem;
- h_{ef} é altura efectiva;
- $f_{cm,200}$ é o valor médio da tensão de rotura à compressão do betão em provetes cúbicos de 200 mm de lado.

Bazant (1984) propôs que a capacidade de carga relativamente à formação do cone de betão, seja determinada por um regime plástico para pequenos comprimentos efectivos e por um regime elástico para grandes comprimentos. Resultando a seguinte equação:

$$N_u = k_1 \cdot f_{cm,200}^{0.5} \cdot \frac{h_{ef}^2}{\left(1 + \frac{h_{ef}^0}{h_{ef}^0}\right)^{0.5}} \quad (2.30)$$

onde:

- k_1 é uma constante de valor 2,7;
- h_{ef}^0 é uma constante de valor igual a 50 mm.

A equação 2.31 resulta de uma simplificação da equação 2.30, para o cálculo da capacidade de carga relativamente à formação do cone de betão. A parcela da equação 2.30, $h_{ef}^2/(1 + h_{ef}^0/h_{ef}^0)^{0.5}$, é proporcional à altura efectiva elevado a 1,5.

$$N_u = 15.5 \cdot f_{cm,200}^{0.5} \cdot h_{ef}^{1.5} \quad (2.31)$$

Das equações 2.29 à 2.31 a parcela $f_{cm,200}^{0.5}$ corresponde ao factor $(E_c \cdot G_f)$ na equação 2.28.

A Figura 2.29 apresenta a comparação entre o modelo proposto pelo Ozbolt e Eligehausen (1990) [52], mencionado anteriormente, as equações 2.29 à 2.31 e os ensaios experimentais.

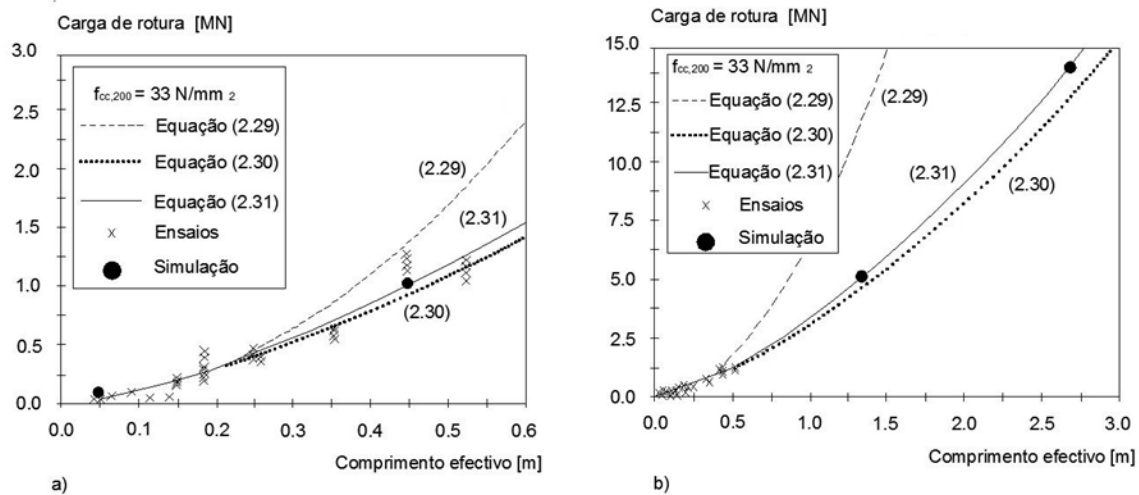


Figura 2.29 – Carga de rotura por cone em função do comprimento efectivo, adaptado de Eligehausen et al [57].

Com a evolução da equação para cálculo da capacidade de carga à formação do cone de betão (equações 2.29 à 2.31), verifica-se que os resultados aproximam-se, progressivamente, dos valores experimentais e dos estimados numericamente. Os valores obtidos pela equação 2.31 coincidem com os valores estimados pela simulação numérica, proposta por Ozbolt e Eligehausen (1990), e aproxima-se melhor da média dos resultados verificados nos ensaios experimentais.

Na Figura 2.30 está representado o modelo investigado por Ozbolt (1995) de elementos finitos com dois comprimentos efectivos, de dimensão igual a 150 mm e 1350 mm. A zona a preto representa as tensões das fendas circunferenciais. Verificaram que o comprimento da fenda apresentava 40% e 25% do comprimento total de rotura do cone, para um comprimento efectivo de 150 mm e 1350 mm respectivamente. O ângulo formado entre a fenda do cone de betão e a horizontal é independente do comprimento efectivo, de valor igual a 35° . Deste modo, o efeito de escala pode ser assim atribuído à variação da distribuição da tensão de tração ao longo da fenda do cone de betão. O valor da tensão de tração, em valores médios, diminui ao longo da fenda devido ao incremento do comprimento efectivo da ancoragem.

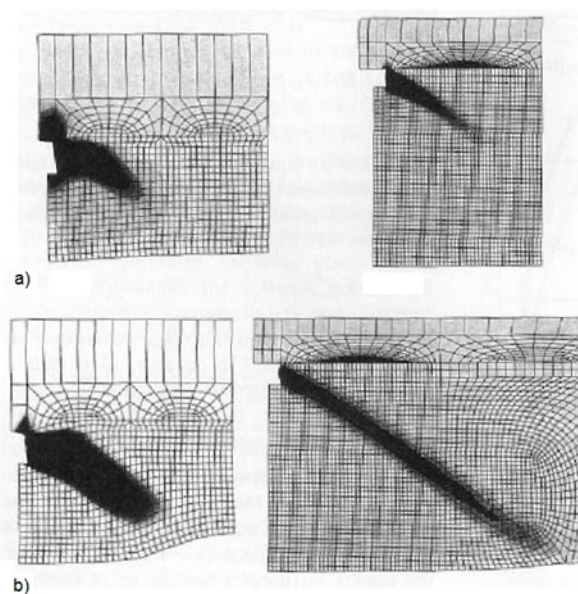


Figura 2.30 – Modelo de elementos finitos para comprimento efectivo de 150 e 1350 mm. a) Para a carga última. b) Formação do cone de rotura. Adaptado de Eligehausen et al. [57].

Quanto maior a tensão aplicada no betão por a cabeça de ancoragem, maior será o seu deslocamento, provocando uma diminuição do comprimento inicial. O deslocamento obtido é consequência do esmagamento do betão. Para uma carga de arrancamento constante, a tensão aplicada ao betão aumenta com a diminuição da superfície da cabeça da ancoragem, Figura 2.31.

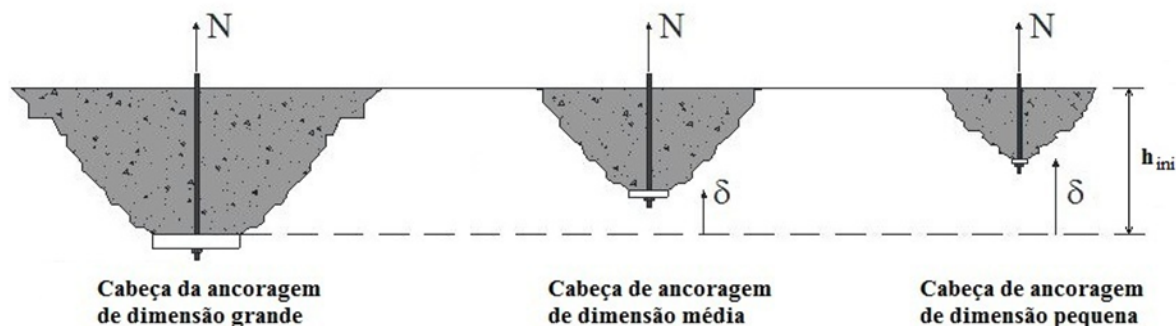


Figura 2.31 – Rotura por cone em função do diâmetro da ancoragem.

Reuter, Schimmelpfennings e Schmal (1992) [56] investigaram a magnitude necessária para a correcta previsão da tensão máxima a aplicada no betão, de modo a prevenir o deslocamento da cabeça de ancoragem (esmagamento) antes da rotura por formação do cone de betão, na equação 2.31. O valor obtido foi de $15.f_c$, que resultou de testes efectuados em ancoragens com comprimento efectivo de 185 mm.

Furche (1994) [40] estudou mais detalhadamente a capacidade de carga das ancoragens, assumindo uma transição entre o modo de rotura por arrancamento e por cone de betão. Teve em conta a pressão exercida na zona inferior da cabeça de ancoragem e o respectivo deslocamento foi determinado recorrendo a um modelo físico. Este modelo é baseado nas hipóteses que o incremento do deslocamento da ancoragem diminui o comprimento inicial, e que o cone de betão é condicionado por a tensão de arrancamento aplicado e por a área da cabeça da ancoragem em contacto com betão. Deste modo, a capacidade de carga relativa à formação do cone de betão é definida de acordo com o método CC (Concrete Capacity) [32], internacionalmente reconhecido para as ancoragens abordadas no trabalho, para betão fendilhado e não fendilhado. Deste modo, a capacidade resistente é obtida a partir da seguinte equação:

$$N_u = \alpha \cdot f_{cm,200}^{0.5} \cdot (h_{ini} - \delta)^{1.5} \quad (2.32)$$

em que:

- α depende do tipo de fendilhação;
- δ é o deslocamento da cabeça de ancoragem;
- h_{ini} é o comprimento inicial da ancoragem, figura 2.31.

O deslocamento da cabeça de ancoragem calcula-se recorrendo à equação 2.33.

$$\delta = \left(\frac{\sigma_{contacto}}{f_{cm,200}} \right)^2 \cdot \frac{k_A \cdot k_a}{c_1} \quad (2.33)$$

em que:

- $\sigma_{contacto}$ é tensão instalada na zona de contacto entre a cabeça de ancoragem e o betão;

- c_1 é uma constante, definido com valor de 300 ou 600 para betão fendilhado e não fendilhado respectivamente;
- $f_{cm,200}$ é o valor médio da tensão de rotura à compressão do betão em provetes cubicos com 200 mm de lado.

$$k_a = \sqrt{\frac{5}{\delta}} \quad \text{se } \delta \leq 5 \text{ mm} \quad \text{e} \quad k_a = 1 \quad \text{se } \delta > 5 \text{ mm} \quad (2.34)$$

$$k_A = \sqrt{\frac{d_f^2}{4} + 9 \cdot a \cdot (d_f + a)} - \frac{d_f}{2} - a \quad (2.35)$$

onde:

- d_f é o diâmetro do furo;
- a é a largura, para uma das extremidades, da cabeça de ancoragem em contacto com o betão, Figura 2.32.

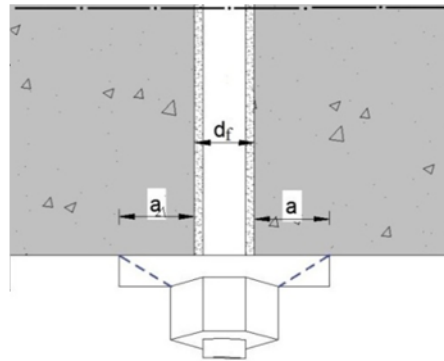


Figura 2.32 – Pormenorização de uma cabeça de ancoragem.

A capacidade de carga relativamente à formação do cone de betão, N_u , e o respectivo deslocamento da cabeça de ancoragem, δ , determina-se através de um processo iterativo, entre as equações 2.32 e 2.33.

Na Figura 2.33 verifica-se a diferença entre a capacidade de carga e o deslocamento, relativamente a uma ancoragem com uma cabeça de grandes e pequenas dimensões.

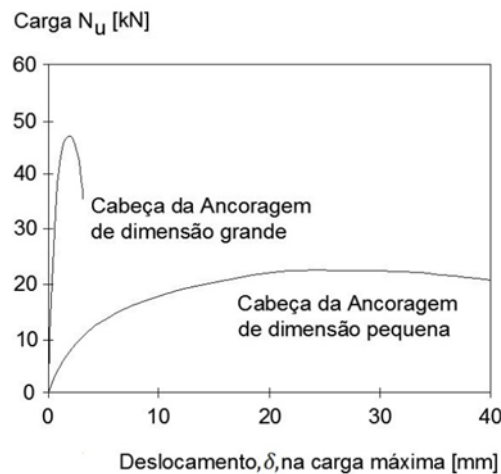


Figura 2.33 – Relação carga-deslocamento para a cabeça da ancoragem de pequena e grande dimensão, adaptado de Eligehausen et al [57]

Na Figura 2.34 observa-se a capacidade de carga relativamente à formação do cone de betão com o respectivo deslocamento na cabeça de ancoragem, variando o seu tamanho. Os resultados foram calculados recorrendo à equação 2.32 e 2.33, respectivamente. O cálculo foi efectuado para um betão não fendilhado com resistência do betão à compressão constante, com o diâmetro do varão de 12 mm.

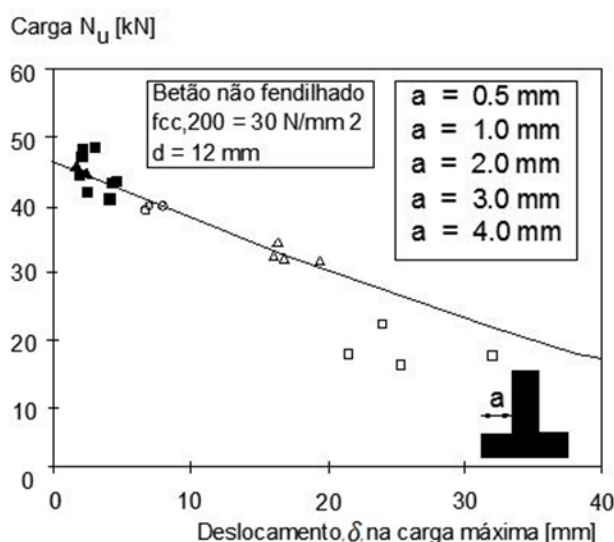


Figura 2.34 – Influência da variação do tamanho da ancoragem, adaptado de Eligehausen et al. [57]

Na figura 2.35 está representado um esquema simplificativo do valor da capacidade de carga relativamente à formação do cone de betão, e os diferentes modos de rotura associados, para um betão não fendilhado com resistência à compressão constante.

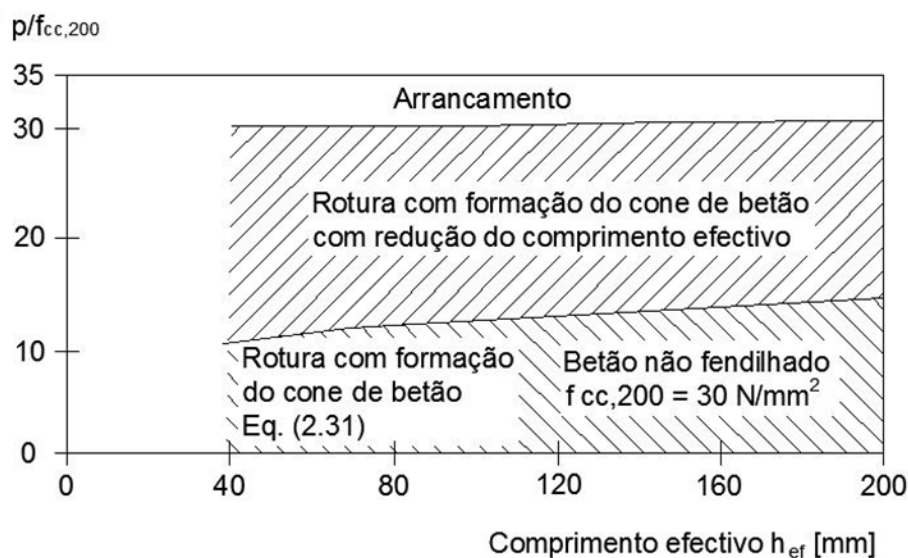


Figura 2.35 – Relação da tensão média no betão na zona de contacto com a cabeça da ancoragem variando o comprimento efectivo, para betão não fendilhado. Adaptado de Eligehausen et al. [57]

Segundo a *fib Bulletin* 58 [29], o betão quando sujeito a pressões constantes de longa duração ocorre um incremento do deslocamento da cabeça de ancoragem. Deste modo, para limitar o seu deslocamento para valores aceitáveis ($\delta \leq 2$ mm), a pressão instalada na zona de contacto entre a cabeça de ancoragem e o betão deve ser inferior à pressão admissível, p_{adm} , e determinada de acordo com a seguinte expressão:

$$p = \frac{N_{sk}}{A_h} \leq p_{adm} \quad (2.36)$$

em que:

- N_{sk} é a carga aplicada no betão por a cabeça da ancoragem;
- A_h é a área de contacto entre a cabeça da ancoragem e o betão;
- P_{adm} é pressão admissível no betão na zona de contacto com cabeça de ancoragem, com valores de $2.5f_{ck,200}$ para betão fendilhado e $4.0f_{ck,200}$ para betão não fendilhado.

Verifica-se que a pressão admissível no betão apresenta valores bastante conservativos, comparativamente com os estimados por Eligehausen et al. [57], definidos na Figura 2.35.

3. SOFTWARE ATENA 3D

3.1. INTRODUÇÃO

Para melhor compreensão da resistência do betão na zona em contacto com as cabeças da ancoragem, em lajes fungiformes reforças por introdução de novas armaduras, recorreu-se a um programa de elementos finitos de análise não linear dos materiais para o estudo específico da capacidade de carga do betão para ancoragens sujeitas a forças de arrancamento. Deste modo, o programa utilizado foi o ATENA 3D, *Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis*, criado e desenvolvido por Vladimir Cervenka e Jan Cervenka. A aplicabilidade e a fiabilidade dos resultados obtidos por o programa comparativamente com ensaios experimentais, foram apresentados por diversos trabalhos realizados por estes autores [7][13][14][15][16][10][19][9][20][11][12][27] [43], recentemente, também por Faria (2011) [27] e Mamede (2011) [43][44][45]. O programa tem como finalidade a realização de análises não lineares de materiais a três dimensões, podendo também ser aplicado em casos mais simples, materiais com comportamento elástico.

Descreve-se, resumidamente, algumas características e pressupostos em que se baseia a análise não linear, nomeadamente os modelos de comportamento dos materiais utilizados. Os modelos numéricos modelados foram comparados com ensaios experimentais, com intuito de verificar a sua validação.

3.2. BETÃO

O material adoptado para simulação do comportamento do betão foi o CC3DNonLinCementitious2, que corresponde a um modelo de plasticidade para o betão à compressão e a um modelo de fractura para o betão à tração.

Modelo de fractura (tracção)

O betão à tração apresenta dois comportamentos distintos dependendo do tipo de fendilhação apresentado. Antes da abertura de fendas, é assumido que este apresenta um comportamento elástico-linear, com um comportamento isotrópico. Este estado é obtido de acordo com a equação 3.1, até atingir a tensão efectiva de resistência à tração, f_t^{ref} .

$$\sigma_c^{ef} = E_c \cdot \varepsilon^{eq,0} \leq \sigma_c \leq f_t^{ref} \quad (3.1)$$

em que:

- σ_c^{ef} é a tensão efectiva;
- ε^{eq} é extensão uniaxial equivalente.

Na fase em que o betão apresenta fendilhação, após atingir a tensão efectiva resistente à tracção, f_t^{ef} , o seu comportamento depende da abertura das fendas. Considera-se a lei de abertura de fendas exponencial, desenvolvida por Hordijk [36]. Esta lei consiste no efeito de amolecimento do betão, consequentemente a diminuição da sua resistência conforme a abertura da fenda, Figura 3.1.

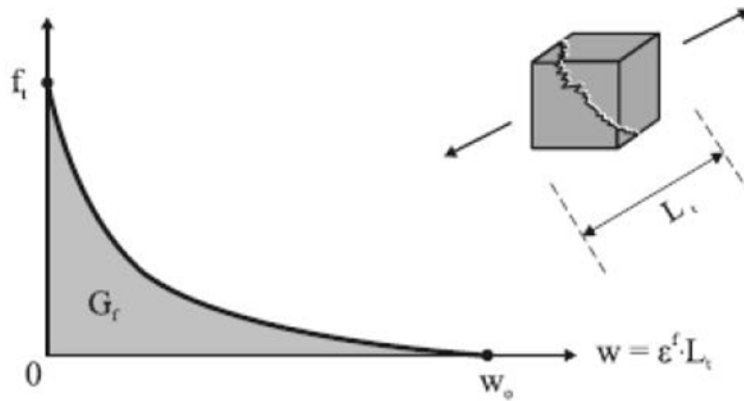


Figura 3.1 – Resistência à tracção (f_t) em função da abertura de fenda (w) [36] [7]

Modelo de plasticidade (compressão)

O comportamento do betão à compressão foi baseado na superfície de rotura proposta por Menétrey-William [46]. O modelo de plastificação é definido por uma fase de endurecimento e suavização do betão sujeito à compressão. Relativamente à fase de endurecimento, Cervenka et al. [8], sugeriram uma formulação para o comportamento triaxial. Para a fase de suavização foi adoptado o recomendado por Van Mier [62]. Na Figura 3.2 ilustra-se o diagrama tensão-deformação para o betão à compressão.

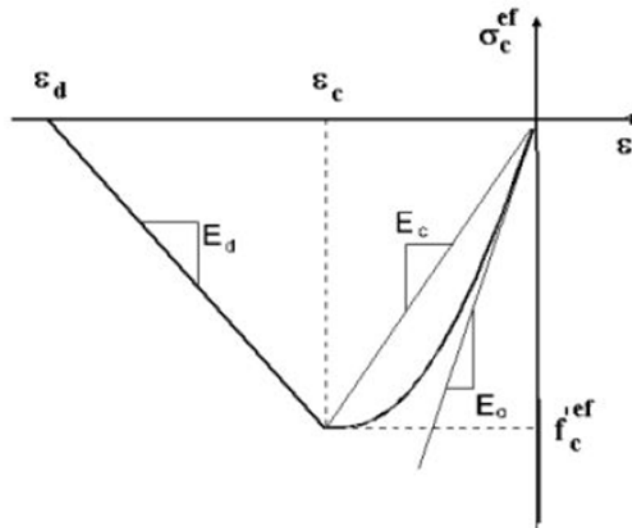


Figura 3.2 – Diagrama de tensão-deformação para betão à compressão, Cervenka et al. (2010)

Neste modelo é tido em conta a redução da resistência à tracção após o esmagamento do betão, segundo Hordijk [36], e à compressão em betão fendilhado sustentado no trabalho de Vecchio e Collins [64], adaptado por Kollegger e Mehlhorn [42].

3.2.1. Fendilhação do betão

Segundo Cervenka et al (2010) [21], o processo de fendilhação do betão ocorre em três fases distintas:

- Não fendilhado. O material encontra-se na fase antes de atingir a tensão de resistência à tracção do betão;
- Formação da fenda. Nesta situação inicia-se a formação e desenvolvimento do processo de fendilhação no material.
- Fendilhado. Inicia-se quando a tensão de resistência à tracção na fenda em desenvolvimento atinge o valor nulo. A fenda pode manter o processo de abertura, porem sem capacidade resistente. Nesta fase o estado do material é irreversível, ou seja, a fenda não tem capacidade voltar a fechar.

A abertura da fenda é determinada com base no valor da extensão de fissura (extensão de abertura de fenda antes da tensão de resistência à tracção atingir o valor nulo) multiplicada por um comprimento característico, equação 3.2.

$$w = \varepsilon_{cr} \cdot L_t \quad (3.2)$$

Em que:

- ε_{cr} é extensão da fissura;
- L_t é comprimento de banda.

O comprimento de uma banda fendilhada foi introduzido por Bazant e Oh [3], utilizado para evitar grande dependência dos resultados consoante a escolha da malha de elementos finitos. Para o *software* ATENA 3D este comprimento é o definido na direcção perpendicular à da fissura do elemento finito, figura 3.3.

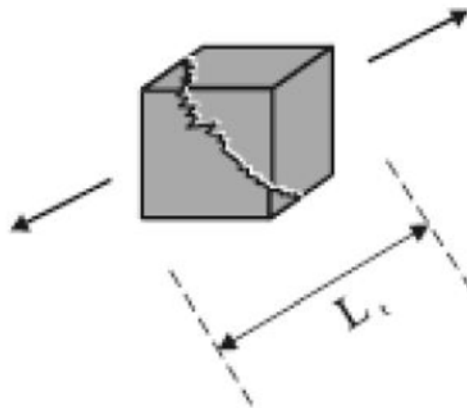


Figura 3.3 – Pormenorização de um elemento finito, adaptado de MC2010 [6]

Modelo de fendilhação do betão

A modelação da fendilhação no *software* do ATENA 3D é baseada na formulação clássica de distribuição de fissuras ortotrópicas (“smeared crack model”). Este tipo de abordagem permite a alteração das relações constitutivas tensão-deformação na vizinhança das fendas, ou seja, permite a formação de fendas distribuídas, ao invés de rectas e concentradas no material. Deste modo, a descontinuidade real da malha não é considerada, apenas o dano do material, permitindo que as relações tensão deformação possam ser aplicadas sem exigência de uma nova malha, obtendo-se

assim resultados precisos com menor custo computacional. Os dois tipos de modelos de fendilhação distribuída, derivados do *smeared crack model*, são o *fixed crack model* e *rotated crack model*.

No *fixed crack model* a direcção da fenda é fixa, ou seja, a fenda assume sempre a mesma direcção deste a sua formação. Na Figura 3.4 está representado o estado de tensão e deformação para este modelo.

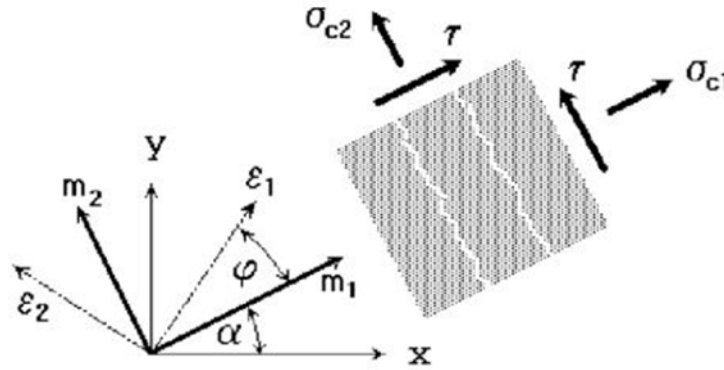


Figura 3.4 – Estado de tensão e deformação do *fixed crack model*, Cervenka et al (2010) [21].

Antes de ocorrer a fissuração a direcção das tensões e deformações principais apresentam um estado de isotropia. Após abertura da fenda passa para um estado de ortotropia, ou seja, relativamente ao desenvolvimento da fenda, o eixo normal e paralelo corresponde ao material menos resistente, m_1 , e mais resistente, m_2 , respectivamente, Figura 3.4.

Se houver uma rotação das deformações principais para os eixos ε_1 e ε_2 , as tensões principais σ_{c1} e σ_{c2} não vão acompanhar, provocando assim tensões de corte na face da fenda, τ , Figura 3.4. Deste modo, após a referida rotação, as tensões σ_{c1} e σ_{c2} deixam de ser as principais.

No caso do *rotated crack model*, a direcção da fenda roda consoante a rotação dos eixos principais de deformação, Figura 3.5. As tensões principais, normal e paralela à formação da fenda, correspondem sempre ao eixo em que o material é menos resistente e mais resistente, respectivamente.

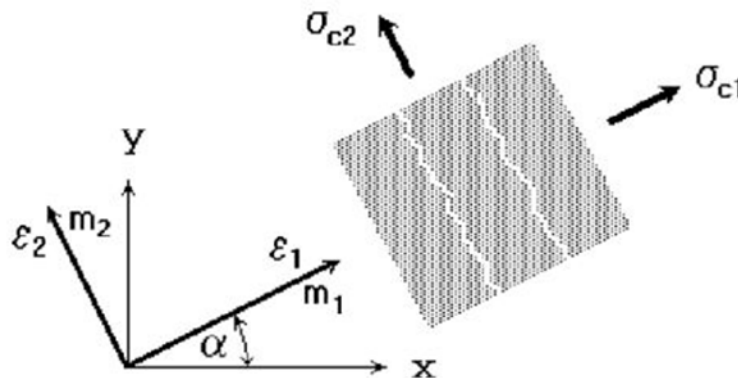


Figura 3.5 – Estado de tensão e deformação do *rotated crack model*, Cervenka et al (2010) [21].

3.3. VARÃO DE AÇO

Para a modelação do modelo, sendo este um estudo muito específico, o elemento de barra definiu-se como um macro elemento, à semelhança do procedido para a modelação do betão. O material adoptado para simulação do comportamento do aço foi *3D Elastic Isotropic*.

3.4. MODELO EXPERIMENTAL

Serão apresentados modelos experimentais elaborados por Furche (1994) [57]. Estes foram executados num bloco de betão armado com dimensões de 4000 mm de comprimento, 1000 mm de largura e 250 mm de espessura, figura 3.6. Foram embebidas ancoragens no bloco de betão armado com espaçamento suficiente entre elas, para que o modo de rotura não seja afectado por a adjacente.

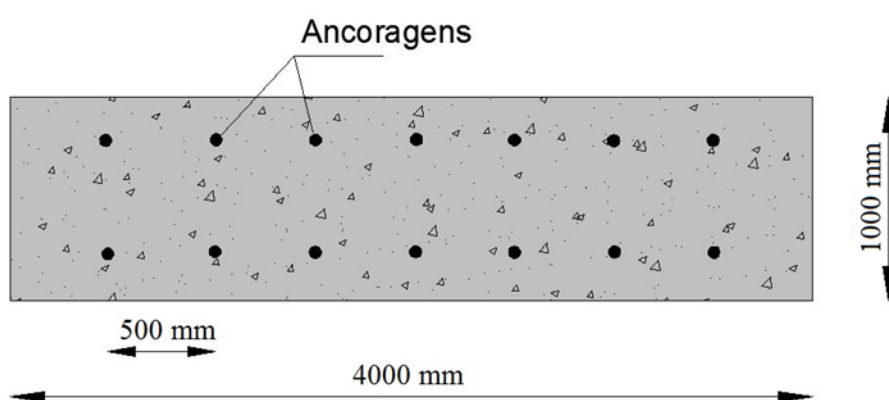


Figura 3.6 – Dimensões do bloco de betão armado com a localização das ancoragens. Furche (1994) [57]

As dimensões específicas das ancoragens embebidas no bloco de betão armado são as apresentadas na Figura 3.7. O ensaio foi efectuado para diferentes valores de a , com dimensão de 0,5 mm; 1,0 mm; 2,0 mm; 3,0 mm e 4,0 mm. Variaram, também, o ângulo α e o diâmetro do varão da ancoragem, d .

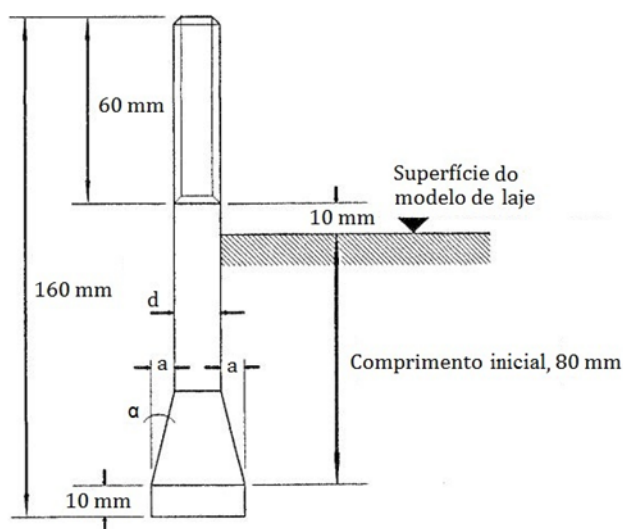


Figura 3.7 – Dimensões da ancoragem embebida no betão, adaptado de Furche (1994) [57]

O ensaio foi realizado com recurso a um sistema hidráulico. Tem uma configuração circular em planta, com uma distância de 70 mm entre os seus apoios e o seu posicionamento está centrado com a ancoragem a ensaiar. Este sistema apresenta uma barra de tração, por intermédio de um pino de articulação e uma manga, permite a ligação à ancoragem para a realização do respectivo ensaio de arrancamento. Nesta ligação existem três transdutores com a função de medir o deslocamento imposto. O valor do deslocamento registado é a média destas três leituras, que consideram o deslocamento relativo da cabeça da ancoragem segundo a superfície do betão, associado à eventualidade de alongamento do varão da ancoragem.

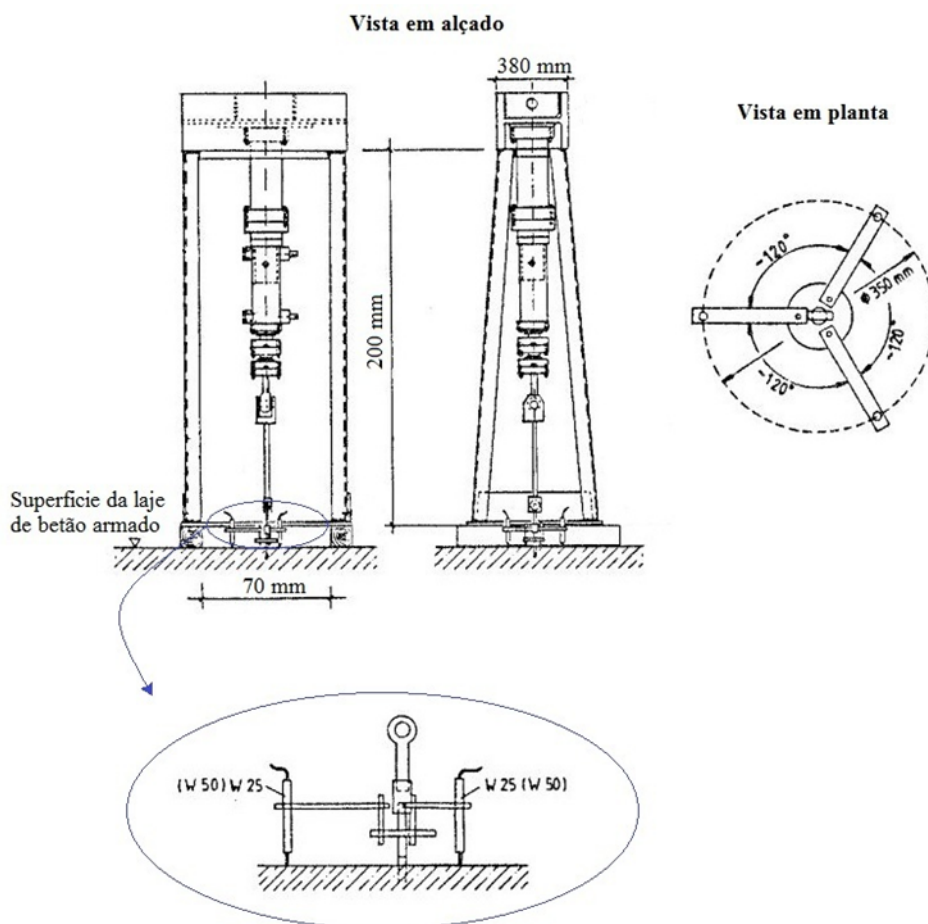


Figura 3.8 – Esquema do sistema de ensaio de arrancamento

3.5. CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS

Os materiais utilizados nos ensaios experimentais foram o betão e o aço. Estes materiais foram caracterizados recorrendo a ensaios a amostras dos materiais utilizados. O betão foi sujeito a ensaios de compressão e *splitting* em provetes cúbicos de 200 mm de aresta, para obter-se a resistência à compressão e à tração, respectivamente. O aço foi submetido a ensaios à tração, Furche (1994) [40].

Betão

Através dos referidos ensaios, obtiveram uma resistência do betão à tração, f_{ctm} , de 2,28 MPa e à compressão, $f_{cm,200}$, de 28,7 MPa. O módulo de elasticidade do betão, E_c , determinou-se de acordo com a equação 3.3., sugerido pela NP EN 1992-1-1, assumindo que os agregados utilizados

tenham origem calcária. O cálculo da energia de fractura obteve-se de acordo com a expressão 3.4 retirada do MC1990 [5]

$$E_c = 9.923 \times f_{cm}^{0.3} \quad (3.3)$$

$$G_f = G_{f0} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right) \quad (3.4)$$

em que:

- G_{f0} é energia de fractura de referência;
- f_{cm0} é o valor médio de referência da resistência à compressão do betão.

No quadro 3.1 será apresentado em síntese todos os valores correspondentes às características mecânicas do betão para provetes cúbicos de 200 mm de aresta.

Quadro 3.1 – Propriedades do betão

f_{ctm} (MPa)	f_{cm} (MPa)	E_c (GPa)	G_f (MN)
2,28	28,7	25,69	$7,146 \times 10^{-5}$

Aço

Apresenta um módulo de elasticidade de 200 GPa. As ancoragens são constituídas por varões lisos, de forma a diminuir a aderência com o betão, com diâmetro de 12mm. A cabeça da ancoragem é definida por os 12 mm do varão mais duas vezes o valor da variável a .

3.6. DESCRIÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS

Foram efectuados diferentes modelos numéricos com diferentes tamanhos da cabeça da ancoragem, ou seja, diferenciando o valor de a , Figura 3.7, à semelhança do efectuado por Furche (1994) [40]. Os modelos com o valor de a igual a 4 mm, 3 mm, 2 mm e 1 mm, foram designados de RS4, RS3, RS2, RS1 respectivamente.

Geometria

O bloco de betão armado e a ancoragem apresentam simétrica nas duas direcções, considerando o eixo do referencial o centro da ancoragem. Desta forma, apenas se modelou um quarto do bloco de betão armado e da ancoragem, com as devidas restrições de fronteira nas superfícies de simetria, de modo a simplificar e acelerar as análises numéricas, figura 3.9. Foi efectuado uma correlação do perímetro circular da ancoragem para rectangular, visto não ser possível, para as dimensões necessárias, o *software* ATENA 3D gerar a malha a partir do perímetro circular. A malha foi discretizada da seguinte forma: na zona mais afastada e inferior à cabeça da ancoragem, com elementos do tipo “brick” de 8 nós com 20 mm de lado; Na ancoragem e no betão próximo desta, a malha foi modelada com elementos do tipo “Tetra” compostos por 4 nós, com 2 mm de lado e 12mm respectivamente, Figura 3.9, 3.10 e 3.11. Salientar ainda a necessidade de gerar um maior refinamento na zona de contacto entre a cabeça de ancoragem e o betão. Efectuou-se a diferenciação do refinamento no modelo porque nas zonas mais afastadas não é necessário tanta

precisão e facilita o processo computacional. Na figura 3.10 apresenta-se mais detalhadamente a zona do refinamento da ancoragem para o modelo RS4.

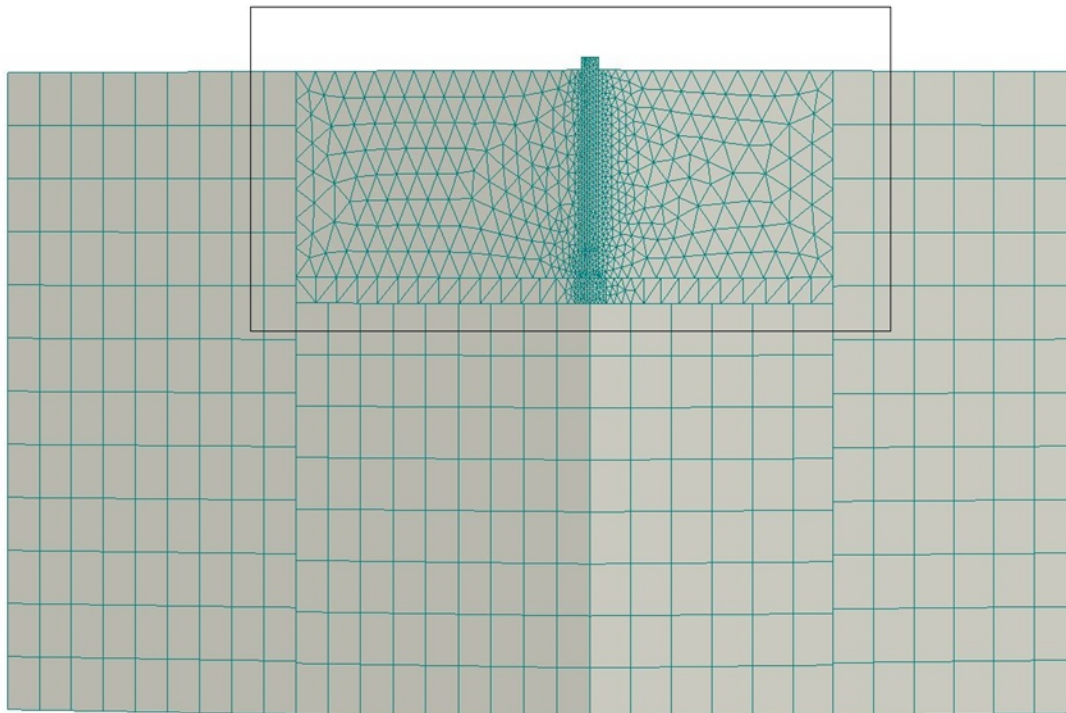


Figura 3.9 – Discretização da malha para o modelo RS4.

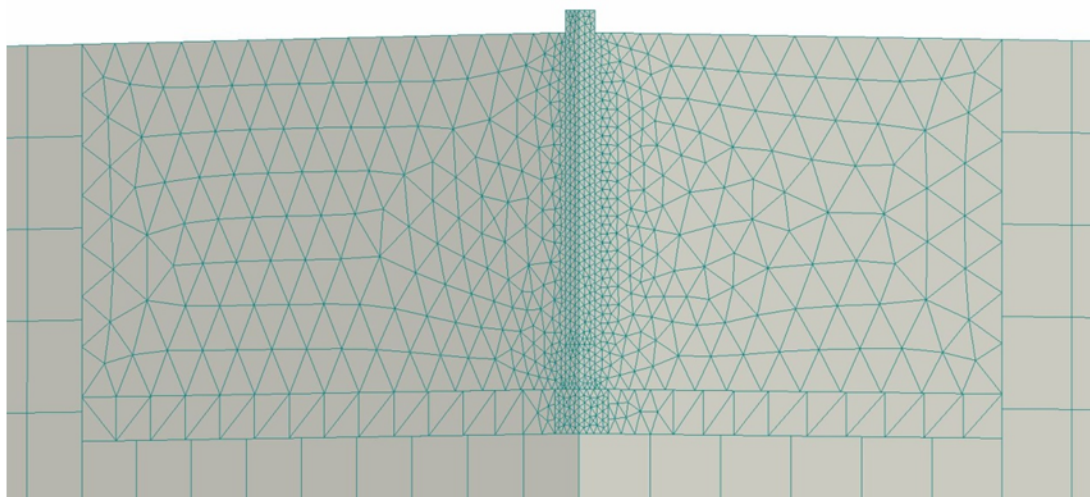


Figura 3.10 – Refinamento junto da ancoragem para o modelo RS4.

De modo a simular melhor o contacto entre o betão e a ancoragem, foram definidas algumas considerações. O varão de ligação à cabeça da ancoragem é liso, logo o atrito entre ambos será mínimo. Assim, definiu-se em três quartos do seu comprimento embebido no betão como “no connection”, ou seja, não havendo ligação entre os dois materiais. No restante comprimento definiu-se como “perfect connection”, de forma a simular o inevitável atrito entre betão e o varão. Para a cabeça de ancoragem, considerou-se “no connection” todas as suas superfícies em contacto com o betão, excepto a superior. Nessa superfície considerou-se um material de contacto que permitisse simular a transmissão de tensões e o atrito entre os dois materiais. Entre os contactos dos macro elementos do betão definiu-se como “perfect connection”.

Foi aplicado no nó central da ancoragem um deslocamento incremental ascendente, de valor igual a 0,1 mm, excepto para os 10 primeiros incrementos, com valor de 0,05 mm, figura 3.11.

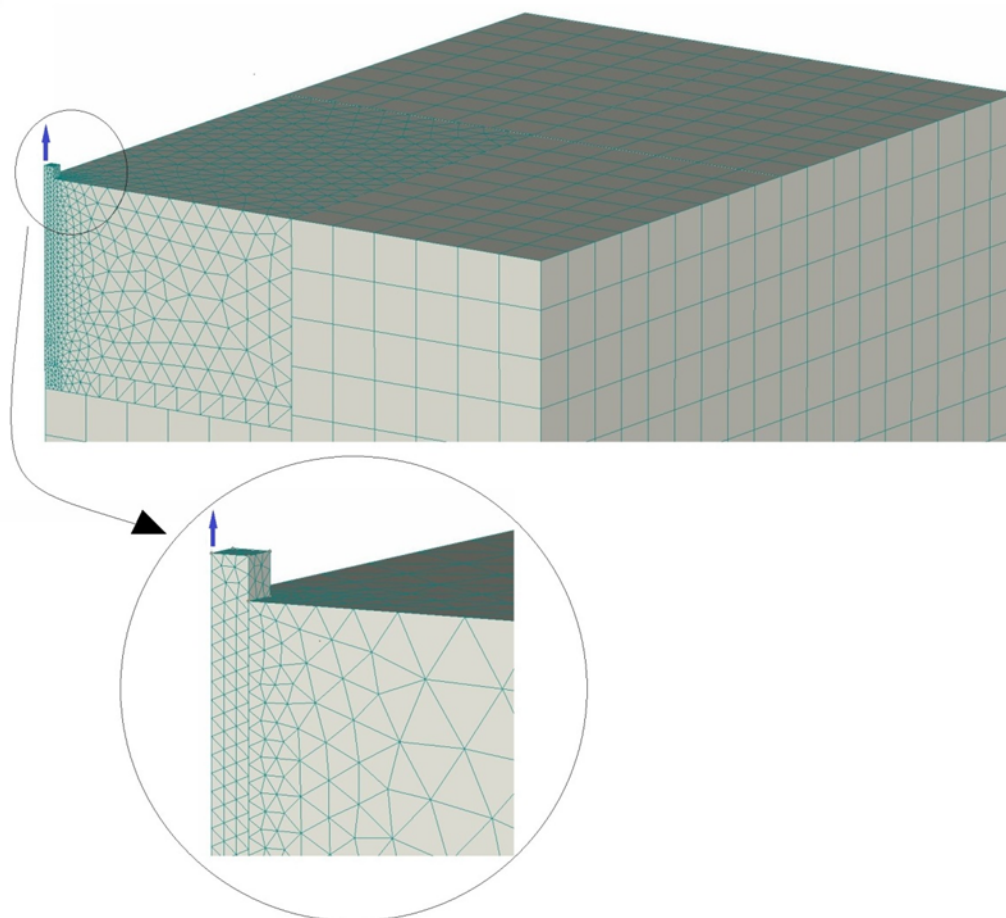


Figura 3.11 – Deslocamento imposto na ancoragem no modelo RS4.

Por fim, para uma possível comparação com os valores experimentais foi necessário efectuar uma monitorização do deslocamento e da carga verificada na ancoragem. Deste modo, monitorizou-se o mesmo ponto da aplicação do deslocamento.

3.7. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Da Figura 3.12 à Figura 3.15 observa-se o valor da capacidade de carga relativamente à formação do cone de betão de acordo com o respectivo deslocamento da cabeça da ancoragem, para diferentes valores do seu tamanho, obtidos nos ensaios experimentais e nos modelos numéricos.

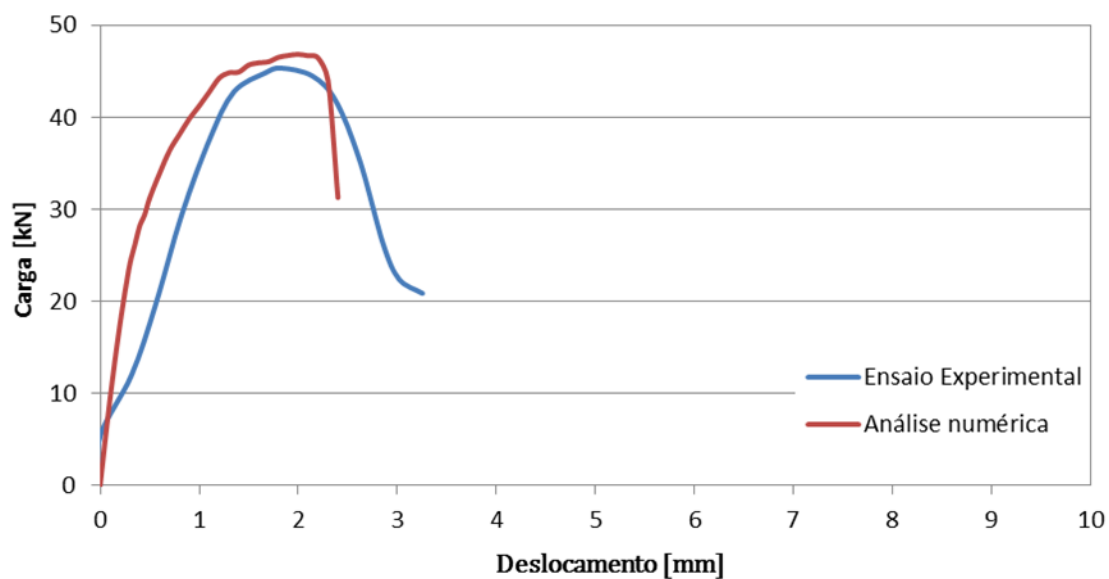


Figura 3.12 – Relação da carga - deslocamento da ancoragem, para o modelo RS4.

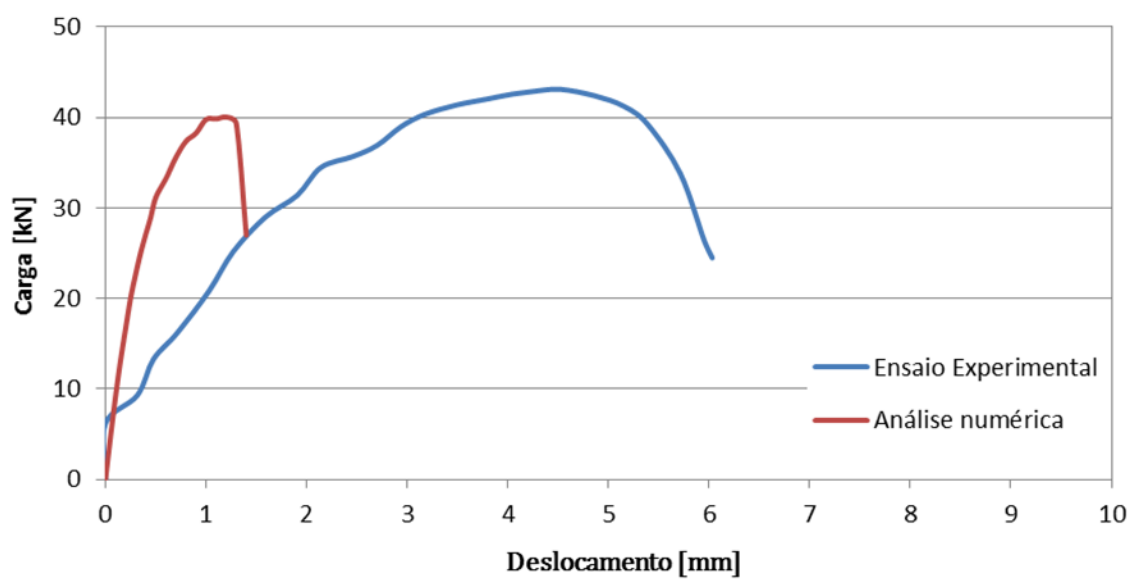


Figura 3.13 – Relação da carga - deslocamento da ancoragem, para o modelo RS3.

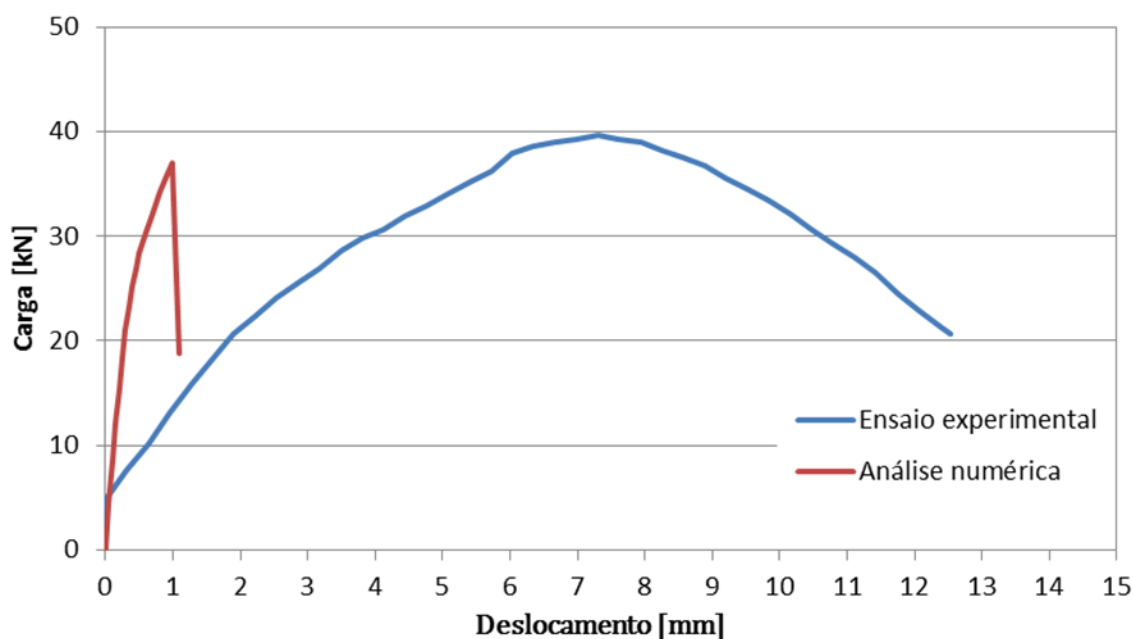


Figura 3.14 – Relação da carga - deslocamento da ancoragem, para o modelo RS2.

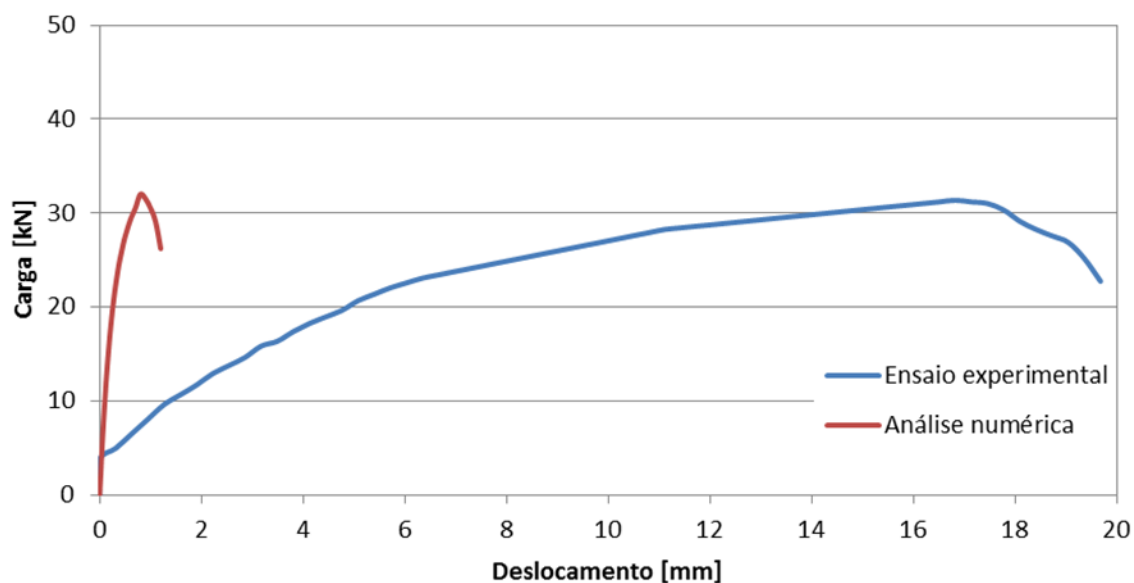


Figura 3.15 – Relação da carga - deslocamento da ancoragem, para o modelo RS1.

Ao analisar os gráficos observou-se que as cargas máximas dos modelos numéricos correspondem satisfatoriamente com os valores obtidos experimentalmente. No entanto verificou-se que ao diminuir a dimensão da cabeça de ancoragem o deslocamento foi-se afastando do obtido experimentalmente.

Para o modelo RS4 os resultados da carga e deslocamento correspondem, razoavelmente, ao verificado no ensaio experimental. Para o modelo RS3, como mencionado anteriormente, a carga máxima aproxima-se do valor registado experimentalmente, no entanto, o valor do deslocamento é bastante inferior ao esperado. Os restantes modelos, RS2 e RS1, parecem evidenciar esta discrepância do deslocamento para a carga máxima registada.

3.8. CONCLUSÕES

Constatou-se que estes modelos numéricos não conseguem prever correctamente o esmagamento do betão para os casos em que as ancoragens apresentam cabeças de menor dimensão, modelos RS3, RS2 e RS1. Contudo, quando o esmagamento do betão tem menor relevância, modelo RS4, os resultados são razoáveis.

Deste modo, para o estudo paramétrico pretendido o fenómeno do esmagamento é imprescindível. Concluiu-se, para estes modelos numéricos, o modelo de compressão do betão não tem capacidade de simular correctamente o esmagamento. Outra possível razão para alguma da diferença verificada entre os deslocamentos, deve-se ao facto do processo construtivo dos modelos experimentais, haja uma maior concentração de finos junto da cabeça da ancoragem.

4. ESTUDO ANALÍTICO

4.1. INTRODUÇÃO

O estudo analítico foi elaborado com recurso a um modelo de cálculo de base físico, $CSCT_E$, que consiste na junção de outros dois modelos de cálculo. Estes modelos são, o proposto por Furche (1994) [40], que estima a capacidade de carga relativamente à formação do cone de betão partindo da cabeça da ancoragem, N_u , e o proposto por Muttoni [48][50][59][31][51][49][61][30], que baseia-se nos conceitos do *Critical Shear Crack Theory*, com intuito de determinar a capacidade de carga de lajes fungiformes ao punçoamento com reforço transversal, V_R .

De modo a validar o modelo de cálculo proposto, os seus resultados comparar-se-ão com os obtidos em ensaios experimentais.

Por fim, efectuou-se um estudo paramétrico com o respectivo modelo de cálculo, variando a dimensão da cabeça de ancoragem e o seu posicionamento, simultaneamente, com alternância de características mecânicas que definem os modelos de laje. Estes resultados foram comparados com a norma dos Eurocódigo 2 [26] e com o modelo $CSCT$.

Com realização desta análise, abordar-se-á os vários tipos de rotura inerentes às lajes fungiformes. Deste modo, de forma a simplificar o texto, a seguinte nomenclatura será adoptada neste capítulo. Rotura com formação de cone de punçoamento dentro da zona de reforço delimitada pelo perímetro de controlo, rotura com formação do cone de punçoamento fora da zona com reforço transversal, rotura da armadura longitudinal de flexão e rotura por esmagamento na zona do pilar, será definido como rotura por dentro, por fora, por flexão e por esmagamento, respectivamente.

O modo de rotura relevante para o modelo de cálculo proposto é a rotura por dentro, assim sendo, simplificadamente, o grupo dos restantes modos de rotura serão definidos como os outros modos de rotura.

4.2. MODELO $CSCT_E$

O modelo físico proposto consiste num processo iterativo que conjuga dois modelos de base físico, para o cálculo da capacidade de carga ao punçoamento tendo em conta o tamanho da cabeça de ancoragem. Estes modelos correspondem ao método proposto por Muttoni [49], denominado no trabalho por $CSCT$ (secção 2.4), e do comportamento das ancoragens sujeitas ao arrancamento (secção 2.5). Os cálculos do modelo físico, $CSCT_E$, serão dividido em duas fases, primeiramente é determinada a carga da armadura de reforço transversal e a segunda fase consiste na determinação da capacidade de carga da laje fungiforme ao punçoamento.

1ª Fase de cálculo – $V_{R,s}$

Inicialmente é necessário determinar o deslocamento das cabeças da ancoragem das armaduras de reforço da laje fungiforme. Para o seu cálculo é necessário conhecer a tensão imposta no betão na zona de contacto entre o betão e a cabeça da ancoragem, equação 4.3.

$$\sigma_{\text{contacto}} = \frac{N_s}{A_{\text{contacto}}} \quad (4.1)$$

Em que N_s é a capacidade de carga da ancoragem, definida segundo a equação 4.4, e a A_{contacto} corresponde à área de contacto entre a superfície inferior da cabeça de ancoragem e o betão, equação 4.5.

$$N_s = \sigma_s \cdot A_{sw} \quad (4.2)$$

$$A_{\text{contacto}} = \frac{\pi \cdot [(d_f + 2 \cdot a)^2 - d_f^2]}{4} \quad (4.3)$$

Onde a σ_s corresponde à tensão de tração da armadura de reforço transversal, determinada de acordo com equação 4.6, e A_{sw} é a área transversal do respectivo material. O valor d_f é a dimensão do furo efectuado na laje e o valor a corresponde à largura da cabeça de ancoragem em contacto com betão, definido na figura 4.2.

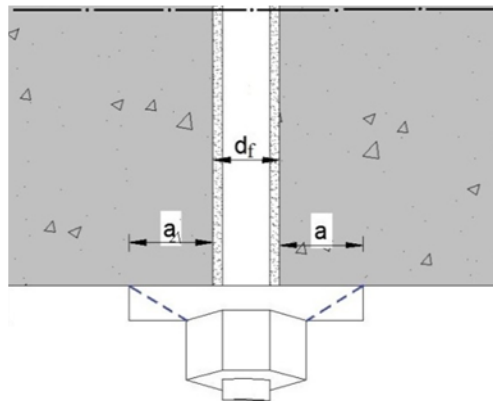


Figura 4.1 – Pormenorização de uma das extremidades da cabeça de ancoragem

Através da equação 4.4 verifica-se que a capacidade de carga das ancoragens depende directamente da sua tensão à tração e esta é influenciada por o alongamento do varão. Deste modo, devido ao esmagamento do betão e consequente deslocamento das cabeças da ancoragem, ocorre uma diminuição do alongamento do varão provocado pela abertura de fenda. Assim sendo, subtrai-se ao valor da abertura da fenda os deslocamentos da cabeça da ancoragem no topo e na base da laje fungiforme, resultando a equação 4.6.

$$\sigma_s = \frac{E_s \cdot (w - s_{\text{topo}} - s_{\text{base}})}{l_s} \quad (4.4)$$

Em que E_s é o módulo de elasticidade do aço da ancoragem, w é a abertura da fenda na zona crítica de compressão, determinada segundo a equação 4.7, e s_{topo} e s_{base} é o deslocamento verificado por a cabeça da ancoragem no topo e na base da laje fungiforme, respectivamente, calculada de acordo com a equação 2.33 na secção 2.5. A parcela $(w - s_{\text{topo}} - s_{\text{base}})$ da equação 4.6 corresponde ao alongamento verificado no varão da ancoragem, Figura 4.2.

$$w = 0.5 \cdot \psi \cdot \cos(\alpha) \cdot l_{\text{Afast.}} \quad (4.5)$$

Onde ψ corresponde à rotação apresentada por a laje, α é o angulo formado entre a formação do cone de punçoamento e a horizontal e $l_{\text{Afast.}}$ é definido pela distância horizontal entre o alinhamento do varão de reforço transversal e as faces do pilar.

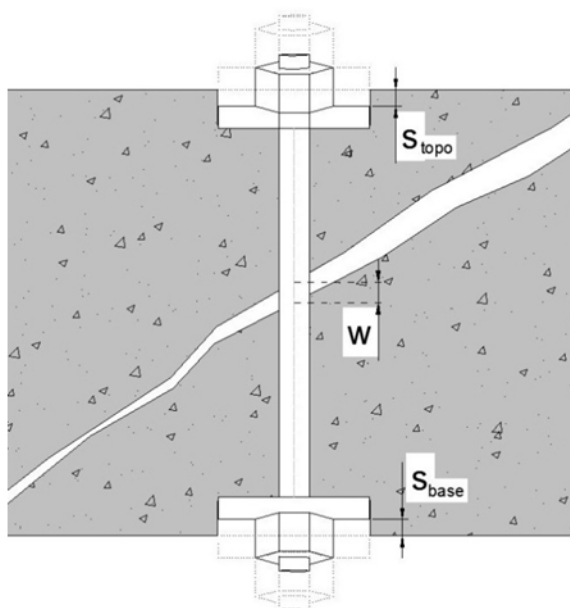


Figura 4.2 – Pormenorização da intersecção da abertura de fenda com a ancoragem

Por fim, como foi referido na secção 2.5, o cálculo da capacidade de carga à formação do cone no betão a partir da cabeça de ancoragem, N_u , é determinado segundo a equação 2.32. Os valores de α adoptados nos cálculos são de 12.6 e 16.8 para o betão fendilhado e não fendilhado, respectivamente.

Relativamente à equação 2.32, a altura inicial da ancoragem, h_{ini} , numa laje fungiforme, é a distância vertical desde a cabeça de ancoragem em contacto com betão até à intersecção do varão com a fenda de punçoamento. Caso a cabeça de ancoragem esteja embebida no betão, esta altura inicial diminui consoante o posicionamento da mesma, como se pode observar na figura 4.4.

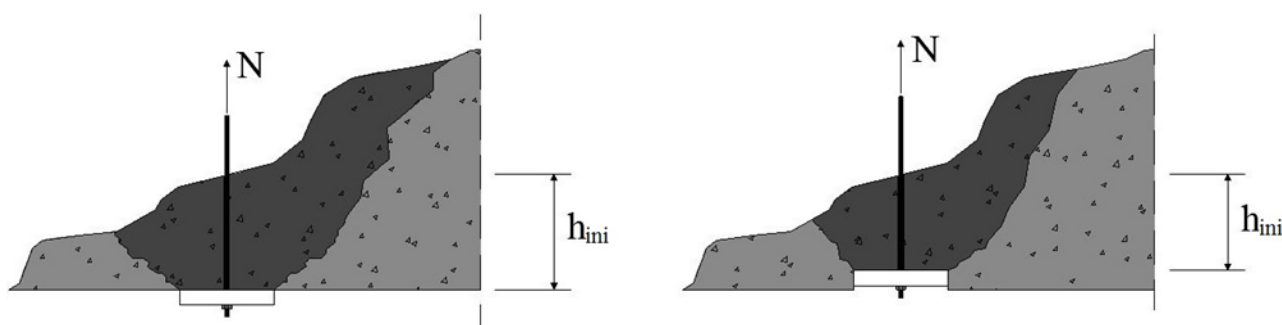


Figura 4.3 – Altura efectiva para uma laje fungiforme

É relevante referir o comportamento adoptado para a cabeça da ancoragem. Para os modelos de laje em estudo, esta é constituída por anilhadas e ajustada por porcas. De forma a simplificar os processos de cálculo, considerou-se que as anilhas apresentam um comportamento rígido, ou seja, as forças de compressão transmitidas por as porcas tem uma direcção de 45° com a horizontal. Deste modo, para efeitos de cálculo, a dimensão a apenas é considerada até à área abrangida por a escora, como se pode verificar na figura 4.5.

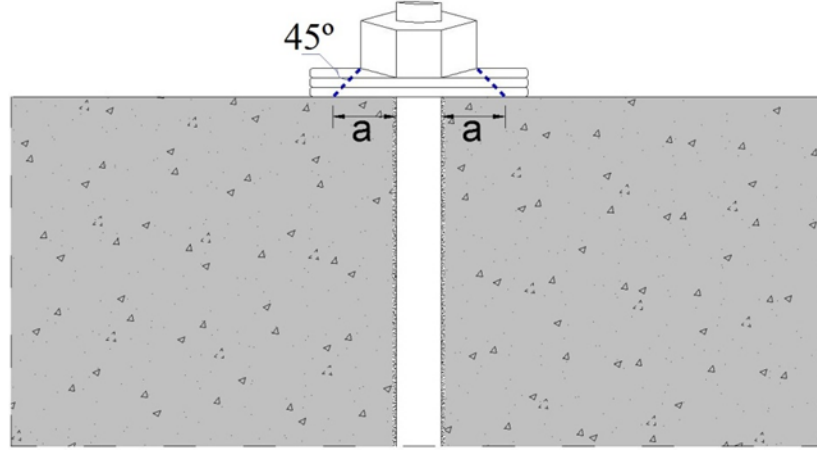


Figura 4.4 – Escora de compressão considerada nas anilhas da cabeça de ancoragem

O intuito desta primeira fase dos cálculos é perceber se ocorrerá uma rotura localizada por formação de um cone de betão, caso contrário, determinar-se a contribuição da capacidade de carga das armaduras de reforço transversal, V_{rs} , tendo em consideração o esmagamento do betão na zona da cabeça da ancoragem.

Deste modo, recorreu-se a um processo iterativo, determinando-se o valor da capacidade de carga à formação do cone de betão, N_u , e da armadura de reforço transversal, N_s , na base e no topo da laje fungiforme.

- Para o cálculo de N_u , recorreu-se à equação 2.32 da secção 2.5.
- De forma a determinar-se o valor de N_s , substituiu-se os deslocamentos no topo e na base da cabeça da ancoragem (equação 2.33, secção 2.5) na equação da tensão à tração das ancoragens (equação 4.6), resultando a equação 4.8. Substituindo, por fim, a equação 4.8 na equação 4.4, resulta a capacidade de carga nas ancoragens, equação 4.9.

$$\sigma_s = \frac{E_s}{l_s} \cdot \left[w - \left(\frac{\sigma_{\text{contacto}}}{f_{cm,200}} \right)^2 \cdot \left(\left\{ \frac{k_A \cdot k_a}{c_1} \right\}_{\text{topo}} + \left\{ \frac{k_A \cdot k_a}{c_1} \right\}_{\text{base}} \right) \right] \quad (4.6)$$

$$N_s = \frac{E_s}{l_s} \cdot \left[w - \left(\frac{\sigma_{\text{contacto}}}{f_{cm,200}} \right)^2 \cdot \left(\left\{ \frac{k_A \cdot k_a}{c_1} \right\}_{\text{topo}} + \left\{ \frac{k_A \cdot k_a}{c_1} \right\}_{\text{base}} \right) \right] \cdot A_{sw} \quad (4.7)$$

Concluindo, faz-se a comparação entre os valores de N_u e de N_s , para a base e o topo da laje fungiforme. Se o valor de N_u for superior ao N_s então é considerada a contribuição das ancoragens, caso contrário, a sua contribuição é desprezada.

2ª Fase de cálculo – V_{Rm}

Nesta fase, determina-se a capacidade de carga da laje fungiforme ao punçoamento recorrendo ao modelo físico CSCT, igualmente obtido através de um processo iterativo. Os cálculos efectuaram-se recorrendo a expressões definidas para valores médios das características dos materiais, obtendo-se assim, resultados mais próximos dos observados experimentalmente, Muttoni [49][61][30].

O valor médio da capacidade de carga ao punçoamento para pilares centrados em lajes fungiformes sem armadura de reforço transversal, V_{Rc} , é estimado pela equação 2.19.

Para o cálculo da rotação da laje fungiforme, ψ , considerou-se o nível de aproximação III, referido na secção 2.2. Para este nível de aproximação é necessário o cálculo do V_{flex} para cada caso particular. Tendo em conta as dimensões dos modelos e posicionamento dos apoios, determina-se o seu valor de acordo com a equação 4.1, segundo Muttoni [61].

$$V_{flex} = \frac{4 \cdot m_{Rm}}{r_q \cdot (\cos(\pi/8) \cdot \sin(\pi/8)) - C} \cdot \frac{B^2 - B \cdot C - C^2/4}{B - C} \quad (4.8)$$

Em que:

- m_{Rm} corresponde ao momento resistente médio da laje;
- r_q é a distância entre o centro do pilar e a aplicação da carga, Figura 4.5;
- B é a largura da laje, Figura 4.5;
- C é a largura do pilar, Figura 4.5.

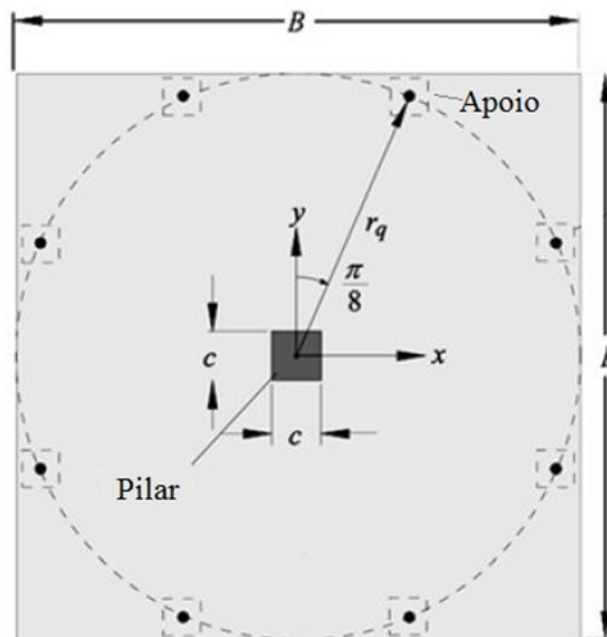


Figura 4.5 – Geometria de um modelo de laje e esquema do ensaio, vista em planta. Muttoni [61]

A parcela da equação 4.1, $r_q \cdot (\cos(\pi/8) \cdot \sin(\pi/8))$, pode ser substituída por a componente horizontal, x , e vertical, y , da resultante r_q , Figura 4.5.

Para lajes fungiformes com varões pós-instalados a capacidade de carga ao punçoamento é estimada de acordo com o menor valor obtido para os diferentes modos de rotura, mencionados anteriormente na secção 2.2, equação 4.2.

$$V_R = \min(V_{R,crush}; V_{R,in}; V_{R,out}) \quad (4.9)$$

Em que:

- $V_{R,crush}$ é a rotura por esmagamento na zona do pilar;
- $V_{R,in}$ corresponde à rotura por punçoamento dentro da zona com armadura específica ao punçoamento;
- $V_{R,out}$ quando a rotura por punçoamento ocorre fora da zona com armadura específica ao punçoamento.

Quando o valor da capacidade de carga ao punçoamento, V_R , é superior à resistência de flexão da laje fungiforme, V_{flex} , o modo de rotura verificado é por flexão, mencionado na secção 2.2.

Rotura com formação do cone de punçoamento dentro da zona de reforço transversal, $V_{R,in}$

Para que ocorra a solicitação das armaduras de reforço é necessário que a formação do cone de punçoamento intersekte esta zona de reforço. Deste modo, este modo de rotura é o mais relevante para o estudo pretendido.

O cálculo da capacidade de carga é obtida de acordo com a equação 2.21 ,apresentado na secção 2.2 do trabalho. Quando o valor da carga e da rotação se intersectam obtém-se os respectivos valores no instante da rotura da laje fungifome, figura 4.6.

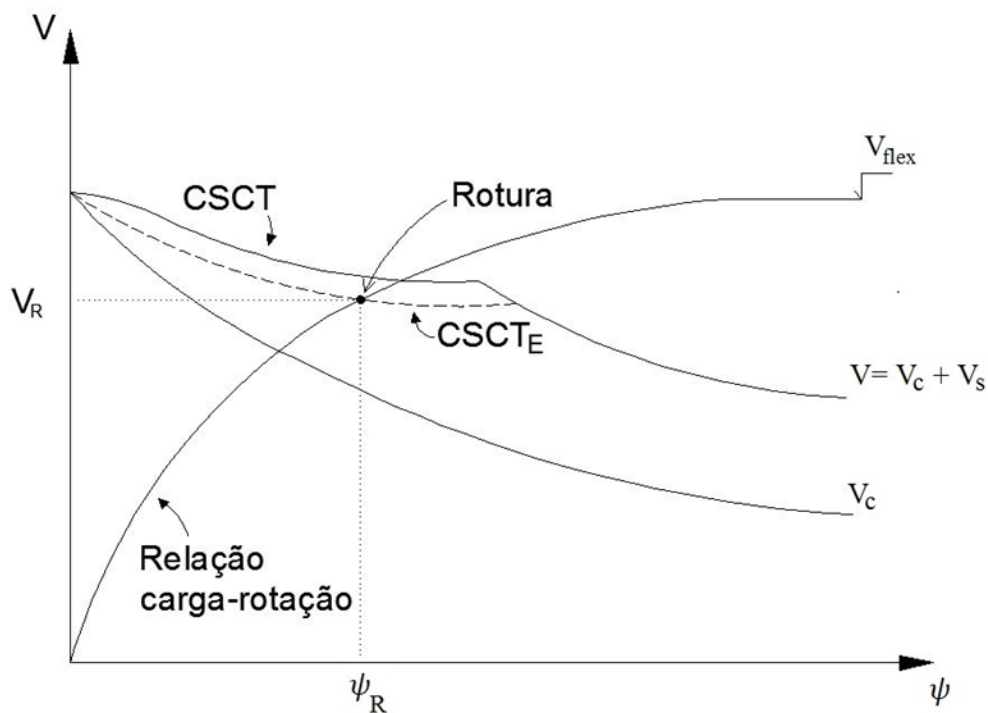


Figura 4.6 – Cálculo da capacidade de carga de lajes fungiformes e a respectiva rotação no momento da rotura, pelo CSCT_E

4.3. ENSAIOS EXPERIMENTAIS

Com decorrer dos anos, a realização de ensaios experimentais para lajes fungiformes reforçadas transversalmente por introdução de varões, tem motivado um maior interesse de diversos autores. Apresenta-se por ordem cronológica, alguns dos ensaios experimentais realizados até hoje.

Será apresentado uma breve descrição dos modelos experimentais para cada autor, descrevendo os principais procedimentos e considerações adoptadas. Para percepção do método de aplicação de carga na laje e a localização dos seus apoios, fez-se também, uma breve descrição do modelo do ensaio de carga.

A caracterização mecânica do material empregue nos modelos de laje, obtiveram-se recorrendo a ensaios experimentais de amostras proveniente das lajes fungiformes. Deste modo, no betão efectuaram-se ensaios de compressão e para o aço ensaios de tração, até à rotura dos materiais. Concluindo, apresenta-se o resumo das principais características mecânicas necessárias para o presente trabalho.

Por fim, será descrito os modos de rotura exibidos por os diferentes modelos de laje ensaiados por os diversos autores.

4.3.1. Ramos (1995)

Ramos [55] realizou dois modelos de lajes fungiformes maciças com iguais dimensões, definidas em planta com uma área de $2,0 \times 2,0 \text{ m}^2$ e com $0,10 \text{ m}$ de espessura. As lajes foram reforçadas ao punçoamento com parafusos pré-esforçados que atravessam toda a espessura da laje. De modo a distribuir a força de pré-esforço na laje, foram aplicadas placas metálicas de ancoragem nas superfícies superior e inferior. O elemento para aplicação da força ao modelo consistiu numa placa de aço de dimensões de $0,20 \times 0,20 \text{ m}^2$. A armadura longitudinal superior da laje é constituída por uma malha quadrada de $\varnothing 10/0,075 \text{ m}$, e a inferior por uma malha quadrada de $\varnothing 6/0,20 \text{ m}$.

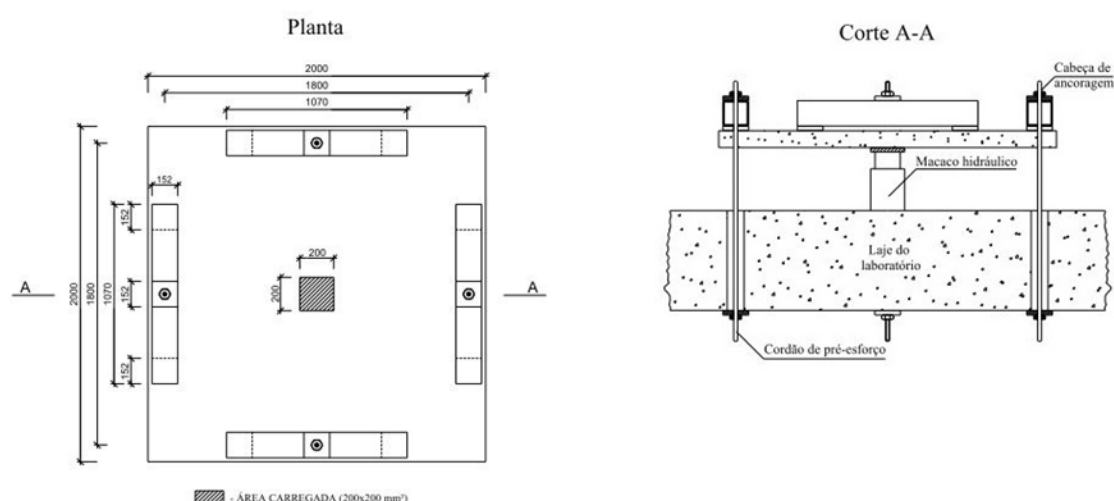


Figura 4.7 – Esquema do ensaio e geometria dos dois modelos ensaiados por Ramos, PR1 e PR2. Ramos [55].

Os modelos foram carregados até atingir uma carga de 70% da prevista para a rotura de uma laje fungiforme sem reforço transversal, de forma atingir uma fendilhação aceitável de flexão. O

reforço foi executado recorrendo à furação vertical para a consequente colocação dos parafusos. Os parafusos foram ancorados nas faces da laje com uma chapa de aço quadrada de dimensão 100x100 mm com 12.7 mm de espessura. A disposição dos parafusos de reforço com as respectivas distâncias está ilustrado na figura 4.8, vista em planta, para o modelo PR1 e PR2.

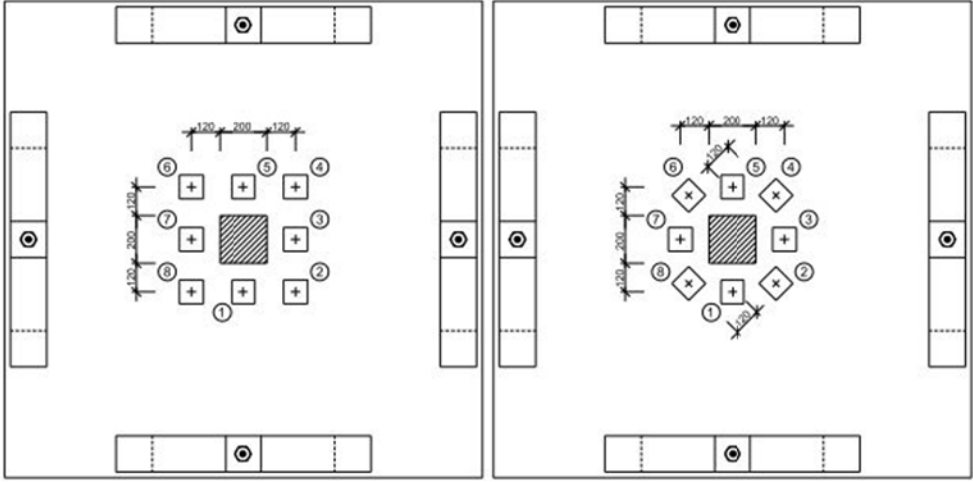


Figura 4.8 – Disposição do reforço para os modelos PR1 e PR2, respectivamente. Ramos [55]

As características mecânicas do material utilizado nos dois ensaios de laje e a respectiva rotação no momento de rotura apresentam-se em síntese no Quadro 4.1.

Quadro 4.1 – Resumo das características mecânicas do material e a rotação do modelo de laje na rotura

Modelo	Betão		Aço				ψ
	fcm [MPa]	Ancoragem		Armadura longitudinal			
		f _{yd} [MPa]	E _s [GPa]	f _{yd} [MPa]	E _s [GPa]	ρ [%]	
PR1	32.50	509	200	575	200	1.34	0,03389
PR2	32.00	509		575		1.34	0,02470

Os valores da rotura para as modelos de lajes ensaiadas por Ramos (1995) são de 240.1 kN e 250.0 kN, para os modelos PR1 e PR2, respectivamente. Relativamente aos modos de rotura, em ambos os modelos de laje, o cone de punção intersectou as armaduras de reforço transversal.

4.3.2. Adetifa e Polak (2005)

Adetifa e Polak [1] realizaram uma investigação para seis modelos de laje fungiforme maciça, de dimensão quadrada de 1.80 m de lado e 0.12 m de espessura, com o objectivo de estudar o comportamento ao punção, variando o número de perímetros de reforço com alternância de aberturas junto ao pilar (70x70 mm), figura 4.9. No quadro 4.1 apresenta-se um resumo dos diferentes modelos ensaiados. As aberturas na laje tem a intenção de simular situações correntes de obra, que é necessário abrir carotes para passagem de tubagens em geral. O reforço efectuou-se através da introdução de parafusos ao longo de toda a espessura, ancorados na sua extremidade

com chapas de aço de grandes dimensões, ajustado com parafuso, de forma hexagonal, com 44 mm de diâmetro e 10 mm de espessura.

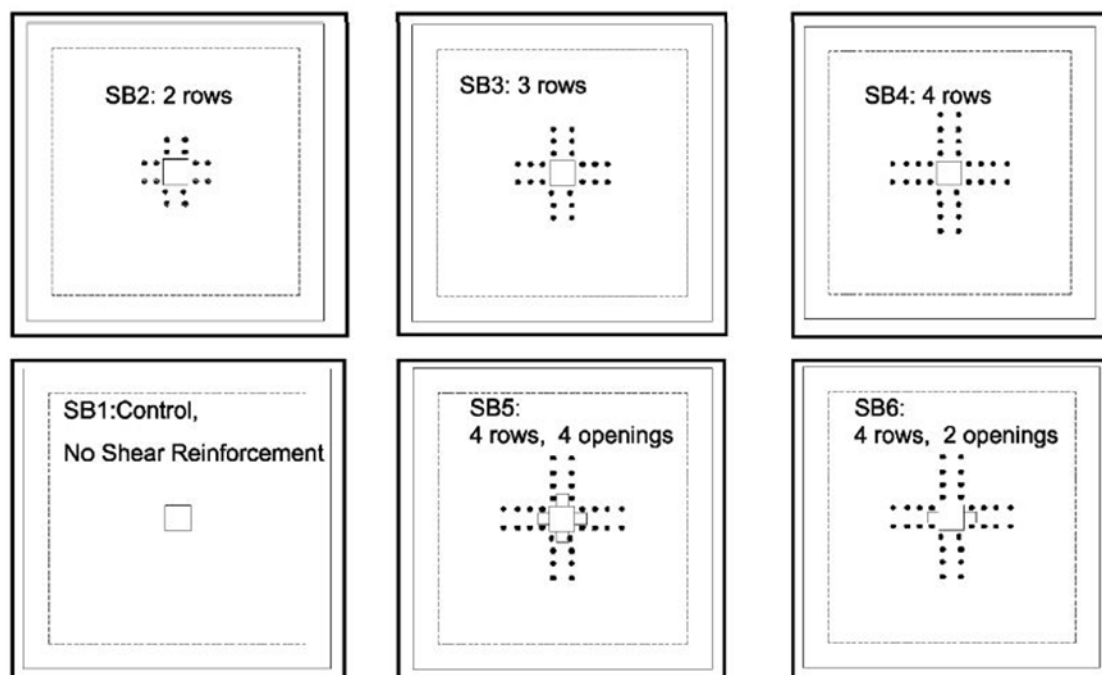


Figura 4.9 – Representação dos modelos de laje ensaiados por Adetifa e Polak

Quadro 4.2 – Caracterização dos diferentes modelos de laje realizados por Adetifa e Polak

Modelo	Reforço	Parafuso de reforço
AP1	Sem reforço	M10
AP2	2 perímetros de reforço	
AP3	3 perímetros de reforço	
AP4	4 perímetros de reforço	
AP5	4 perímetros de reforço + 4 aberturas	
AP6	4 perímetros de reforço + 2 aberturas	

Do modelo AP1 ao AP4, o primeiro perímetro de reforço foi colocado aproximadamente a 50 mm da face do pilar. Para os modelos AP5 e AP6, o primeiro perímetro de reforço foi efectuado a 35 mm da face exterior da abertura na laje. A execução dos restantes perímetros foi definido de igual modo para todos os modelos, com um espaçamento de 80 mm entre eles.

Os suportes dos modelos de laje foram colocados no perímetro a tracejado, representado na figura 4.10, com configuração quadrada de lado 1.50 m. Os modelos de laje foram ensaiados ao contrário, aplicando-se um deslocamento de cima para baixo com recurso ao macaco hidráulico, verificado no esquema do sistema de ensaio ilustrado na figura 4.11. A armadura longitudinal de flexão foi dimensionada de igual forma para todas as lajes, com a sua disposição representada na figura 4.10.

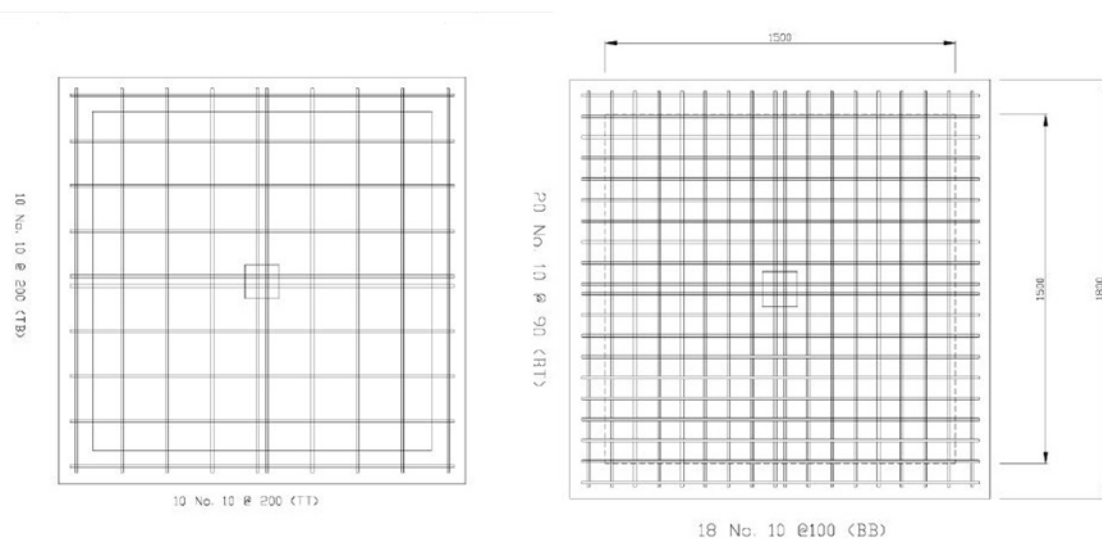


Figura 4.10 – Geometria e distribuição da armadura longitudinal

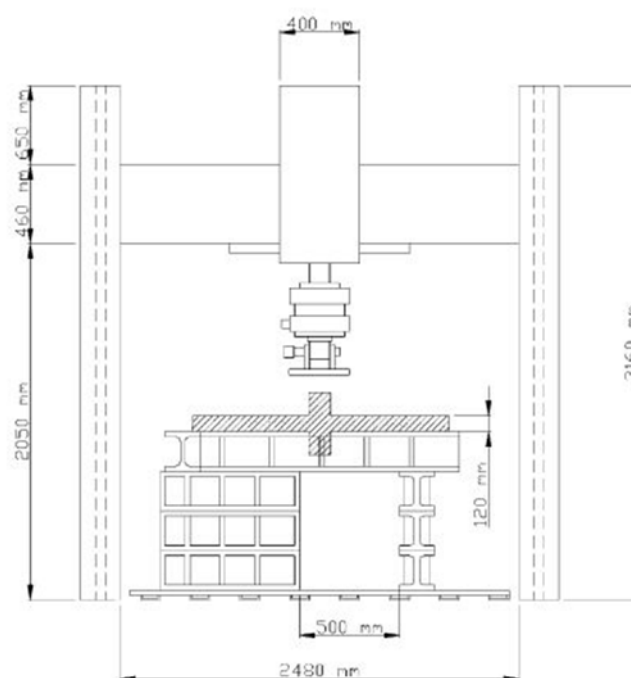


Figura 4.11 – Esquema do Sistema de ensaio

No quadro 4.3 apresenta-se algumas das propriedades mecânicas referentes aos materiais utilizados nos ensaios experimentais.

Quadro 4.3 – Propriedades mecânicas dos materiais utilizados nos modelos de laje ensaiadas por Adetifa e Polak

Modelo	Betão		Aço			
	f_{cm} [MPa]	Ancoragem		Armadura longitudinal		
		f_{yd} [MPa]	E_s [GPa]	f_{yd} [MPa]	E_s [GPa]	ρ [%]
AP1	44					
AP2	41					
AP3	41	381	200	455	200	0.83
AP4	41					
AP5	44					
AP6	44					

No quadro 4.4 apresenta-se a carga máxima, a rotação no momento da rotura e o seu modo de rotura.

Quadro 4.4 – Resumo da capacidade de carga ao punçoamento e respectiva rotação e o correspondente modo de rotura

Modelo	V_{exp} [kN]	ψ	Modo de rotura
AP1	253	0.0185	Cone de punçoamento
AP2	364	0.0255	Rotura por dentro e por flexão
AP3	372	0.0391	Flexão
AP4	360	0.0444	Flexão
AP5	353	0.0459	Flexão
AP6	363	0.0385	Flexão

4.3.3. Duarte (2008)

Duarte (2008) [27] efectuou ensaios a cinco modelos de laje fungiforme maciça, com intuito de estudar o reforço ao punçoamento, recorrendo à utilização de parafusos transversais pré-esforçados que atravessam toda a espessura da laje. Os modelos, em planta, apresentavam configuração quadrada com 1.80 m de lado e 0.12 m de espessura, figura 4.12. O pilar central foi simulado por uma placa de aço com dimensões de 0.20x0.20 m². As armaduras longitudinais de flexão foram dimensionadas de forma a obter uma rotura dos modelos por punçoamento, resultando, assim, uma malha quadrada de Ø10//0,075 m e Ø6//0,20 m para a face superior e inferior respectivamente. O recobrimento considerado foi de 20 mm para a face superior e de 10 mm para a face inferior. Para execução dos ensaios recorreu-se a um sistema constituído por 4 perfis metálicos, sob as quais estão colocadas oito placas de aço que apoiam na face superior do modelo de laje. As condições de fronteira do modelo são garantidas por quatro cordões de aço de alta resistência ancorados sobre os perfis metálicos e à laje de reacção do laboratório. O carregamento é obtido com auxílio de um macaco hidráulico situado na zona central do modelo que aplica a força na placa de aço. As disposições relativas às superfícies de apoio, em planta, e um esquema do sistema de ensaio, em alçado, apresentam-se na figura 4.12.

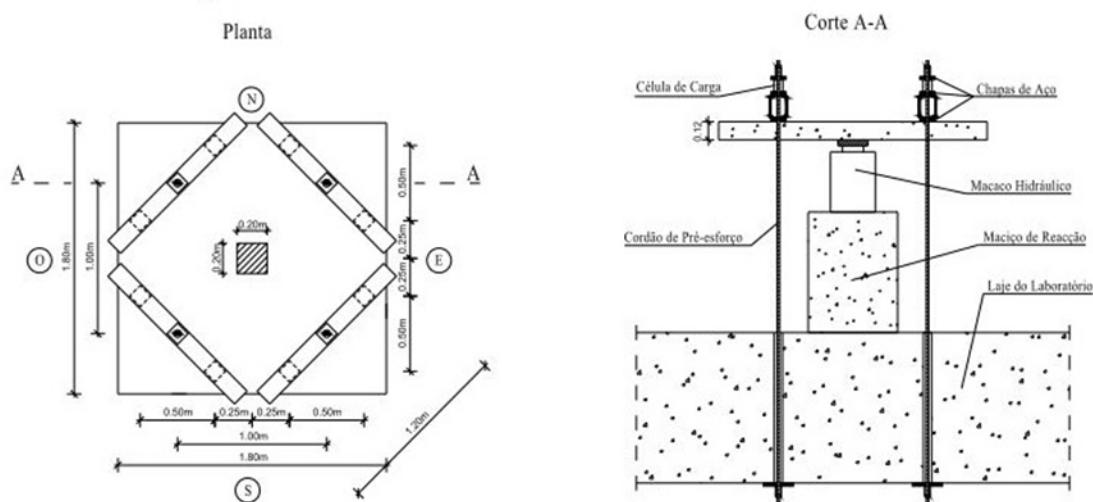


Figura 4.12 – Geometria do modelo e esquema do sistema de ensaio

Foi efectuado um modelo de referência, sem reforço transversal, carregado até à sua rotura. Os restantes modelos reforçados foram carregados previamente, com cerca de 60% da carga última verificada no modelo de referência, de modo a atingir um nível considerável de fendilhação por flexão.

No reforço foram adoptados três diferentes secções de parafusos com níveis diferentes de pré-esforço. Os parafusos foram definidos a partir de barras roscadas, de forma a facilitar a colocação dos extensómetros. A ancoragem foi colocada em dois parafusos em simultâneo, para ambas as faces da laje, constituídas por placas de aço com $150 \times 50 \times 4 \text{ mm}^3$. Na figura 4.13 está representado, em planta, a disposição das ancoragens e a localização dos parafusos de reforço. O perímetro interior e exterior de parafusos de reforço está situado a uma distância de 50 mm e 125 mm da face do pilar, respectivamente.

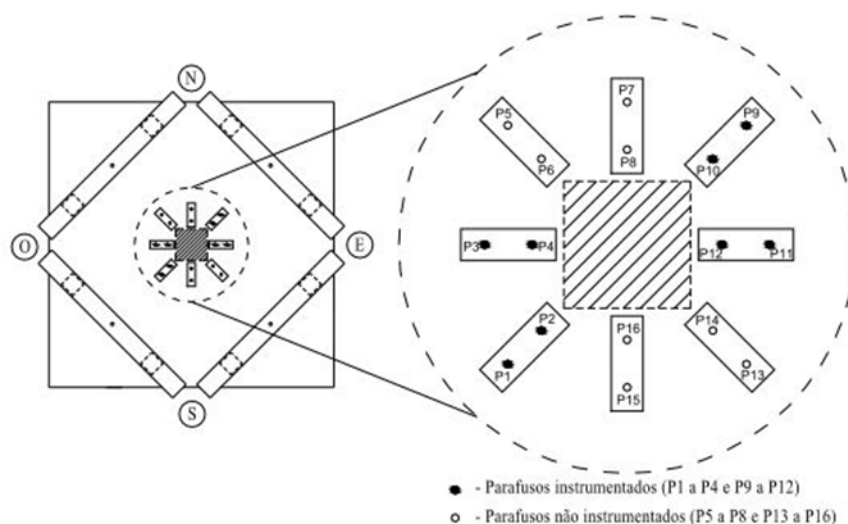


Figura 4.13 – Vista em planta da geometria de reforço dos modelos ensaiados por Duarte.

A caracterização mecânica dos materiais empregues nos modelos de laje realizado por Duarte estão representados no quadro 4.5.

Quadro 4.5 – Síntese das características mecânicas dos materiais utilizados e a rotação verificada na rotura

Modelo	Betão		Aço			
	f _{cm} [MPa]	Ancoragem		Armadura longitudinal		
		f _{yd} [MPa]	E _s [GPa]	f _{yd} [MPa]	E _s [GPa]	ρ [%]
ID1	39.30	-		467		1.20
ID2	41.90	534		467		1.25
ID3	47.70	421	200	467	200	1.17
ID4	47.70	523		467		1.16
ID5	47.80	523		467		1.12

No quadro 4.6 representa-se a carga máxima verificada para as lajes ensaiadas por Duarte (2008) [27], a força de pré-esforço aplicada aos parafusos, a rotação da laje no instante da rotura e os respectivos modos de rotura.

Quadro 4.6 – Resumo dos ensaios realizados para as lajes reforçadas por Duarte

Modelo	Parafusos de reforço	Força inicial média nos parafusos [kN]	V _{exp} [kN]	ψ	Modo de Rotura
ID1	-	-	269.0	0.012431	Sem reforço
ID2	M10	11.2	405.9	0.036647	Rotura por fora
ID3	M6	3.5	330.8	0.016089	Rotura por dentro
ID4	M8	5.9	380.7	0.030011	Rotura por fora
ID5	M8	1.4	366.3	0.032193	Rotura por dentro

4.3.4. Inácio (2010)

Inácio (2010) [38][28][37][39] realizou ensaios para modelos de laje de betão armado com dimensão quadrangular com 1.80 m de lado e 0.12 m de espessura. O modelo de ensaio e as dimensões dos modelos de laje são equivalentes aos usados por Duarte (2008). À semelhança do efectuado por Duarte (2008), dimensionou a armadura longitudinal de flexão de modo que a rotura da laje ocorre-se por punçoamento, alcançando uma malha quadrada de Ø10//0.075 m e Ø6//0.20 m para a face superior e inferior, respectivamente. O recobrimento da armadura inferior e superior adoptado foi aproximadamente de 10 mm e 20 mm, respectivamente.

Foi ensaiado um modelo de referência, sem armadura de reforço, até à rotura. Os restantes modelos efectuados foram inicialmente carregados até 60% da carga máxima registada no modelo de referência, de forma atingirem um nível aceitável de fendilhação por flexão.

Foram realizados modelos de laje de betão armado com diferentes modos de ancoragem do parafuso. No quadro 4.7 apresenta-se um resumo das características de cada modelo.

Quadro 4.7 – Caracterização dos diferentes modelos de reforço transversal

Modelo	Parafusos de reforço	Ancoragem
ID3	M6	Chapa de aço de grandes dimensões
ID4	M8	Chapa de aço de grandes dimensões
MI3	M6	Chapa de aço de pequenas dimensões, à superfície da laje
MI4	M8	Chapa de aço de pequenas dimensões, à superfície da laje
MI5	M6	Chapa de aço de pequenas dimensões, embutida no betão
MI6	M8	Chapa de aço de pequenas dimensões, embutida no betão

O sistema de ensaio adoptado para a sua execução é equivalente ao efectuado por Duarte (2008). Para a fixação das ancoragens aos parafusos, utilizou-se diferentes dimensões de chapa de aço para os diferentes modelos ensaiados. Nos modelos ID3 e ID4 usou-se uma chapa com 150x50x5 mm³, comum a dois parafusos. Nos modelos MI3 e MI4 adoptaram-se chapas circulares de 5.50 mm de espessura, 6.65 mm de diâmetro interior e 20.75 mm de diâmetro exterior. Por fim, nos modelos MI5 e MI6 utilizaram-se chapas também circulares, mas com 7.50 mm de espessura, 9.10 mm de diâmetro interior e 27.00 mm de diâmetro exterior. Na figura 4.14 está representado as dimensões da laje fungiforme e a disposição relativa dos parafusos de reforço.

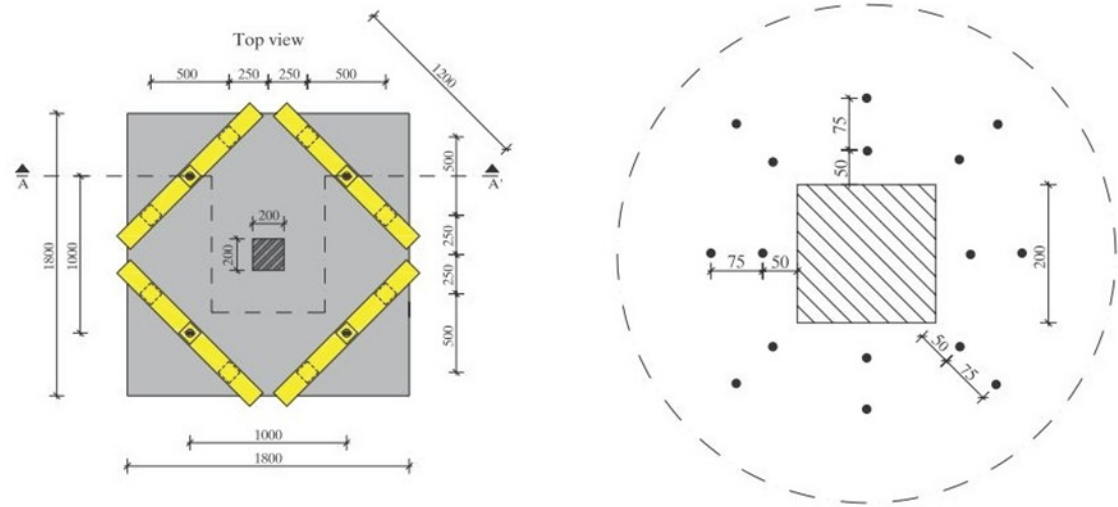


Figura 4.14 – Geometria da laje ensaiada e a disposição dos parafusos de reforço

No quadro 4.8, apresentam-se as características mecânicas dos materiais e as percentagens de armadura longitudinal, aplicadas aos modelos de laje reforçadas por Inácio.

Quadro 4.8 – Resumo das características mecânicas dos materiais utilizados nos modelos de laje

Modelo	Betão		Aço			
	f _{cm} [MPa]	Ancoragem		Armadura longitudinal		
		f _{yd} [MPa]	E _s [GPa]	f _{yd} [MPa]	E _s [GPa]	ρ [%]
ID3	47.7	421		467		1.17
ID4	47.7	523		467		1.16
MI3	36.3	530	200	529	200	1.15
MI4	38.7	587		529		1.11
MI5	26.8	530		529		1.15
MI6	26.8	587		529		1.15

Os resultados finais da rotação para a respectiva carga máxima e os modos de rotura correspondentes, estão apresentados no quadro 4.9.

Quadro 4.9 – Sumário das cargas e rotações verificadas na rotura

Modelo	Força inicial média nos parafusos [kN]	V _{exp} [kN]	ψ	Modo de Rotura
ID3	3.5	331.0	0.016089	Rotura por dentro
ID4	5.9	381.0	0.030011	Rotura por fora
MI3	2.7	328.6	0.022503	Rotura por dentro
MI4	5.5	352.3	0.025292	Misto de rotura por dentro e por fora
MI5	2.7	273.8	0.016996	Rotura por dentro
MI6	6.0	273.0	0.018372	Rotura por dentro

4.4. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Nesta secção será efectuada a comparação dos resultados entre os modelos de laje, mencionados na secção 4.3, e o modelo proposto, referido na secção 4.2, apresentado no quadro 4.10. Os dados comparados serão, a capacidade de carga ao punçoamento, a rotação verificado para no instante da rotura e os respectivos modos de rotura.

Para os ensaios da Adetifa e Polak (2005) [1], apenas compara-se os primeiros quatro modelos. Os modelos AP5 e AP6 apresentavam aberturas ao longo da sua espessura, logo mais variantes teriam que ser equacionadas para o modelo de cálculo, afastando-se assim do estudo pretendido.

Para as lajes que não apresentem armadura de reforço transversal, experimentalmente e/ou para efeitos de cálculo, será adoptada a seguinte nomenclatura: - Sem reforço.

Relativamente à estimativa da capacidade de carga de lajes fungiformes pelo CSCT_E, quando o reforço transversal está colocado fora da área delimitada por o perímetro de controlo b₀, despreza-se a sua contribuição para a capacidade de carga. Nos modelos de laje realizados por Ramos (1998) [55] e por Adetifa e Polak (2005) [1], aplica-se essas considerações. Para os modelos realizados por Ramos (1998), para efeitos de cálculo, contabiliza-se apenas a contribuição do betão (Sem reforço). No caso dos modelos de laje efectuados por Adetifa e Polak (2005) [1], para

os modelos reforçados, soma-se à resistência do betão apenas um perímetro de reforço transversal.

Quadro 4.10 – Comparação dos resultados obtidos experimentalmente e analiticamente

Modelo	V_{exp} [kN]	V_{Rm} [kN]	V_{exp}/V_{Rm}	ψ_{exp}	ψ_{teor}	ψ_{exp}/ψ_{teor}	Modo de rotura	
							Experimental	Calculado
PR1	240,10	193,97	1,24	0,03389	0,022809	1,49	Por dentro	Sem reforço
PR2	250,00	192,91	1,30	0,02470	0,022695	1,09	Por dentro	Sem reforço
AP1	253,00	248,37	1,02	0,01850	0,01773	1,04	Sem reforço	Sem reforço
AP2	364,00	272,44	1,34	0,02550	0,03921	0,65	Por flexão	Por flexão
AP3	372,00	272,44	1,37	0,03910	0,05312	0,74	Por flexão	Por flexão
AP4	360,00	272,44	1,32	0,04440	0,05312	0,84	Por flexão	Por flexão
ID1	269,00	268,85	1,00	0,012431	0,01711	0,73	Sem reforço	Sem reforço
ID2	405,00	297,76	1,36	0,036647	0,03698	0,99	Por fora	Por flexão
ID3	330,00	310,33	1,06	0,016089	0,02313	0,70	Por dentro	Por dentro
ID4	380,00	327,64	1,16	0,030011	0,03352	0,90	Por fora	Por flexão
ID5	366,00	339,90	1,08	0,032193	0,03178	1,01	Por dentro	Por flexão
MI3	328,00	300,41	1,10	0,022503	0,02056	1,09	Por dentro	Por dentro
MI4	352,30	352,46	1,00	0,025292	0,024006	1,05	Por dentro/fora	Por dentro
MI5	273,80	257,65	1,06	0,016996	0,019621	0,87	Por dentro	Por dentro
MI6	273,00	284,27	0,96	0,018372	0,022924	0,80	Por dentro	Por fora

4.5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Apresentar-se-á uma comparação dos os resultados obtidos experimentalmente, com os determinados recorrendo ao modelo de cálculo, CSCT_E, e com os estimados pelo CSCT [49][30] e pelo EC2 [26]. Para esta análise, é relevante o estado de solicitação das armaduras de reforço transversal e a sua contribuição para a capacidade de carga da laje fungiforme, deste modo, apenas os modelos de laje com rotura por dentro é que poderão ser comparados. Os respectivos modelos são o MI3, MI4, MI5 e o ID3.

No quadro 4.11, sintetizou-se os resultados dos referidos modelos de laje, que constam a capacidade de carga ao punçoamento, V_{Rm} , e o respectivo modo de rotura. Dividiu-se o seu valor pela parcela do betão e da armadura de reforço, exibindo-se a sua percentagem de contribuição.

Quadro 4.11 – Resumo dos resultados obtidos analiticamente e experimentalmente

Experimental							
Modelos	Modo Rotura	$V_{R,m}$	V_R		Contribuição		
			Betão	Reforço	Betão	Reforço	
MI3	Dentro da Zona de Reforço	328,00	231,20	96,80	70,49%	29,51%	
MI4	Dentro da Zona de Reforço	352,30	193,90	158,40	55,04%	44,96%	
MI5	Dentro da Zona de Reforço	273,80	189,00	84,80	69,03%	30,97%	
ID3	Dentro da Zona de Reforço	330,00	244,40	85,60	74,14%	25,86%	
CSCT_E							
Modelos	Modo Rotura	$V_{R,m}$	V_R		Contribuição		
			Betão	Reforço	Betão	Reforço	
MI3	Dentro da Zona de Reforço	300,41	238,41	61,71	79,36%	20,54%	
MI4	Dentro da Zona de Reforço	352,46	233,73	118,25	66,23%	33,63%	
MI5	Dentro da Zona de Reforço	257,65	202,08	55,67	78,85%	21,19%	
ID3	Dentro da Zona de Reforço	310,33	254,28	55,97	82,02%	17,96%	
CSCT							
Modelos	Modo Rotura	$V_{R,m}$	V_R		Contribuição		
			Betão	Reforço	Betão	Reforço	
MI3	Dentro da Zona de Reforço	305,86	235,39	70,46	76,96%	23,04%	
MI4	Dentro da Zona de Reforço	360,96	228,16	132,78	63,21%	36,78%	
MI5	Dentro da Zona de Reforço	272,40	201,88	70,46	74,11%	25,87%	
ID3	Dentro da Zona de Reforço	311,67	255,62	55,97	82,02%	17,96%	
EC2							
Modelos	Modo Rotura	$V_{R,m}$	V_R		Contribuição		
			Betão	Reforço	Betão	Reforço	
MI3	Dentro da Zona de Reforço	289,20	205,78	83,42	71,15%	28,85%	
MI4	Dentro da Zona de Reforço	353,60	211,32	142,28	59,76%	40,24%	
MI5	Dentro da Zona de Reforço	263,60	180,18	83,42	68,35%	31,65%	
ID3	Dentro da Zona de Reforço	305,10	221,81	83,29	72,70%	27,30%	

De seguida, apresenta-se a relação da contribuição da armadura de reforço transversal, entre os modelos experimentais e os modelos de cálculo. Como mencionado anteriormente, estes modelos são constituídos por dois perímetros de reforço. Nos modelos experimentais exibe-se a contribuição de cada perímetro e o seu somatório, resultando o respectivo valor total. No caso dos valores calculados, apresenta-se o valor total da contribuição das ancoragens. Por fim, realiza-se a diferença entre os valores verificados experimentalmente com os determinados analiticamente.

Quadro 4.12 – Contribuição da armadura de reforço transversal

Modelo	$V_{s,exp}$ [kN]			$V_{R,s}$ [kN]			$V_{s,exp}/V_{R,s}$		
	1º Perim.	2º Perim.	Total	CSCT_E	CSCT	EC2	CSCT_E	CSCT	EC2
MI3	51,2	45,6	96,8	61,71	70,46	83,42	1,57	1,37	1,16
MI4	90,4	68	158,4	118,25	132,78	142,28	1,34	1,19	1,11
MI5	49,6	35,2	84,8	55,67	70,46	83,42	1,52	1,20	1,02
ID3	44,8	40,8	85,6	55,67	55,97	83,29	1,54	1,53	1,03

De acordo com as relações verificadas, a norma do Eurocódigo 2 estima melhor os valores de contribuição das armaduras de reforço. É relevante mencionar que os dois perímetros de reforço foram considerados para a capacidade de carga do modelo de laje ao punçoamento, ao contrário do CSCT e CSCT_E, em que apenas o alinhamento mais próximo do pilar foi contabilizado. Esta diferença deve-se aos diferentes perímetros de controlo, definidos pelo EC2 [26] e por o MC2010 [6]. Relativamente aos métodos de cálculo, CSCT e CSCT_E, constata-se que o primeiro apresenta melhores resultados, consequência do esmagamento do betão considerado no CSCT_E, diminuindo o valor da contribuição das ancoragens e, nestes casos, afastando mais dos valores obtidos experimentalmente.

Para melhor percepção do comportamento das armaduras de reforço, fez-se uma síntese no quadro 4.13, do seu estado de solicitação quando ocorre a rotura por punçoamento do modelo de laje.

Quadro 4.13 – Estado de solicitação das armaduras de reforço

Modelo	V _{s,exp} [kN]	V _{R,s}		
		CSCT _E	CSCT	EC2
MI3	Solicitação da armadura de reforço	Solicitação da armadura de reforço	Armadura de reforço em cedência	Solicitação da armadura de reforço
MI4	Solicitação da armadura de Reforço	Solicitação da armadura de reforço	Armadura de reforço em cedência	Solicitação da armadura de reforço
MI5	Solicitação da armadura de reforço	Solicitação da armadura de reforço	Armadura de reforço em cedência	Solicitação da armadura de reforço
ID3	Solicitação da armadura de reforço	Armadura de reforço em cedência	Armadura de reforço em cedência	Solicitação da armadura de reforço

Constata-se que os estados de solicitação das ancoragens na rotura por punçoamento, comparativamente com os obtidos experimentalmente, apenas o EC2 estima correctamente todos os modelos. O CSCT_E apenas o modelo ID3 não correspondeu correctamente. No caso do CSCT, nenhum modelo corresponde ao verificado experimentalmente.

Por fim, apresentam-se no quadro 4.14, as forças instaladas num varão da ancoragem no instante da rotura da laje, comparando-se os seus valores observados experimentalmente, F_{Exp.}, com os valores determinados segundo o CSCT, F_{CSCT}, e o CSCT_E, F_{CSCT_E}.

Quadro 4.14 – Síntese das forças instaladas no varão de reforço

Modelo	Força por ancoragem				
	F _{Exp.} [kN]	F _{CSCT_E} [kN]	F _{CSCT} [kN]	F _{CSCT_E} / F _{Exp.}	F _{CSCT} / F _{Exp.}
MI3	5.6	6.9	7.0	1.23	1.25
MI4	11.3	14.8	16.6	1.31	1.47
MI5	6.4	7.7	8.8	1.20	1.38
ID3	6.2	7.0	8.8	1.13	1.42

Verifica-se que o valor da força por cada varão, no instante da rotura da laje fungiforme, estimado pelo modelo físico CSCT_E, aproxima-se mais do observado experimentalmente. Todos os modelos de laje apresentados no quadro 4.14 apresentam uma melhor relação dos valores obtidos experimentalmente com os determinados por o CSCT_E, comparativamente à sua relação com os estimados por o CSCT.

4.6. ANÁLISE PARAMÉTRICA

O estudo paramétrico realizou-se variando a dimensão da cabeça de ancoragem. Variou-se os parâmetros mecânicos e geométricos, de forma a compreender melhor o modelo de cálculo proposto no trabalho, o CSCT_E. Por fim, comparou-se os resultados com os valores estimados por o Eurocódigo 2 [26] e o modelo físico CSCT. As diferentes análises efectuadas serão divididas em secções distintas, complementando-as com uma breve observação dos resultados.

4.6.1. Modelos com rotura dentro da zona de reforço transversal

Serão analisados os modelos de lajes abordados na secção 4.5. O estudo será repartido em duas partes.

- 1) Primeiramente analisou-se a relação da capacidade de carga de lajes fungiformes com diferentes cabeças de ancoragem relativamente à utilizada experimentalmente. Complementando o estudo com a variação do valor da rotação obtido no instante da rotura.

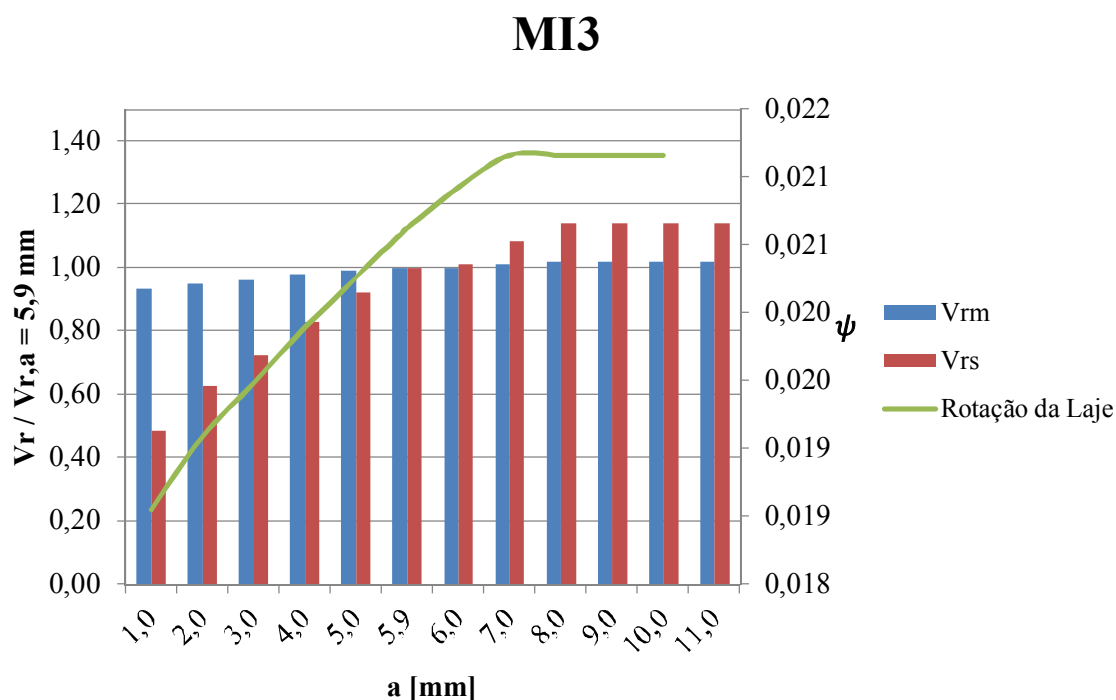


Figura 4.15 – Relação das capacidades de carga com a evolução do tamanho da cabeça de ancoragem do modelo MI3

MI4

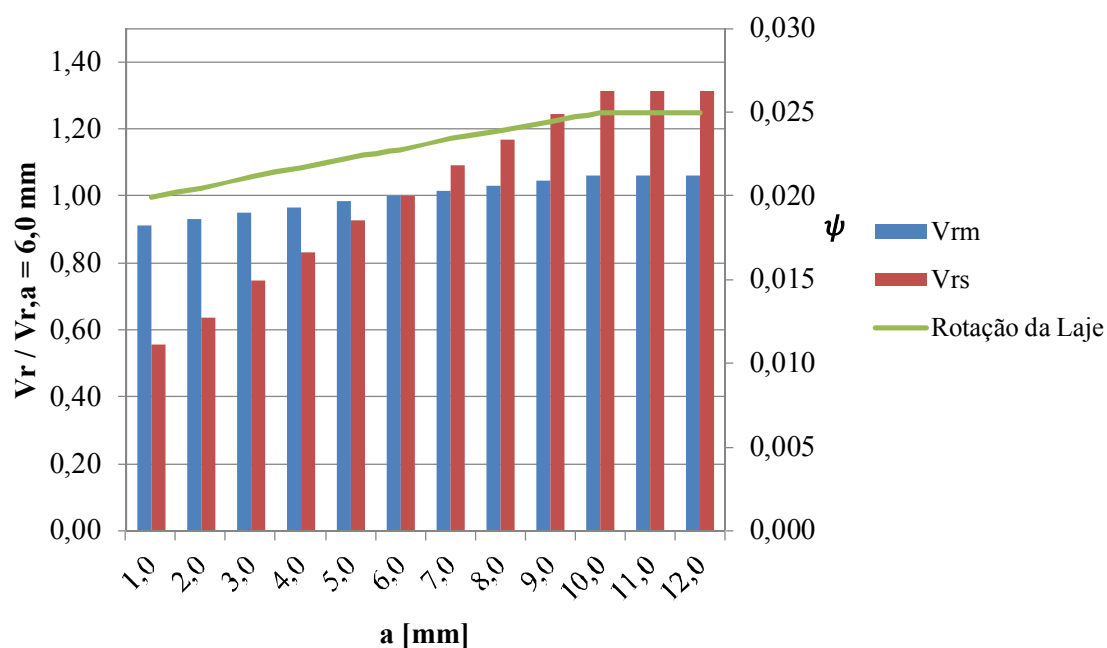


Figura 4.16 - Relação das capacidades de carga com a evolução do tamanho da cabeça de ancoragem do modelo MI4

MI5

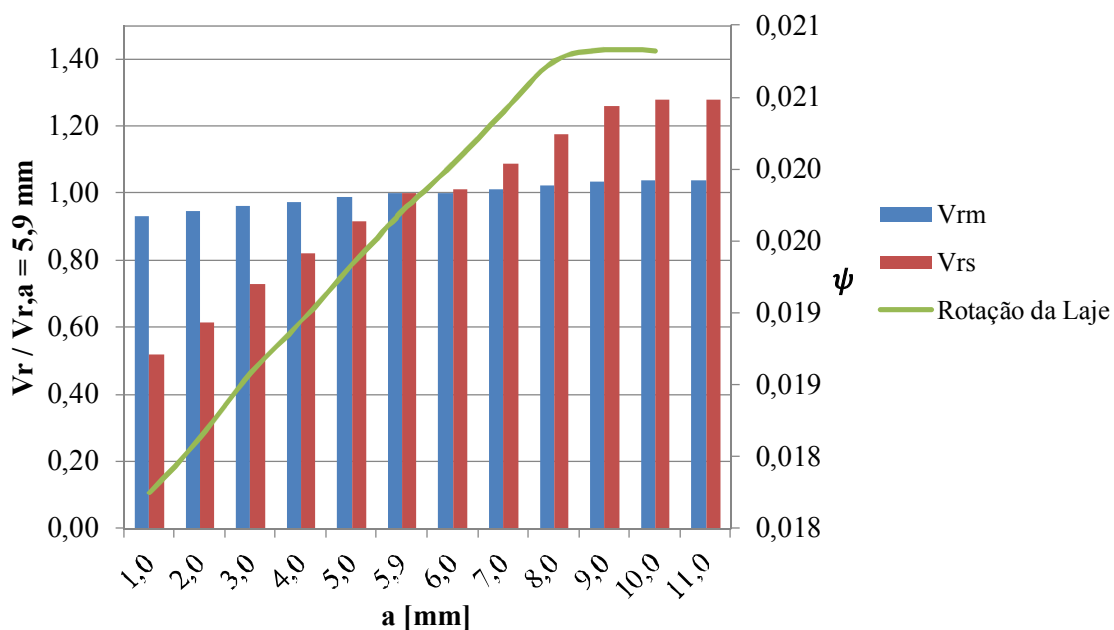


Figura 4.17 - Relação das capacidades de carga com a evolução do tamanho da cabeça de ancoragem do modelo MI5

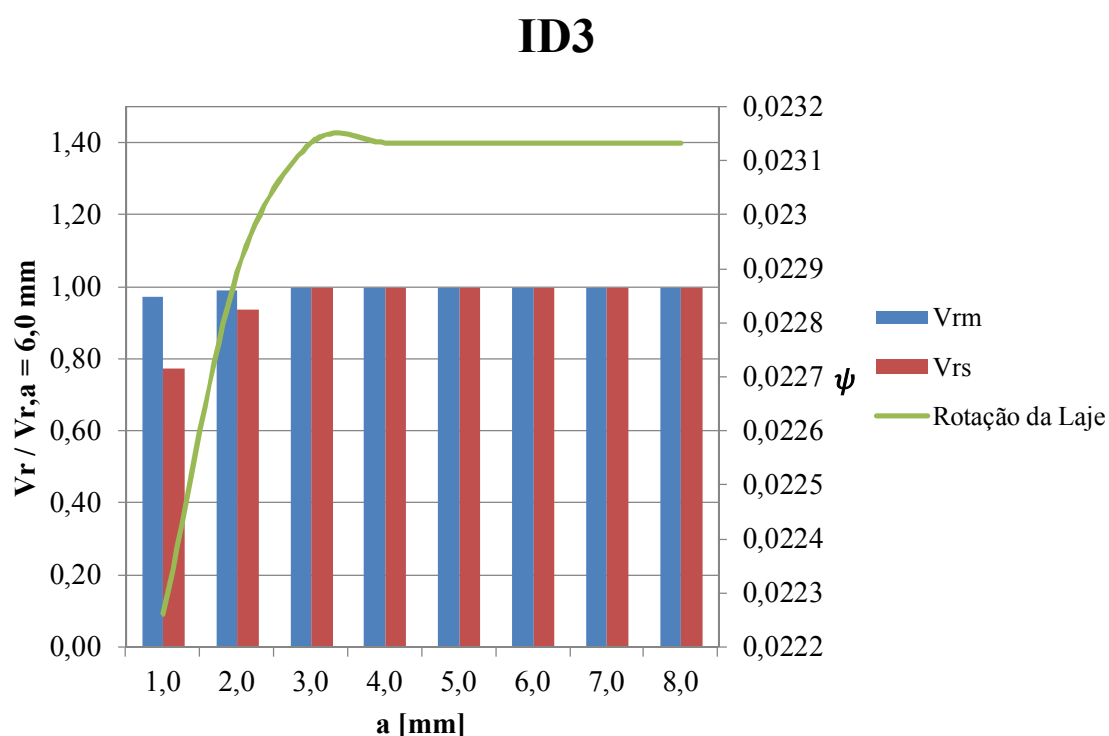


Figura 4.18 - Relação das capacidades de carga com a evolução do tamanho da cabeça de ancoragem do modelo ID3

Observação

Para o modelo de cálculo CSCT_E, verifica-se uma variação considerável da relação da capacidade de carga das ancoragens com a alteração do tamanho da cabeça da ancoragem. Esta variação ocorre, também, na capacidade de carga da laje fungiformes, no entanto com menor relevância. A relação atinge o valor unitário, como esperado, quando o valor de a atinge a dimensão adoptado no ensaio experimental. A partir deste ponto, a relação é superior à unidade, ou seja, para as respectivas dimensões de a , a capacidade de carga da laje fungiforme e das ancoragens são superiores às obtidas experimentalmente. No caso do modelo ID3, também existe uma progressão da capacidade de carga das ancoragens, no entanto, não tão significativa quanto observada nos restantes modelos. A partir da dimensão da cabeça de ancoragem, com $a=3$ mm, as relações apresentam valor unitário porque as armaduras de reforço entraram em cedência. Deste modo, o aumento da sua dimensão não contribui para incremento da capacidade de carga nas ancoragens e consequentemente na laje fungiforme.

Finalmente, a rotação na iminência de rotura, apresenta um aumento considerável, com o progredir da dimensão de a . O seu valor é constante quando o modelo de laje atinge a rotura com as ancoragens em cedência.

- 2) Na segunda parte, apresenta-se o estudo referente às percentagens da contribuição das armaduras de reforço transversal relativamente à sua contribuição total e comparativamente com a capacidade de carga da laje fungiforme. Para esta análise será possível comparar os valores obtidos entre os diferentes modelos de cálculo, o CSCT e CSCT_E, e a norma do EC2.

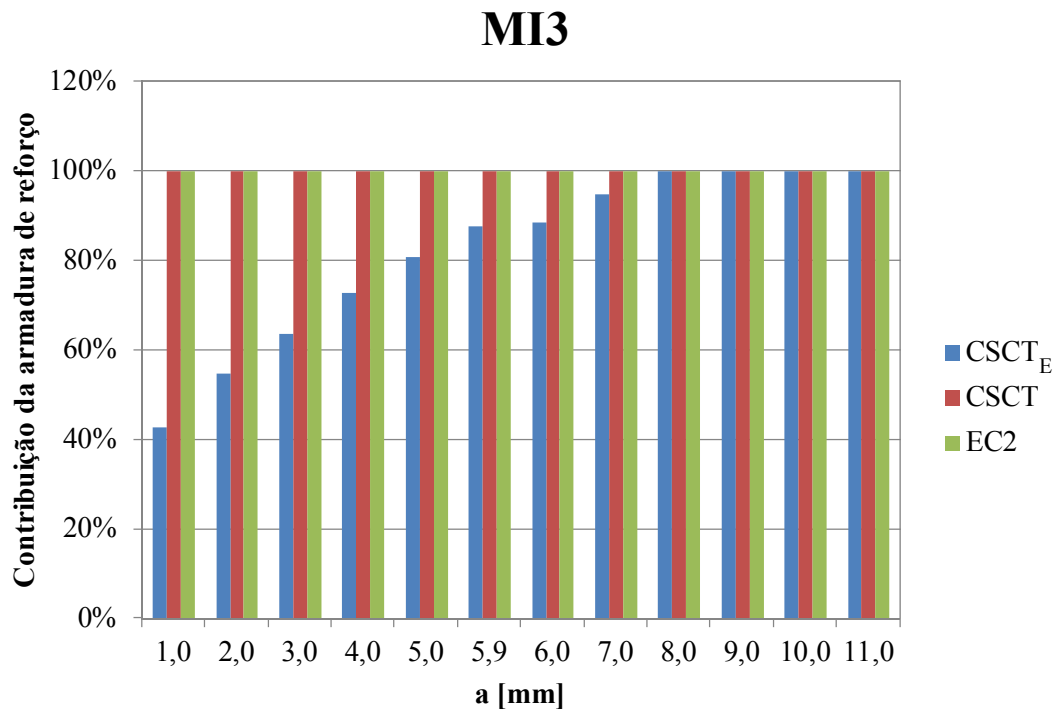


Figura 4.19 - Percentagens da contribuição das ancoragens com a evolução da dimensão da cabeça de ancoragem do modelo MI3

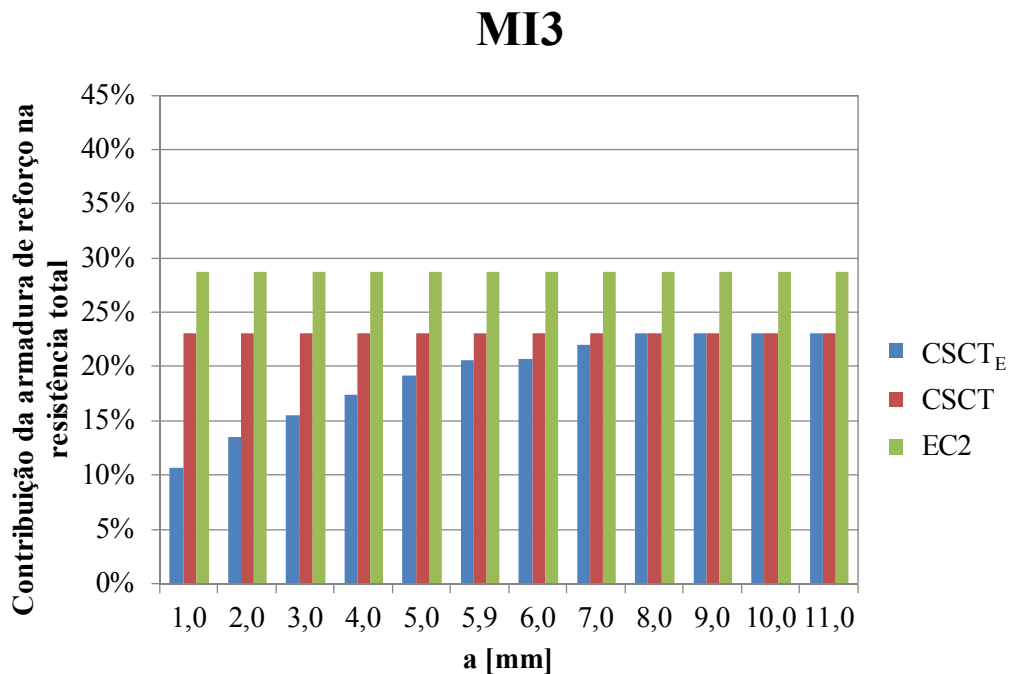


Figura 4.20 - Percentagens da contribuição das ancoragens relativamente à capacidade de carga com a evolução da dimensão da cabeça de ancoragem do modelo MI3.

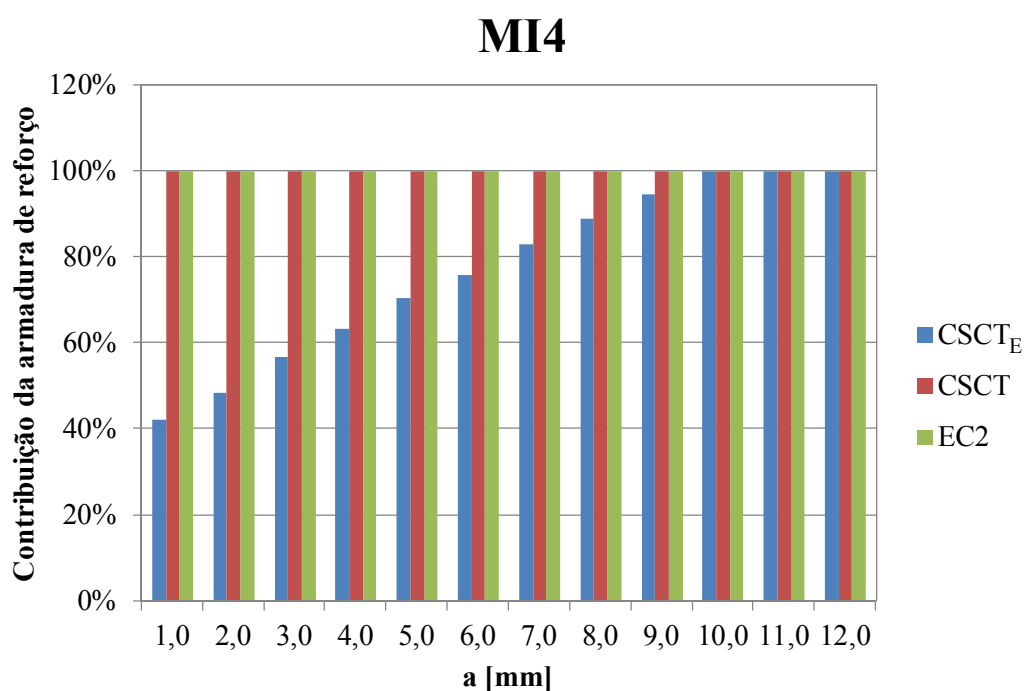


Figura 4.21 - Percentagens da contribuição das ancoragens com a evolução da dimensão da cabeça de ancoragem do modelo MI4.

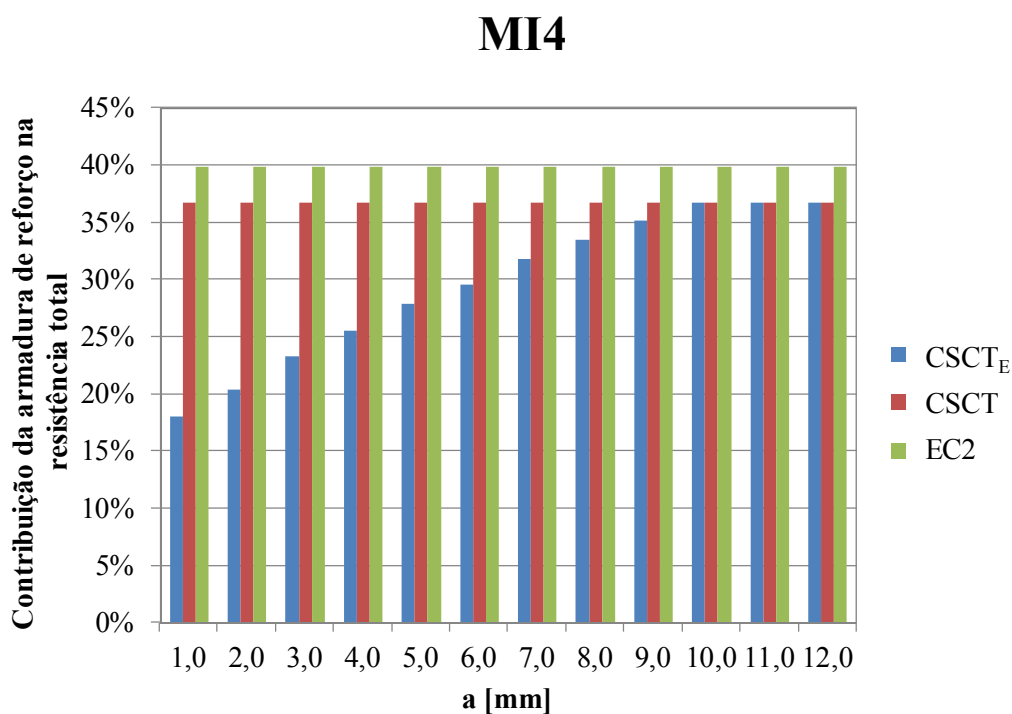


Figura 4.22 - Percentagens da contribuição das ancoragens relativamente à capacidade de carga com a evolução da dimensão da cabeça de ancoragem do modelo MI4.

MI5

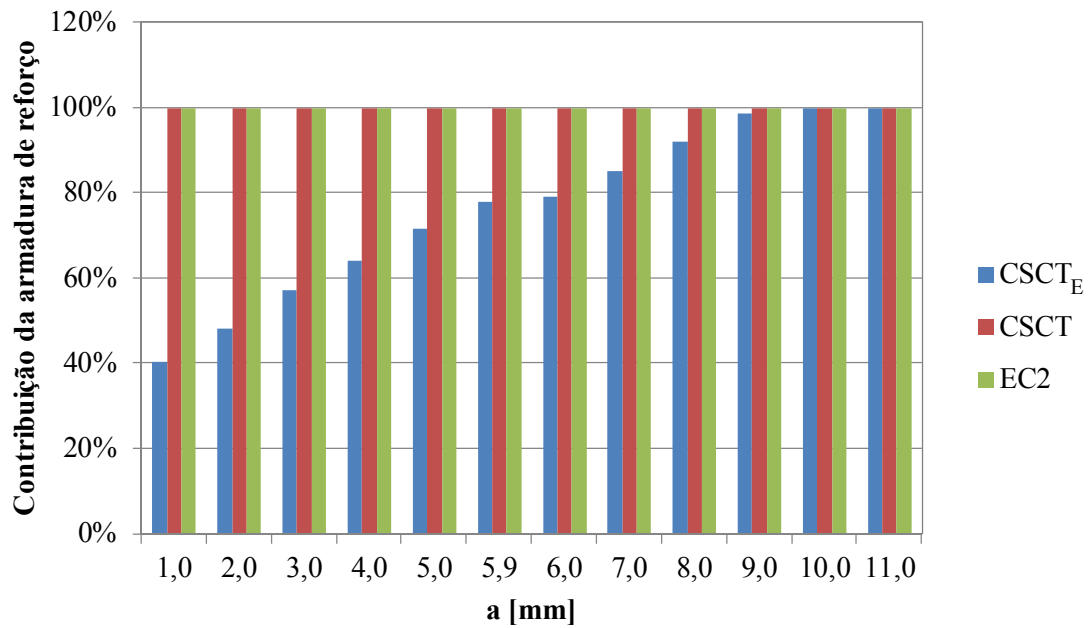


Figura 4.23 - Percentagens da contribuição das ancoragens com a evolução da dimensão da cabeça de ancoragem do modelo MI5.

MI5

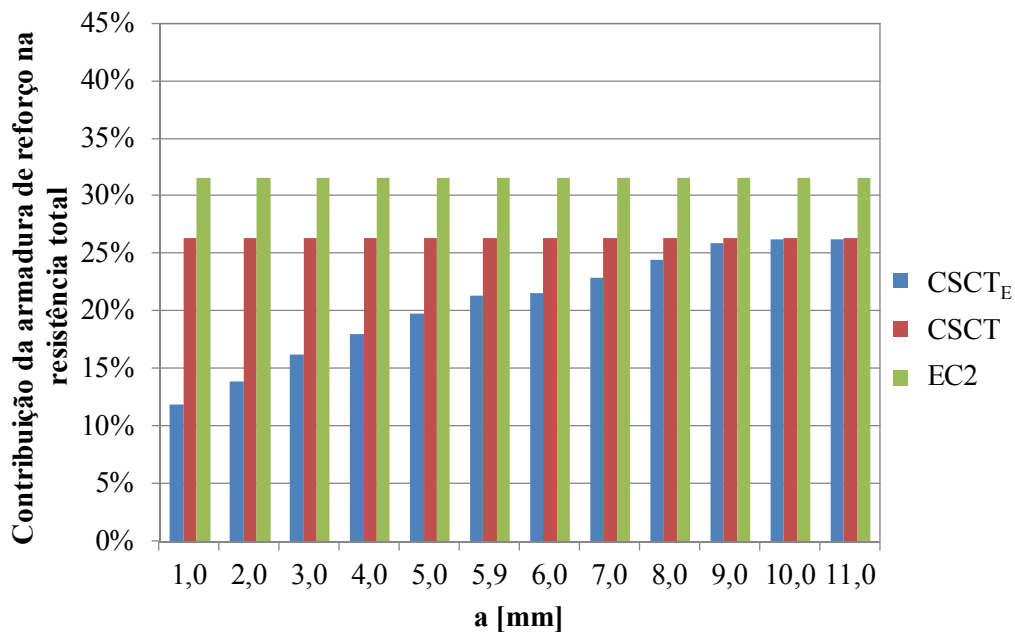


Figura 4.24 - Percentagens da contribuição das ancoragens relativamente à capacidade de carga com a evolução da dimensão da cabeça de ancoragem do modelo MI5.

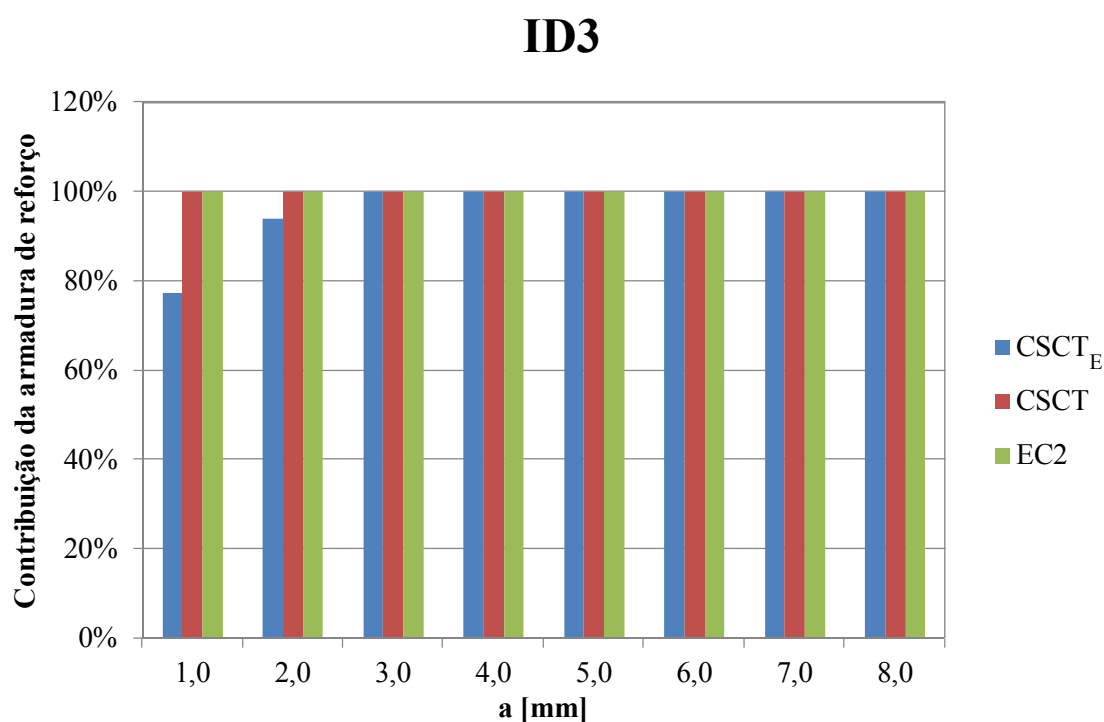


Figura 4.25 - Percentagens da contribuição das ancoragens com a evolução da dimensão da cabeça de ancoragem do modelo ID3.

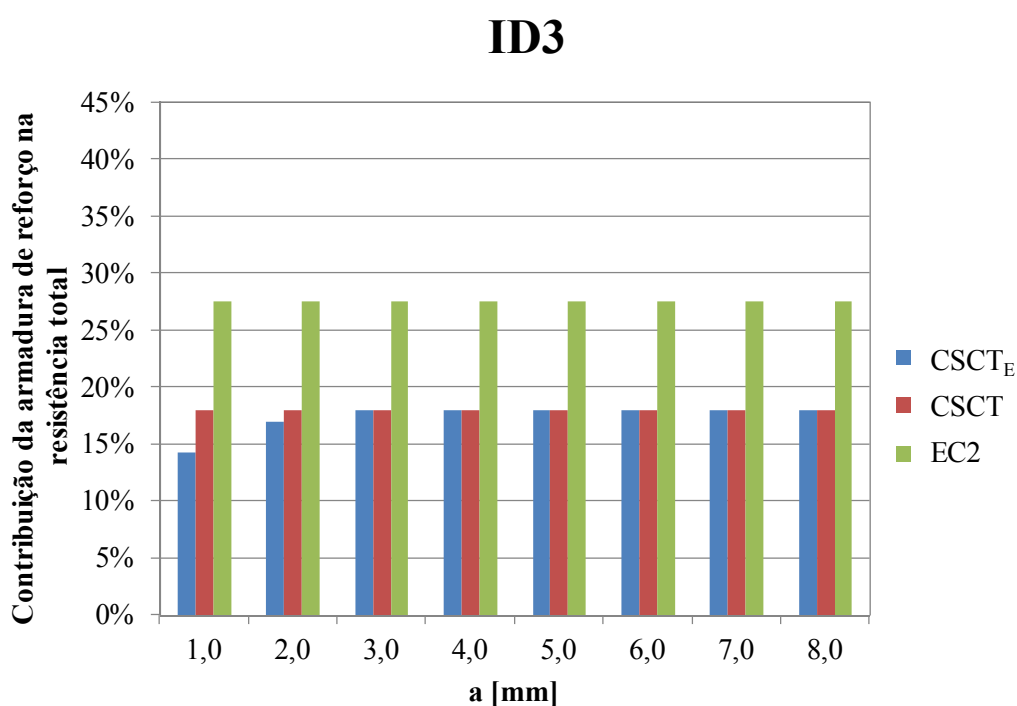


Figura 4.26 - Percentagens da contribuição das ancoragens relativamente à capacidade de carga com a evolução da dimensão da cabeça de ancoragem do modelo ID3

Observação

Da análise dos gráficos é evidente uma contribuição constante da armadura de reforço, variando as dimensões da cabeça de ancoragem, para a norma do EC2 e do modelo de cálculo CSCT. Para o CSCT_E, a contribuição é crescente com a aumentar do valor do a . Consta-se que a percentagem da contribuição das armaduras de reforço estimada por os modelos de cálculo CSCT_E e CSCT, em específicas dimensões da cabeça de ancoragem, são equivalentes. Esta evidência deve-se ao facto do modelo CSCT_E derivar do CSCT e apresentar-se com as armaduras de reforço em cedência.

4.6.2. Capacidade de carga dos modelos de laje e valores da Rotação/Esmagamento

No estudo paramétrico seguinte, analisar-se-á os resultados referentes ao CSCT_E, para um modelo de laje com diferentes valores de resistência média do betão à compressão, percentagem média de armadura longitudinal de flexão e posicionamentos da cabeça de ancoragem. O modelo adoptado para este estudo foi o MI3. Os resultados dividem-se em duas fases, primeiro, apresenta-se a capacidade de carga média da laje fungiforme, reforçada com ancoragens de diferentes tensões de cedência à tração, com valores de 440 MPa, 550 MPa e 700 MPa. Exibe-se, também, as cargas da rotura por flexão, fora da zona de reforço e por esmagamento do respectivo modelo de laje. Por fim, fez-se uma síntese da capacidade de carga das armaduras de reforço transversal para as diferentes classes de betão à compressão, com os respectivos limites de cedência de tração. Na segunda fase, apresenta-se as dimensões da abertura da fenda, esmagamento no topo e na base, e o valor da rotação no instante da rotura do modelo de laje.

Para melhor compreensão dos gráficos seguintes, expõem-se uma breve análise de um gráfico exemplificativo, figura 4.27. O valor da capacidade de carga média da laje fungiforme com rotura dentro da zona de reforço (linha azul escura), V_{Rm} , varia de acordo com o valor de a , comprovado nas análises anteriores, secção 4.6.1. Os valores dos outros modos de rotura tem uma progressão constante, devido à sua independência relativamente ao tamanho da cabeça da ancoragem. Se o modelo de laje exibir uma rotura dentro da zona de reforço, resultam valores máximos da capacidade de carga média ao punçoamento, V_{Rm} , quando as armaduras de reforço transversal atingem as diferentes tensões de cedência à tração. Partindo desse ponto, o seu valor também é constante por razões análogas às expostas para os outros modos de rotura. A leitura dos seguintes gráficos procede-se da seguinte forma, os valores de V_{Rm} quando intersectam um dos outros modos de rotura (por fora, por flexão ou esmagamento), significa que foi atingido o valor máximo da capacidade de carga média para o respectivo modo de rotura. Caso contrário, a rotura dá-se dentro da zona de reforço transversal.

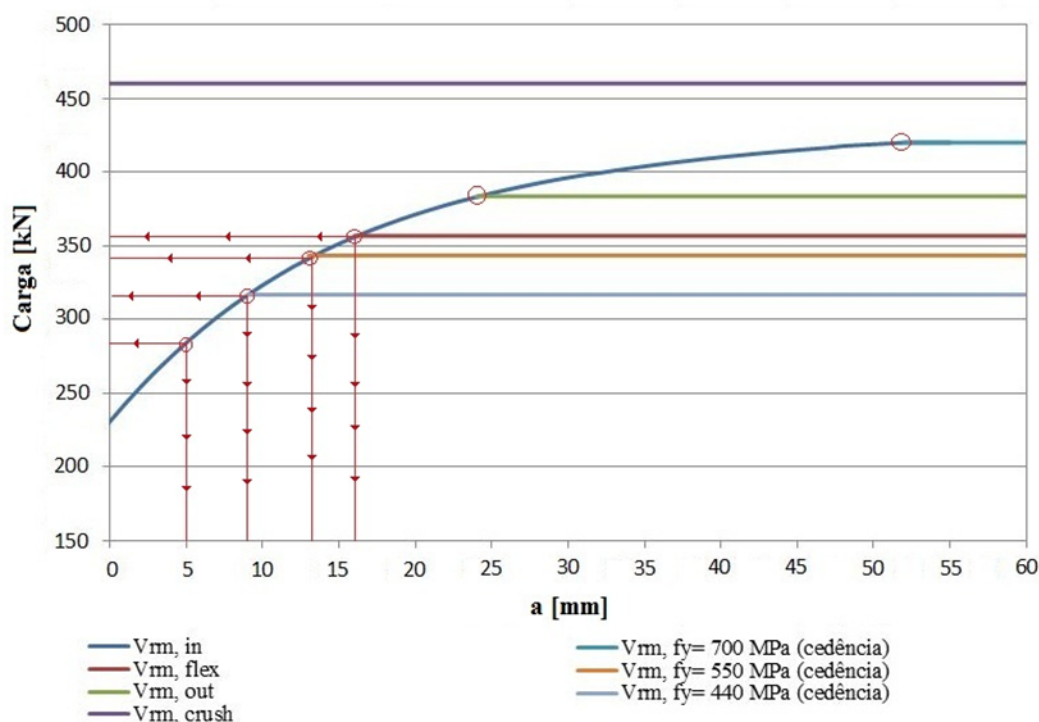


Figura 4.27 – Exemplo de leitura da análise paramétrica ao modelo de laje MI1

Como observa-se na figura 4.27, para uma dimensão de a igual a 5 mm, é atingido a rotura dentro da zona de reforço com o valor de V_{Rm} aproximadamente de 280 kN. Constata-se que não é possível retirar o máximo proveito do reforço transversal, para os valores de f_y analisados. Mais especificamente, porque o valor de V_{Rm} não atinge nem o primeiro patamar de cedência à tração da armadura de reforço, ancoragem com $f_y = 440$ MPa. Quando os valores de V_{Rm} atingem o valor correspondente à armadura de reforço em cedência à tração (440 MPa), significa que uma laje reforçada com ancoragens de uma tensão de cedência à tração correspondente e a dimensão de a de valor igual ou superior a 9 mm, apresentaria um valor de V_{Rm} aproximadamente de 315 kN e uma contribuição máxima das armaduras de reforço. O mesmo raciocínio se aplica na intersecção do V_{Rm} com o valor de $f_y = 550$ MPa. Neste caso, com maior valor de capacidade de carga, V_{Rm} , de 345 kN. Por fim, o valor máximo de V_{Rm} para esta laje exemplar, seria de 355 MPa, com uma dimensão mínima de a correspondente a 16 mm. Valor obtido, quando os valores de V_{Rm} intersectam o modo de rotura por flexão. Significa que para esta percentagem de armadura de flexão, ρ , o modelo de laje exemplificativo não seria possível obter-se maior valor de V_{Rm} , a não ser que aumenta-se o valor de ρ . Deste modo, a rotura por esmagamento, rotura por fora e por dentro com ancoragens de $f_y = 700$ MPa nunca serão atingidos.

Relativamente aos gráficos apresentados na segunda fase deste estudo paramétrico, a sua análise basicamente consiste em retirar os valores obtidos para as diferentes dimensões da cabeça da ancoragem. Será apresentada uma análise ilustrativa, figura 4.28.

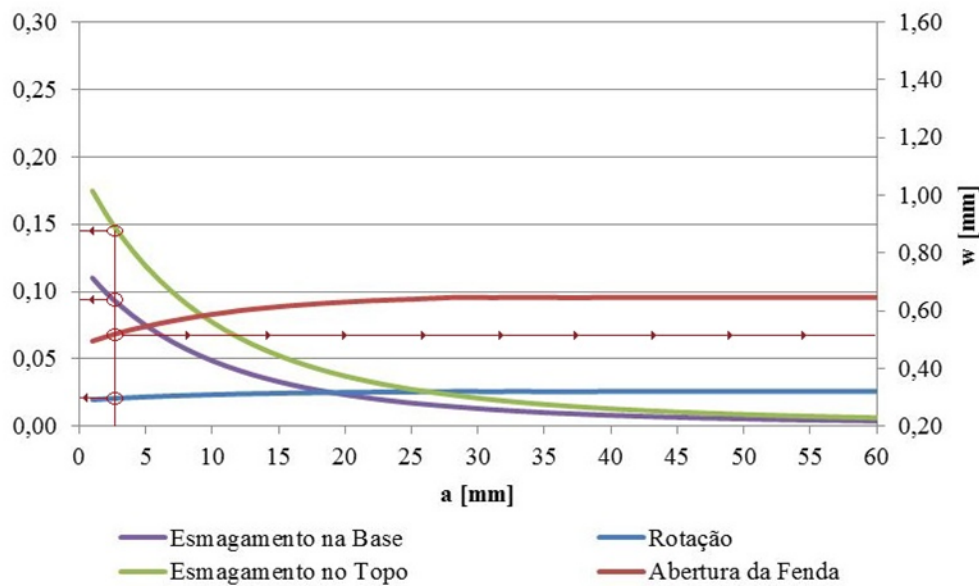


Figura 4.28 – Exemplo da leitura dos gráficos da análise paramétrica para o modelo MII

Segundo este exemplo, para uma dimensão de a igual a 2,5 mm retira-se, aproximadamente, os valores de 0,02, 0,09, 0,14 e 0,50 para a rotação, esmagamento na base e no topo, e para abertura de fenda, respectivamente. O mesmo procedimento aplica-se às restantes dimensões de a .

A apresentação desta análise paramétrica será definida da seguinte forma, inicialmente, para um comprimento do varão da ancoragem, l_s , igual a 120 mm. Varia-se a sua percentagem média de armadura longitudinal de flexão, ρ , com valores de 0,75%, 1,00%, 1,25% e 1,50%. Por fim, procede-se uma análise análoga à referida anteriormente, alterando-se o posicionamento da cabeça de ancoragem, passando o varão a ter um l_s de 100mm. Os resultados estão representados em anexo, na secção A).

Observações

Verifica-se que os valores de V_{Rm} , $V_{Rm,out}$, $V_{Rm,flex}$, $V_{Rm,crush}$, aumentam consoante o aumento da classe de betão à compressão, f_{cm} , para diferentes valores de ρ . Relativamente à comparação dos valores de $V_{Rm,out}$ e $V_{Rm,flex}$, para cada valor de l_s (secções A.1 e A.2), o ultimo apresenta menor aumento consoante o incremento dos valores de f_{cm} . O valor de $V_{Rm,crush}$ não é atingido em nenhum caso desta análise paramétrica.

Para o $l_s = 120$ mm (secção A.1), o modelo de laje com $\rho = 0,75\%$ e $\rho = 1,0\%$ (secções A.1.1 e A.1.2) apresentam uma rotura por flexão. No entanto, o ultimo, apresenta este modo de rotura apenas para f_{cm} maior que 35 MPa, e com uma rotura por dentro para os restantes f_{cm} . No modelo de laje com $\rho = 1,25\%$ e $\rho = 1,50\%$ (secções A.1.3 e A.1.4) a rotura surge dentro da zona de reforço. Relativamente ao modelo de laje reforçado com $l_s = 100$ mm (secção A.2), com $\rho = 0,75\%$ (secção A.2.1), a rotura condicionante é por flexão, no entanto, para $\rho = 1,0\%$ (secção A.2.2), ocorrem três modos de rotura, por fora, por dentro e por flexão. O modelo de laje ($\rho = 1,0\%$) com valor de $f_{cm} = 20$ MPa (figura A.76) ocorre uma rotura fora da zona de reforço, até ao $f_{cm} = 35$ MPa (figura A.79) a rotura dá-se dentro da zona reforçada, apresentando os restantes f_{cm} uma rotura por flexão. O modelo de laje com $\rho = 1,25\%$ e $\rho = 1,50\%$ (secções A.2.3 e A.2.4) verifica-se uma rotura dentro da zona de reforço, com valor de V_{Rm} máximo quando as armaduras de reforço transversal atingem a cedência à tração.

Para o diâmetro das ancoragens adoptadas neste estudo, $d = 4.6$ mm, o incremento da capacidade de carga das ancoragens, V_{Rs} , é praticamente insignificante após determinados valores de a . Esta

constatação é evidente nos casos em que modelo de laje é constituída por $\rho=1,25\%$ e $\rho=1,50\%$ (figura A.38 e figura A.53). Consequentemente verifica-se que o V_{Rs} , para $l_s=120$ mm (secção A.1) com $\rho=0,75\%$, o seu valor intersecta todos os valores de f_y (figura A.8). No caso de $l_s=100$ mm (secção A.2), o mesmo acontece para $\rho=0,75\%$ e $1,0\%$ (figuras A.68 e A.83). É perceptível, também, com o aumento de f_{cm} o valor de V_{Rs} atinge mais rapidamente as diferentes tensões de cedência à tração das ancoragens, f_y .

Nos gráficos referentes à segunda fase da análise, verifica-se que o aumento da dimensão da cabeça de ancoragem evidencia o aumento da abertura de fenda e a diminuição do esmagamento no topo e na base do modelo de laje. A rotação também apresenta um aumento proporcional à abertura de fenda, não tão claro no gráfico, devido à escala do seu eixo de valores. Todos estes valores aumentam com o incremento das classes de betão, f_{cm} .

Relativamente ao esmagamento, constata-se que o deslocamento da cabeça da ancoragem na base é sempre inferior comparativamente com o mesmo no topo do modelo de laje. Esta razão deve-se ao facto de o topo apresentar maior índice de fendilhação, facilitando o esmagamento do betão.

Os valores da rotação e consequentemente da abertura de fenda, apresentam maiores variações para as primeiras dimensões de a , sendo o primeiro menos evidente devido à escala. O mesmo se verifica para o deslocamento das cabeças de ancoragem no topo e na base do modelo de laje.

Relativamente aos valores da rotação e consequentemente da abertura de fenda, estes apresentam um aumento aproximadamente linear com o incremento do tamanho da cabeça da ancoragem, atingindo valores constantes quando ocorre uma rotura por flexão ou fora da zona de reforço, ou seja, não são influenciados por a dimensão de a . No instante da rotura por flexão verifica-se um salto do valor da rotação/abertura de fenda, como se pode verificar na figura 4.29. Este desnível aumenta para maiores valores de f_{cm} .

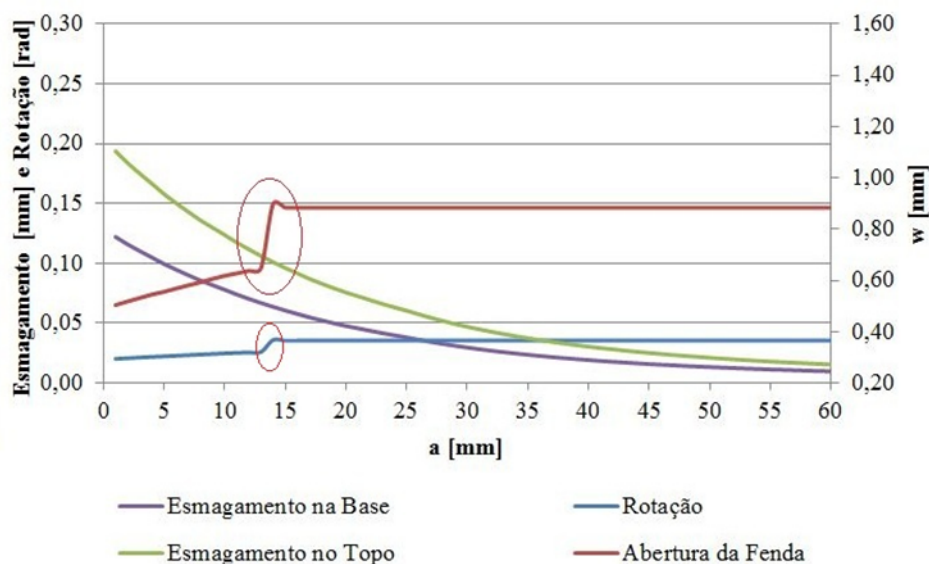


Figura 4.29 – Exemplo do desnível da rotação/abertura da fenda no instante da rotura por flexão do modelo de laje.

Nos modelos de laje em que a rotura por flexão é estimada logo nas primeiras dimensões de a , o valor da rotação/abertura de fenda será sempre o mesmo, como se pode observar na figura 4.30.

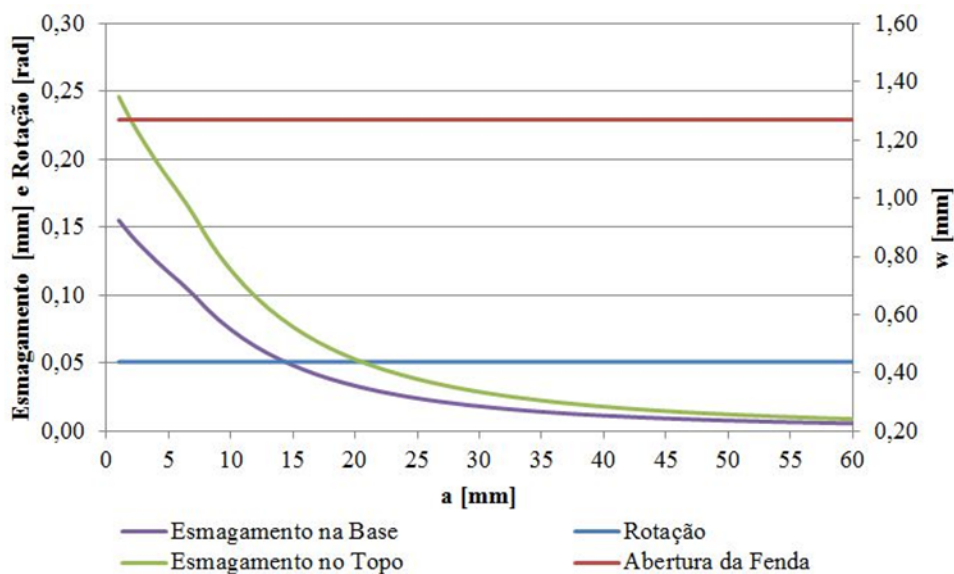


Figura 4.30 – Exemplo de um modelo de laje com modo de rotura por flexão

No caso da rotura fora da zona de reforço, após o instante em que este ocorre, o valor da rotação/abertura de fenda permanece constante, figura 4.31.

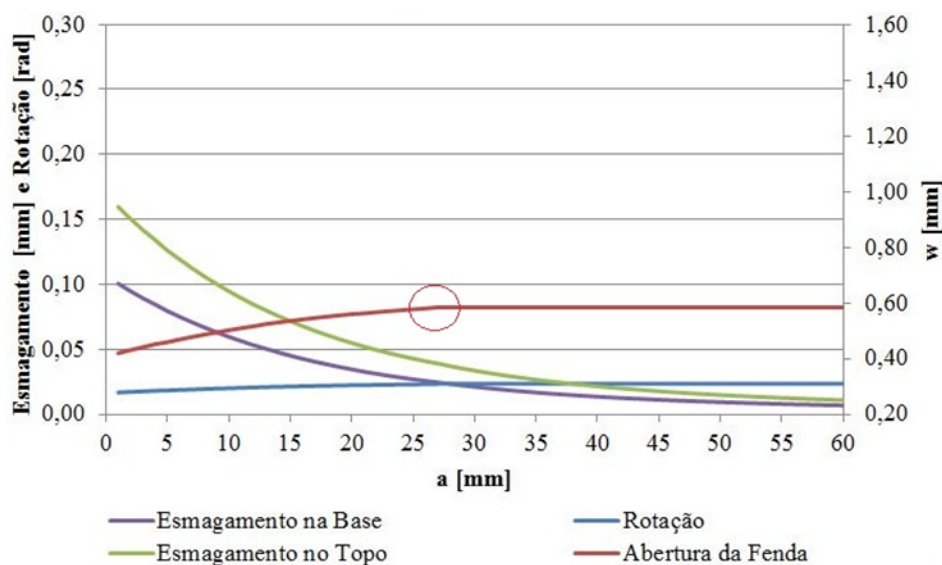


Figura 4.31 – Exemplo da mudança da rotação/abertura de fenda no instante da rotura fora da zona de reforço

4.6.3. Comparação da capacidade de carga do modelo de laje – Armadura longitudinal de flexão

Serão sintetizados os valores da capacidade de carga dos modelos de laje, analisados no anterior estudo paramétrico (secção 4.6.2), com armadura de reforço transversal de $f_y = 700$ MPa. Os resultados estão representados em anexo na secção B), para cada classe de betão à compressão, f_{cm} .

Observações

Observa-se que consoante o aumento do valor de ρ e de f_{cm} , os valores de V_{Rm} apresentam um incremento generalizado.

Para cada ρ , verifica-se que o posicionamento da cabeça de ancoragem não altera significativamente os valores de V_{Rm} , apresentando inclusivamente, maior capacidade de carga para a ancoragem com menor comprimento efectivo ($l_s = 100$ mm), em específicos valores de a . Estes pares de valores (V_{Rm}), vão-se distanciando entre si com o aumentar do f_{cm} .

4.6.4. Relação da capacidade de carga do modelo de laje – Comprimento do varão roscado da ancoragem

Na sequência da análise anterior, o seguinte estudo consiste na relação das armaduras de reforço transversal com o comprimento do varão roscado de 100 mm e 120 mm, com $f_y = 700$ MPa, para a capacidade de carga do modelo de laje e das ancoragens, equação 4.10 e 4.11, respectivamente. Estes valores foram determinados de acordo com o método de cálculo CSCT_E.

$$\frac{V_{Rm\ l_s=100mm}}{V_{Rm\ l_s=120mm}} \quad (4.10)$$

$$\frac{V_{Rs\ l_s=100mm}}{V_{Rs\ l_s=120mm}} \quad (4.11)$$

Variou-se as percentagens médias de armadura longitudinal de flexão, com os valores de 0,75%, 1,00%, 1,25% e 1,50%. Estes resultados apresentam-se em anexo na secção C).

Observações

Verifica-se na generalidade das figuras da secção C, as relações da capacidade de carga, V_{Rm} , próximas do valor unitário, atingindo em determinadas dimensões de a , valores superiores à unidade. Relativamente à relação da capacidade de carga das ancoragens, V_{Rs} , o seu valor é praticamente sempre superior à unidade, atingindo relações máximas aproximadamente de 1,20.

Com aumentar do valor do f_{cm} , constatou-se que a relação da carga atinge o seu valor máximo mais rapidamente. Para os modelos de laje com maior percentagem de armadura de flexão, $\rho = 1,25$ % para $f_{cm} = 20, 25$ e 30 MPa (figura C.6), e $\rho = 1,50$ % (figura C.7), o valor máximo da relação não chega a ser atingido.

Quando a rotura ocorre dentro da zona de reforço, a relação da capacidade de carga é aproximadamente linearmente crescente, até ao momento em que ocorre a cedência das armaduras transversais de reforço ou outro modo de rotura é estimado (figuras C.1, C.2, C.3, C.4, C.5 e C.6). Nesse ponto podem surgir três comportamentos distintos da trajectória dos valores da relação. A diminuição dos valores da relação, caso ocorra uma rotura por dentro com cedência da armadura de reforço do modelo de laje, $l_s = 100$ mm, (figuras C.1, C.2, C.3, C.4, C.5 e C.6) ou outro modo de rotura (figuras C.1, C.3). Valores constantes da relação quando os dois modos de reforço ($l_s = 120$ mm e $l_s = 100$ mm) atingem a cedência da armadura de reforço (figuras C.3, C.4) ou atingem outro modo de rotura (figura C.1). Se o outro modo de rotura for igual em ambos modelos de laje, os valores da relação são unitários (figuras C.3 e C.4).

Quando ocorre uma rotura fora da zona de reforço ou uma rotura por flexão, os valores da relação de V_{Rs} são interrompidos. Segundo o modelo físico CSCT_E, quando estes modos de rotura são obtidos as armaduras de reforço transversal deixam de estar solicitadas. Os casos em que surjam estes modos de rotura indicar-se-á devidamente nas figuras da secção C.

4.6.5. Relação da capacidade de carga do modelo de laje – EC2 e CSCT

O estudo seguinte consiste na comparação dos valores da capacidade de carga do modelo de laje e das armaduras de reforço transversal ($f_y = 700$ MPa), obtidos por o modelo de cálculo CSCT_E com a norma do Eurocódigo 2 e com o modelo físico de cálculo CSCT, equação 4.12 e 4.13 respectivamente.

$$\frac{V_{Rm_{CSCT_E}}}{V_{Rm_{EC2}}} \quad \& \quad \frac{V_{Rs_{CSCT_E}}}{V_{Rs_{EC2}}} \quad (4.12)$$

$$\frac{V_{Rm_{CSCT_E}}}{V_{Rm_{CSCT}}} \quad \& \quad \frac{V_{Rs_{CSCT_E}}}{V_{Rs_{CSCT}}} \quad (4.13)$$

Apresentar-se-á, inicialmente, as respectivas relações para um comprimento do varão da ancoragem, $l_s = 120$ mm. Para este comprimento de varão variam-se as percentagens médias de armadura longitudinal à flexão, para os valores de 0,75%, 1,00%, 1,25% e 1,50%. De seguida o mesmo procedimento realiza-se para o modelo de laje com $l_s = 100$ mm. Os resultados estão representados em anexo na secção D).

Observações

Verifica-se que a diferença entre o modelo físico de cálculo CSCT_E com a norma do EC2 e modelo físico CSCT é superior para menores dimensões da cabeça de ancoragem. Esta diferença é mais significativa na capacidade de carga das ancoragens, V_{Rs} .

A comparação do CSCT_E com o CSCT apresenta valores da relação crescentes quando o modelo de cálculo CSCT_E estima uma rotura dentro da zona de reforço. Atingindo valores da relação unitários quando o CSCT_E estima outro modo de rotura (figuras D.2, D.6, D.17) ou rotura dentro da zona de reforço com cedência das armaduras transversais (D.6, D.8, D.22, D.24, D.26, D.28), devido a este derivar do modelo de cálculo CSCT.

Relativamente à comparação do CSCT_E com a norma do EC2, por razões análogas ao mencionado no parágrafo anterior, para menores dimensões de a , os valores da sua relação também apresentam um aumento progressivo. Quando o CSCT_E estima uma rotura por dentro com cedência da armadura transversal ou outro modo de rotura, a relação torna-se constante (D.1, D.5, D.17, D.21, D.25). Quando o outro modo de rotura é por flexão então este valor constante será unitário, por se verificar a mesma rotura nos dois modelos de cálculo.

Para os modelos de laje que o modo de rotura estimado seja por flexão ou fora da zona de reforço, então não serão apresentados quaisquer valores da relação de V_{Rs} (figuras D.3, D.4, D.7, D.8, D.11, D.15, D.19, D.20, D.23, D.24, D.27 e D.31).

NOTA FINAL:

- Para este modelo de laje com uma percentagem de armadura longitudinal à flexão menor que 0,75% o modo de rotura estimado pelo modelo de cálculo CSCT_E será por cedência da armadura longitudinal de flexão;

5. CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Com o modelo físico CSCT_E foi possível melhorar o modelo CSCT, no estado de solicitação da armadura de reforço e da força na ancoragem no instante da rotura comparativamente com ensaios experimentais. Com este modelo físico é possível ter em conta a influência do tamanho da cabeça da ancoragem na mobilização das armaduras de reforço e, consecutivamente, na carga da laje fungiforme.

A realização do estudo paramétrico permitiu retirar importantes ilações, mais concretamente a influência de diversos parâmetros mecânicos e geométricos de uma laje fungiforme, como a resistência do betão à compressão, percentagem média de armadura longitudinal de flexão, posicionamento da cabeça de ancoragem e o tamanho da cabeça de ancoragem.

Este estudo demonstrou que a dimensão da cabeça de ancoragem tem relevância para a determinação da capacidade de carga das ancoragens, aproximando-se assim, das cargas obtidas experimentalmente. Constatou-se, também, que a capacidade de carga de lajes fungiformes não apresentam diferenças significativas com a variação do posicionamento da cabeça de ancoragem, apresentando inclusive, para as ancoragens embebidas no betão, em específicas dimensões da cabeça de ancoragem, maior valor de carga.

5.1. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para os modelos de laje analisados, o Eurocódigo 2 apresenta melhores resultados comparativamente com os modelos de cálculo do CSCT e CSCT_E. Sendo que, o modelo de laje apresenta dois perímetros de reforço, que são contabilizados na norma do EC2, porém, apenas um perímetro nos outros dois modelos de cálculo, CSCT e CSCT_E. Estas considerações são definidas de acordo com o perímetro de controlo e poderão ter influência nos resultados obtidos.

Relativamente à diferença entre os modelos de cálculo do CSCT e CSCT_E, o primeiro apresenta uma contribuição global do sistema de reforço mais próxima dos valores observados experimentalmente, no entanto, erra na consideração do seu estado de solicitação. Consequentemente, comparando a contribuição de cada ancoragem individualmente verifica-se que o CSCT_E aproxima-se mais dos valores obtidos experimentalmente.

5.2. MODELOS COM ROTURA POR DENTRO

Verifica-se que o tamanho da cabeça da ancoragem apresenta relevância nos resultados da contribuição da capacidade de carga da armadura de reforço transversal. Quanto menor o seu tamanho, maior será o esmagamento do betão, consequentemente, inferior será a capacidade de carga das ancoragens. Após determinadas dimensões da cabeça da ancoragem, o seu aumento não permite o incremento da capacidade de carga das armaduras de reforço transversal, devido a este já encontrar em cedência.

Constata-se que a norma do Eurocódigo 2 e o modelo de físico de cálculo CSCT, não são influenciados por o tamanho da cabeça de ancoragem, apresentando sempre o mesmo valor independentemente da dimensão desta.

5.3. CAPACIDADE DE CARGA DO MODELO DE LAJE E VALORES DA ROTAÇÃO/ESMAGAMENTO

Quando se realiza o reforço de uma laje fungiforme por introdução de novas armaduras é necessário ter em conta a classe do betão à compressão e a percentagem de armadura longitudinal de flexão. Estes parâmetros mecânicos podem impossibilitar a contribuição máxima das ancoragens de reforço.

Conclui-se que a classe do betão à compressão influencia de forma directa a capacidade de carga de uma laje fungiforme. Para maiores valores da resistência do betão à compressão, a cabeça da ancoragem apresenta um menor deslocamento, logo permite uma melhor contribuição das armaduras de reforço transversal.

Nos gráficos da rotação/esmagamento, para menores valores de α , é evidente a importância do deslocamento da cabeça da ancoragem. A carga na ancoragem determinada de acordo com a sua tensão à tração, que depende do alongamento do seu varão, estimada de acordo com a abertura de fenda. Caso não se subtraia o esmagamento do betão à abertura de fenda, a carga na ancoragem será sobredimensionada, sobretudo para menores dimensões da cabeça da ancoragem.

O aumento da dimensão da cabeça de ancoragem permite o aumento da rotação da laje, consequentemente uma maior abertura de fenda, possibilitando assim, maior contribuição da capacidade de carga das ancoragens e da laje fungiforme. Este aumento provoca também uma diminuição do esmagamento no betão, na zona de contacto entre estes dois materiais.

Conclui-se que o afastamento da ancoragem à face do pilar afecta directamente o esmagamento do betão verificado na zona das cabeças de ancoragem. Este afastamento influencia a altura efectiva do varão roscado da ancoragem, logo afecta a capacidade de carga à formação do cone de betão. Devido ao perímetro de controlo b_0 , definido no MC2010, a formação do cone de betão localizado na zona da cabeça da ancoragem é facilmente controlado.

5.4. COMPARAÇÃO DA CAPACIDADE DE CARGA DOS MODELOS DE LAJE – ARMADURA LONGITUDINAL DE FLEXÃO

Para este modelo de laje, o posicionamento das cabeças de ancoragem no betão não diminui substancialmente a capacidade de carga de lajes fungiformes. Constata-se inclusive, para determinadas dimensões, as cabeças da ancoragem embebidas no betão, permitem uma maior capacidade de carga das ancoragens.

Com o aumento da resistência do betão à compressão verifica-se um incremento dos valores da capacidade de carga da laje fungiforme. Esta observação confirma e reforça a análise anterior.

5.5. RELAÇÃO DA CAPACIDADE DE CARGA DO MODELO DE LAJE – COMPRIMENTO DO VARÃO ROSCADO DA ANCORAGEM

Com a respectiva análise é evidente que o embebimento da cabeça da ancoragem não diminui, significativamente, a capacidade de carga para lajes fungiformes, possibilitando até, em alguns casos, o seu aumento. O embebimento de ancoragens no betão, para menores tamanhos da cabeça da ancoragem, afecta mais a capacidade de carga de lajes fungiformes, no entanto, não se verifica o mesmo na capacidade de carga das ancoragens. O embebimento da cabeça da ancoragem permite permanentemente uma maior contribuição das armaduras de reforço. Este facto deve-se, ao varão roscado da ancoragem ter um menor comprimento efectivo, de 100 mm, assim permitindo maior solicitação para menores dimensões da cabeça da ancoragem e, consequentemente, atingir a sua tensão de cedência à tração mais rapidamente.

5.6. RELAÇÃO DA CAPACIDADE DE CARGA DO MODELO DE LAJE - EC2 E CSCT

Através da relação do modelo de cálculo $CSCT_E$ com a norma do Eurocódigo 2 e o modelo de cálculo CSCT, constata-se que para menores dimensões da cabeça da ancoragem, o valor obtido é inferior à unidade. Significa que para estas dimensões das cabeças da ancoragem, o EC2 e o CSCT apresentam valores superiores aos estimados por o $CSCT_E$, devido a estes não considerarem o efeito do esmagamento no betão, que tem bastante relevância para pequenas dimensões da cabeça de ancoragem.

Relativamente à comparação do modelo físico $CSCT_E$ com a norma do EC2, verifica-se casos que diferem na estimativa do modo de rotura do modelo de laje.

5.7. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Com realização deste trabalho procurou-se desenvolver o método de cálculo, aplicado pelo MC2010, para determinar a capacidade de carga de lajes fungiformes. Contudo novas questões foram surgindo e constatados novos temas relacionados para estudo, permitindo um conhecimento mais aprofundado. Assim, anuncia-se de seguida alguns desenvolvimentos futuros interessantes:

- Estudo da influência do esmagamento do betão na zona da cabeça da ancoragem para a capacidade de carga de lajes fungiformes com rotura por esmagamento do betão, “ λ ”;
- Estudo pormenorizado da formação do cone de betão, para ancoragens sujeitas a arrancamento;
- Ensaio experimentais de modelos de lajes fungiformes, com dois perímetros de reforço dentro da área delimitada pelo perímetro de controlo, definido pelo MC2010.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Adetifa, B. and Polak, M., Retrofit of Slab Column Interior Connections Using Shear Bolts Punching Shear, ACI Structural Journal, Vol. 102, No.2, March-April 2005, pp.268-274.
- [2] American Concrete Institute, ACI Standard 349-90, "Code Requirements for Nuclear Safety Related Concrete Structures", Anexo B – "Steel Embedments", 1990.
- [3] Bazant, Z. P. e Oh, B., "Crackband Theory of Concrete", Matériaux et Contruction 1983, V. 16, No. 93, 1983
- [4] Bazant, Z. P., "Size Effect in blunt Fracture: Concrete, Rock, Metal", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 110, No.4, 1984, pp. 518-535.
- [5] CEB-FIP, Fédération Internationale du Béton, "Model Code 1990 – Design Code", Switzerland, 1993.
- [6] CEB-FIP, Fédération Internationale du Béton, "Model Code 2010 – Final draft", Switzerland, Fevereiro, 2011.
- [7] Cervenka, J.; e Papanikolaou, V.K., —Three dimensional combined fracture -plastic material model for concrete, International Journal of Plasticity, Vol. 24, 2008, pp. 2192-2220.
- [8] Cervenka, J.; Cervenka, V.; e Eligehausen, R., "Fracture-plastic material model for concrete. Application to analysis of powder actuated anchors", Proceedings of the 3rd International Conference on Fracture Mechanics of Concrete Structures (FRAMCOS-3), Japão, 1998, pp. 1107-1116.
- [9] Cervenka, V. e Cervenka, J., "Computer Simulation as a Design Tool for Concrete Structures", Proceedings of International Conference in Civil Engineering on Computer Applications (ICCE-96), Bahrain, 1996.
- [10] Cervenka, V.; Cervenka, J.; e Jendele, L., "Bond in Finite Element Modelling of Reinforced Concrete", Proceedings of International Conference on Computational Modelling of Concrete Structures (EURO-C 2003), St. Johann im Pongau, Austria, 2003, pp. 189-194.
- [11] Cervenka, V.; e Pukl, R., "Computer Models of Concrete Structures", Structural Engineering International, IABSE, V.2, No.2, 1992, pp. 103-107.
- [12] Cervenka, V.; Pukl, R.; Ozbolt, J.; e Eligehausen, R., "Mesh Sensitivity Effects in Smeared Finite Element Analysis of Concrete Fracture", Proceedings of International Conference on Fracture Mechanics of Concrete Structures (FRAMCOS-2), 1995, pp. 1387-1396.
- [13] Cervenka, V., "Constitutive Model for Cracked Reinforced Concrete", Journal Proceedings, ACI, V.82, No.6, 1985, pp. 877-882.
- [14] Cervenka, V., "Simulating a Response", Concrete Engineering International, V.4, No.4, 2000, pp. 45-48.

- [15] Cervenka, V., “Computer Simulation of Failure of Concrete Structures for Practice”, 1st fib Congress 2002 - Concrete Structures in 21 Century, Osaka, Japan, Keynote Lecture in Session 13, 2002, pp. 289-304.
- [16] Cervenka, V., “Simulation of Shear Failure Modes of Reinforced Concrete Structures”, EURO-C 1998-Computational Modeling of Concrete Structures, Badgastein, Austria, Março/Abril, 1998.
- [17] Červenka, V.; Červenka, J., “ATENA Program Documentation Part 11 – Troubleshooting Manual”, Cervenka Consulting Ltd, Praga, 2012.
- [18] Červenka, V.; Červenka, J., “ATENA Program Documentation Part 2-2 – User’s Manual for ARENA 3D”, Cervenka Consulting Ltd, Praga, 2011.
- [19] Cervenka, V.; Cervenka, J.; e Pukl, R., "ATENA - A Tool for Engineering Analysis of Fracture in Concrete", Academy Proceedings in Engineering Sciences, V.27, No.4, 2002, pp. 485-492.
- [20] Cervenka, V.; e Margoldova, J., "Tension Stiffening Effect in Smeared Crack Model", Engineering Mechanics: Proceedings of the 10th Conference, Colorado, EUA, 1995, pp. 655-658.
- [21] Červenka, V.; Jendele, L.; Červenka, J., “ATENA Program Documentation Part 1 – Theory”, Cervenka Consulting Ltd, Praga, 2010.
- [22] Duarte, I., “Comportamento ao Punçoamento de Lajes Fungiformes Reforçadas com Parafusos”, Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa, 2008.
- [23] Elfgren, L. e Ohlsson, U., “Modelling of Hook Anchors”, Fracture Mechanics of Concrete, Division of Building Material, Lund Institute of Technology, Lund, 1986.
- [24] Elfgren, L.; Broms, C. E.; Cederwall K. e Gyltorf, K., “Fatigue of Anchor Bolts in Reinforcement Concrete Foundations”, IABSE Report, V. 37, Fatigue of Steel and Concrete Structures. International Association for Bridges and Structural Engineering, Zürich, 1982, pp. 463-470.
- [25] Eligehausen, R., “Befestigungen im ungerissen Beton”, Instituto de Materiais de Construção, Universidade de Estugarda, 1989.
- [26] EN 1992-1-1 Eurocode 2, “Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings”, Fevereiro, 2010.
- [27] Faria, D., “Reforço de Lajes de Betão Armado usando Pós-Tensão com Ancoragens por Aderência”, Dissertação de Doutor, Universidade Nova de Lisboa, 2011.
- [28] Faria, D.; Inácio, M.; Lúcio, V. e Ramos, A., “Punching of Strengthened Concrete Flat Slab – Experimental Analysis and Comparison with Codes”, Structural Engineering International, IABSE, 2012, pp. 202-214.
- [29] Federation International du Beton, “Characteristic Resistance of Anchorages with Headed Anchors”, Parte IV, Bulletin N° 58.
- [30] Fernández Ruiz, M.; Muttoni, A. e Jakob Kunz, “Strengthening of Flat Slabs Against Punching Shear Using Post-Installed Shear Reinforcement”, ACI Structural Journal, V. 107, USA, 2010, pp. 434-442.
- [31] Fernández Ruiz M. e Muttoni, A., “Performance and Design of Punching-Shear Reinforcing Systems”, 3rd Fib International Congress, USA, 2010, 14 p..
- [32] Fuchs, W., Eligehausen, R., Breen, J.E., Concrete Capacity Design (CCD) Approach for Fastening for Concrete, ACI Structural Journal, Vol. 92, No.1, Jan.-Feb. 1995, pp.73-94.

- [33] Ghali, A.; Sargious, M. A.; Huizer, A., "Vertical Prestressing of Flat Plates Around Columns", *Shear in Reinforced Concrete*, ACI, Special Publication SP 42, 1974, Detroit, Vol. 2, pp. 905-920.
- [34] Guandalini, S., "Symmetric Punching in R/C Slabs," Dissertação de Doutor, No. 3380, EPFL, Lausanne, Switzerland, 2005, 289 pp.
- [35] Hillerborg, A., "Analysis of one Single Crack in Fracture Mechanics of Concrete", V. 7, Elsevier, London, 1983.
- [36] Hordijk, D.A., "Local approach to fatigue of concrete", Dissertação de Doutor, Delft University of Technology, Holanda, 1991.
- [37] Inácio M.; Ramos, A.; Lúcio, V. e Faria, D., "Punçoamento de Lajes Fungiformes Reforçadas com Parafusos – Efeito da Área e Posicionamento da Ancoragem", Encontro Nacional Betão Estrutural – BE2012, FEUP, 26-26 de Outubro de 2012.
- [38] Inácio, M., "Comportamento ao Punçoamento de Lajes Fungiformes Reforçadas com Parafusos – Efeito da Área e Posicionamento da ancoragem", Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa, 2010.
- [39] Inácio, M.; Ramos, P.; Faria, D., "Strengthening of flat slabs with transverse reinforcement by introduction of steel bolts using different anchorage approaches", *Engineering Structures*, Vol. 44, Novembro 2012, pp. 63-77.
- [40] Johannes Furche, "Zum Trag – und Verschiebungsverhalten von kopbolzen bei zentrischem zug", Dissertação de Mestrado, Universidade de Estugarda, Alemanha, 1993.
- [41] Kinnunen, S., and Nylander, H., "Punching of Concrete Slabs Without Shear Reinforcement," *Transactions of the Royal Institute of Technology*, No. 158, Stockholm, Sweden, 1960, 112 pp.
- [42] Kollegger, J.; e Mehlhorn, G., "Experimentelle und Analytische Untersuchungen zur Aufstellung eines Materialmodells, Gerissene Stahbetonscheiben", Nr.6 Forschungsbericht, Massivbau, Gesamthochschule Kassel, 1988.
- [43] Mamede, N. "Estudo Paramétrico do Punçoamento em Lajes Fungiformes através de Análise Numérica", Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa, 2011.
- [44] Mamede, N.; Ramos, A. e Faria, D., "Análise do efeito de características mecânicas e geométricas que afectam o comportamento ao punçoamento de lajes fungiformes", Encontro Nacional Betão Estrutural – BE2012, FEUP, 26-26 de Outubro de 2012.
- [45] Mamede, N.; Ramos, P. e Faria, D., "Experimental and parametric 3D nonlinear finite element analysis on punching of flat slabs with orthogonal reinforcement", *Engineering Structures*, Vol. 48, Março 2013, pp. 442-457.
- [46] Menétrey, P.; e William, K.J., —Triaxial Failure Criterion for Concrete and Its Generalization, *ACI Structural Journal*, Vol. 92, No.3, Maio-Junho, 1995, pp.311-318.
- [47] Menétrey, P.; Brühwiler E., "Shear strengthening of existing reinforced concrete slabs under concentrated loads", *École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Département de Génie Civil*, Junho de 1996.
- [48] Muttoni, A., "Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs Without Transverse Reinforcement", *ACI Structural Journal*, V. 105, USA, 2008, pp. 440-450
- [49] Muttoni, A.; Fernández Ruiz, M., "Applications of Critical Shear Crack Theory to Punching of Reinforced Concrete Slabs With Transverse Reinforcement", *ACI Structural Journal*, V. 106, USA, 2009, pp. 485-494.

- [50] Muttoni, A.; Fernández Ruiz, M., “Shear Strength of Members Without Transverse Reinforcement as Function of Critical Shear Crack Width”, *ACI Structural Journal*, V. 105, USA, 2008, pp. 163-172.
- [51] Muttoni, A.; Fernández Ruiz, M.; Furst, A.; Guandalini, S.; Hunkeler, F.; Moser, K. e Seiler H., “Structural safety of parking garages”. Swiss Society of Engineers and Architects Zurich, Switzerland, 2008, 105 p..
- [52] Ozbolt, J. e Eligehausen, R., “Numerical Analysis of Headed Studs Embedded in Large Plain Concrete blocks”, *Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures*, London, 1990.
- [53] Ozbolt, J., “Maßstabseffekt und Duktilität von Beton – und Stahlbetonkonstruktionen”, *Dissertação para certificado de Habilitação*, Universidade de Estugarda, 1995.
- [54] Peier, W. H., “Model for Pull-Out Strength of Anchors in Concrete”, *Journal of Structural Engineering*, V. 109, No. 5, 1983, pp. 1155-1173
- [55] Ramos, A. M. P., “Reparação e Reforço de Lajes Fungiformes ao Punçoamento”, *Dissertação de Mestrado*, Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico, 1995.
- [56] Reuter, M. e Eligehausen, R., “Einfluß der Lastenleitung durch Befestigungen auf die Tragfähigkeit von Stahlbetonbauteilen”, *Ingénieur-Archiv* 67, 1992, pp. 461-474.
- [57] Rolf Eligehausen; Mallee, R. e Silva, J. F., “Anchorage in Concrete Construction”, Ernst & Sohn – A Wiley Company
- [58] Sawade, G., “Ein energetisches Materialmodell zur Berechnung des Tragverhaltens von Zugbeanspruchtem Beton”, *Dissertação de Doutor*, Universidade Estugarda, 1994
- [59] Schwartz J. e Muttoni, A “Behavior of Beams in Slabs without Shear Reinforcement”, *Structural Concrete Laboratory of RPFL*, Vol. 62, Germany, 1991, pp.703-708.
- [60] Seghezzi, H. D., “Einflüsse der Belastungsgeschichte und der Umgebung”, *Manuscrito dos sistemas de conferência da série de montagem*, Zürich, 1986, pp. 8.1-8.10
- [61] Stefano Guandalini; Olivier L. Burdet e Aurelio Muttoni, “Punching Tests of Slabs with Low Reinforcement Ratios”, *ACI Structural Journal*, V. 106, USA, 2009, pp. 87-95.
- [62] Van Mier J.G.M., “Multi-axial strain-softening of concrete”, Part I: Fracture, *Materials and Structures*, RILEM, Vol. 19, No. 11, 1986.
- [63] Vecchio, F. J. e Collins, M. P., “The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear,” *ACI Journal*, Proceedings V. 83, No. 2, Mar.-Apr. 1986, pp. 219-231.
- [64] Vecchio, F.J.; Collins, M.P., Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Beams Subjected Shear, *ACI Structural Journal*, Vol. 83, No.2, Março-Abril, 1986, pp.219-231.
- [65] Walraven, J. C., “Fundamental Analysis of Aggregate Interlock”, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, V. 107, No. 11, 1981, pp. 2245-2270.

ANEXOS

A) Carga de resistência ao punçoamento e valores da Rotação/Esmagamento

A.1) $l_s = 120 \text{ mm}$

A.1.1) $\rho = 0,75 \%$

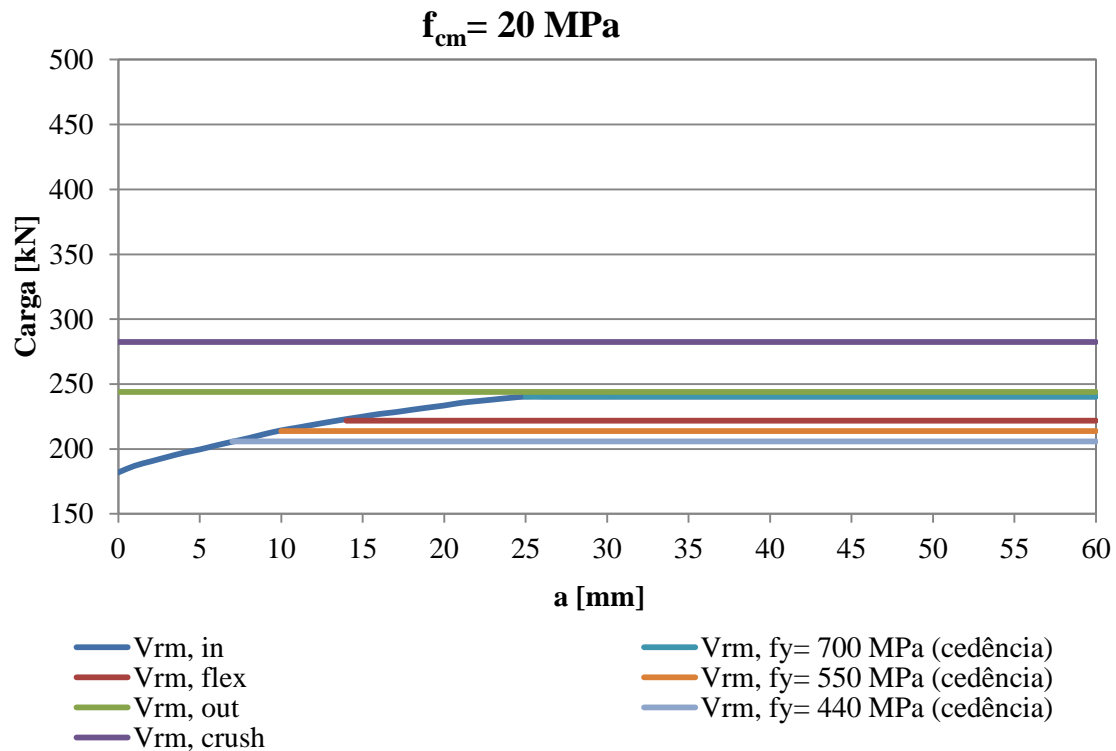


Figura A.1 – Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 20 \text{ MPa}$

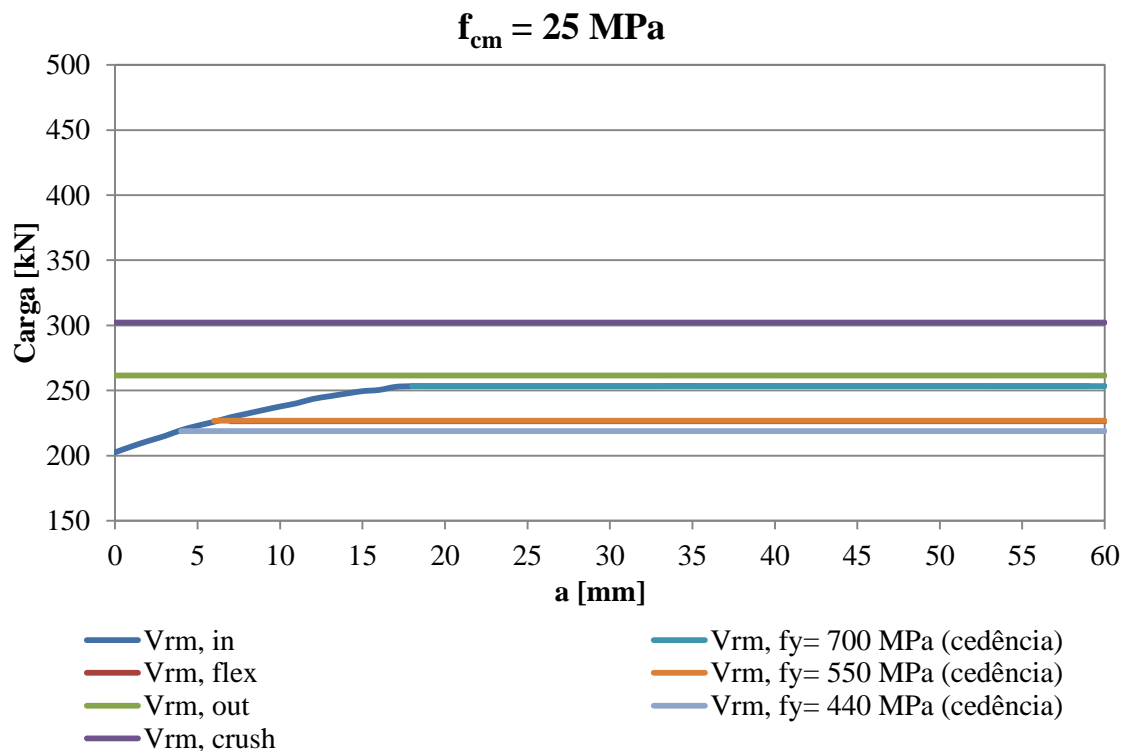


Figura A.2 – Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 25 \text{ MPa}$

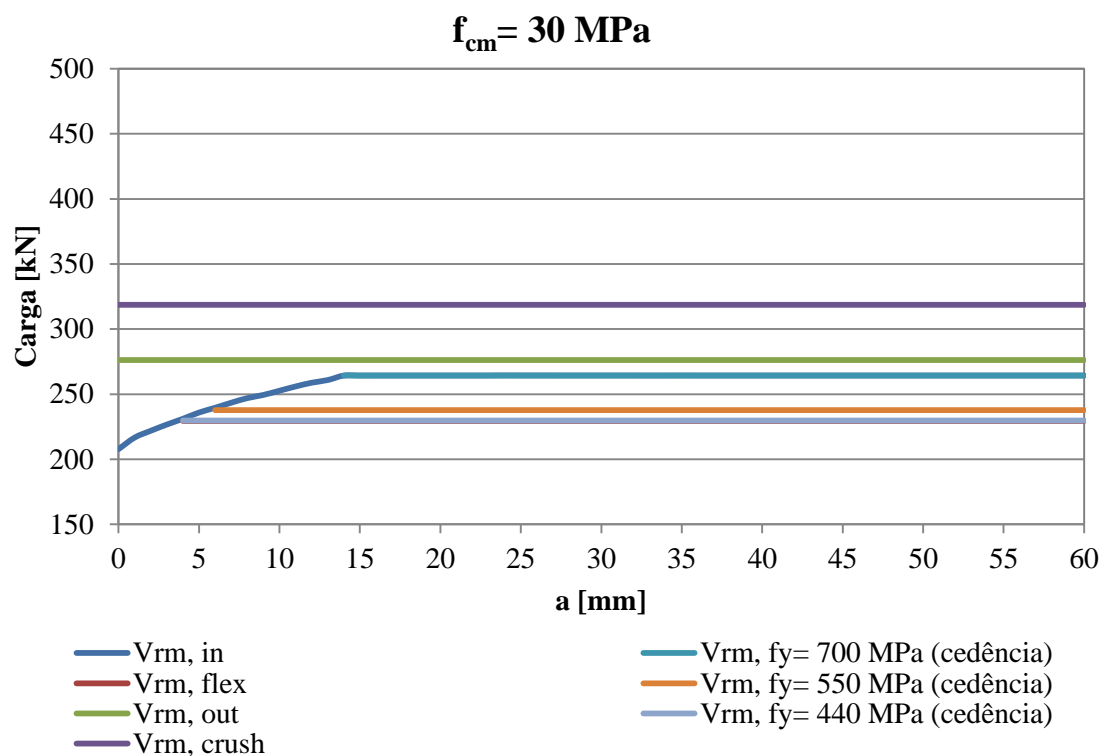


Figura A.3– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 30 \text{ MPa}$

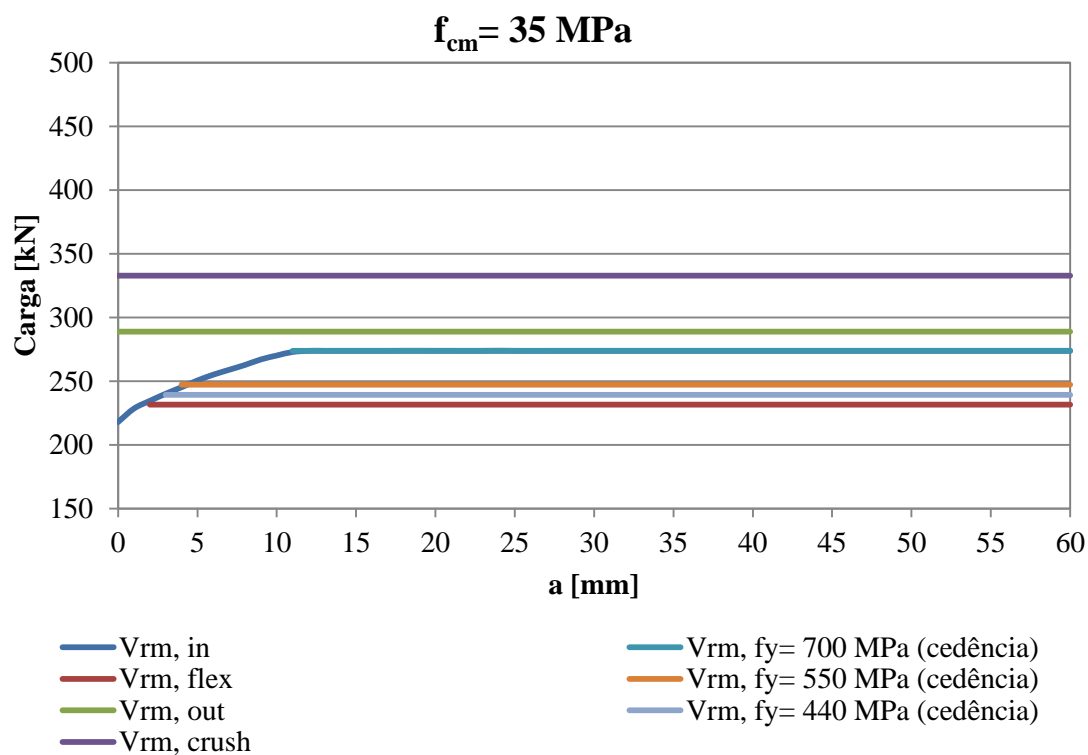


Figura A.4 – Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 35 \text{ MPa}$

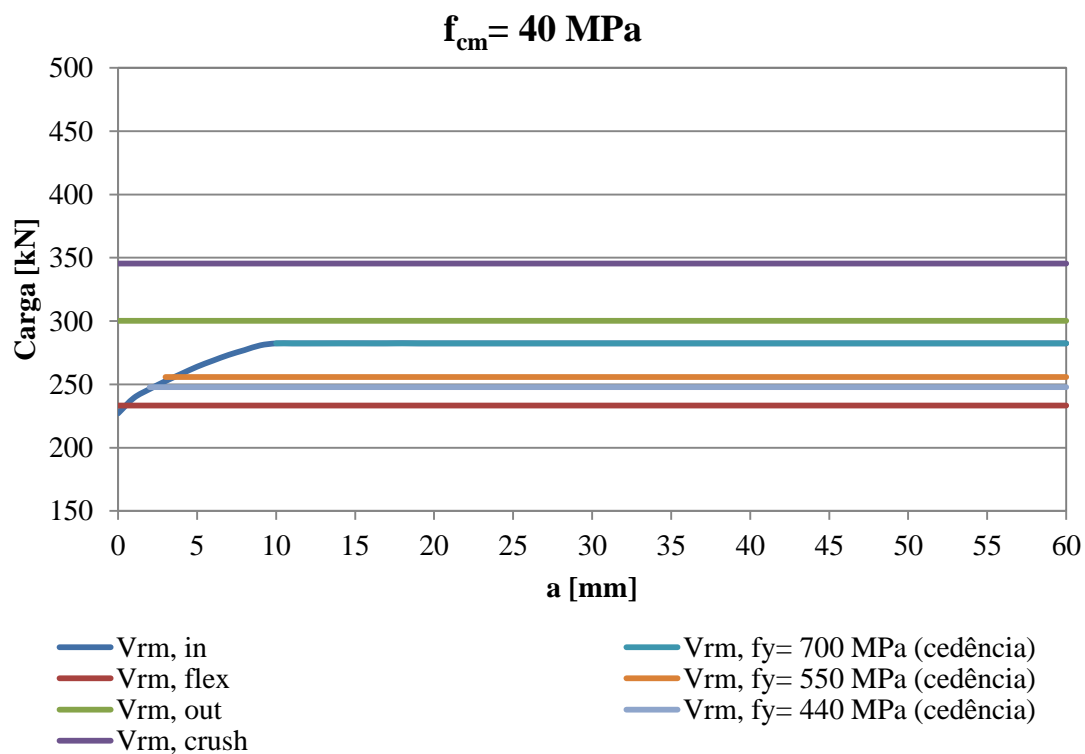


Figura A.5 – Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 40 \text{ MPa}$

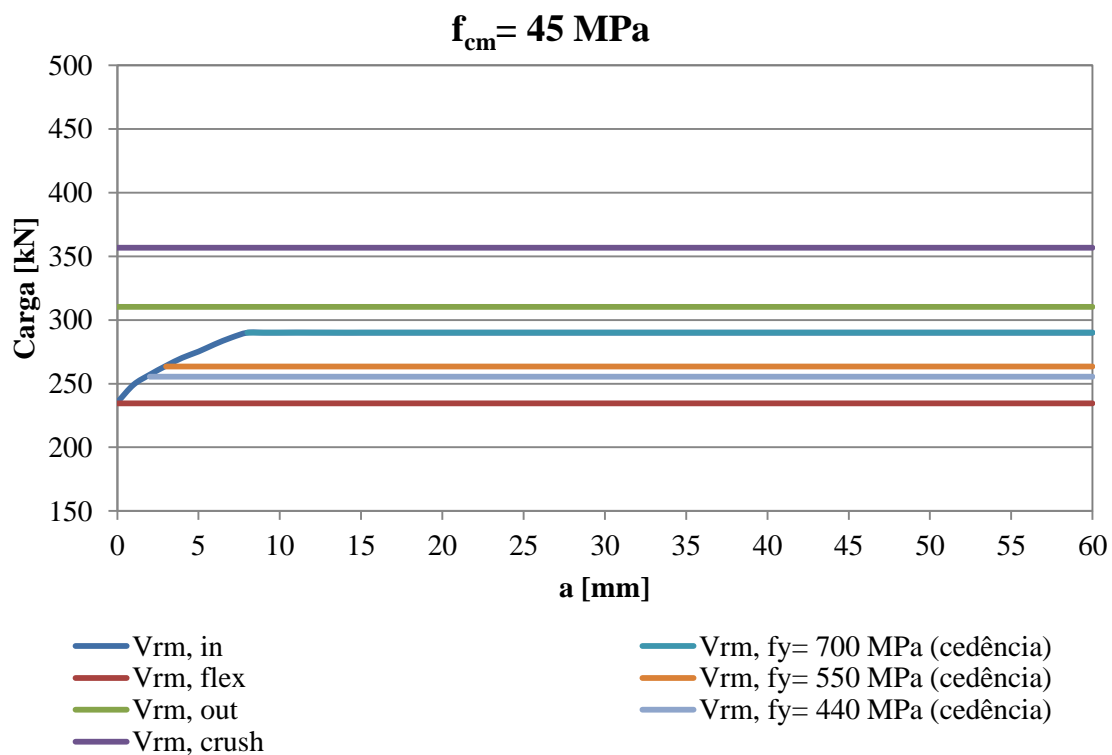


Figura A. 6 – Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 45 \text{ MPa}$

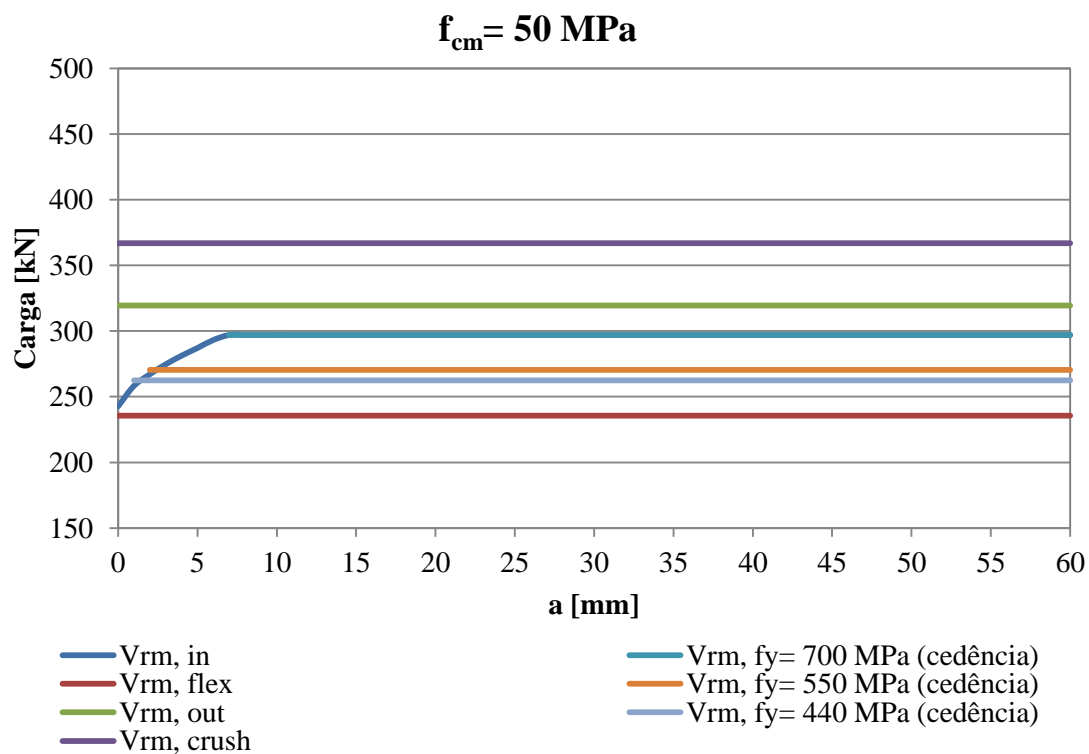


Figura A. 7 – Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 50 \text{ MPa}$

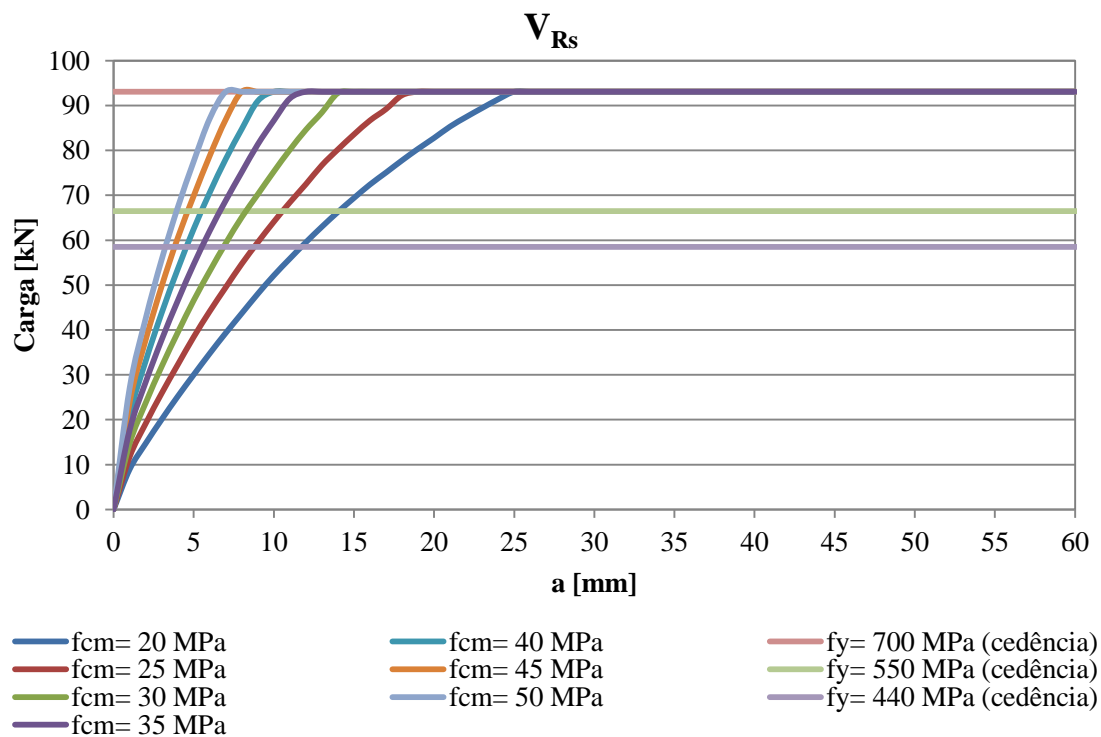


Figura A. 8 – Evolução do tamanho das cabeças de ancoragem relativamente à carga nas armaduras, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$

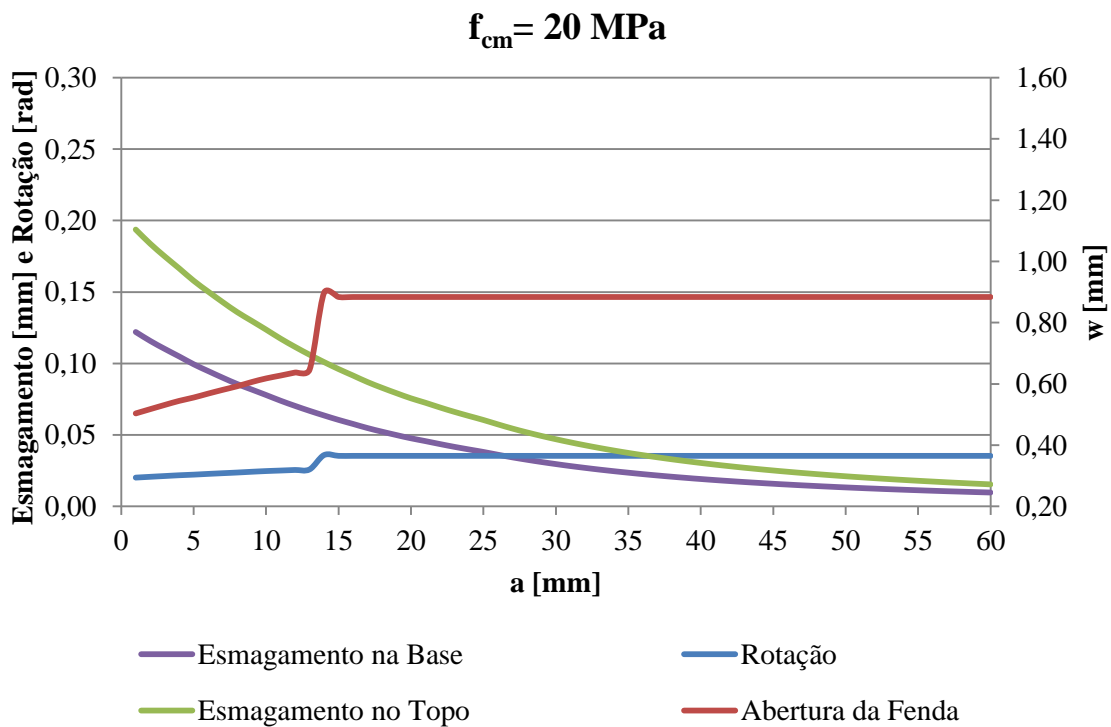


Figura A.9 – Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 20 \text{ MPa}$

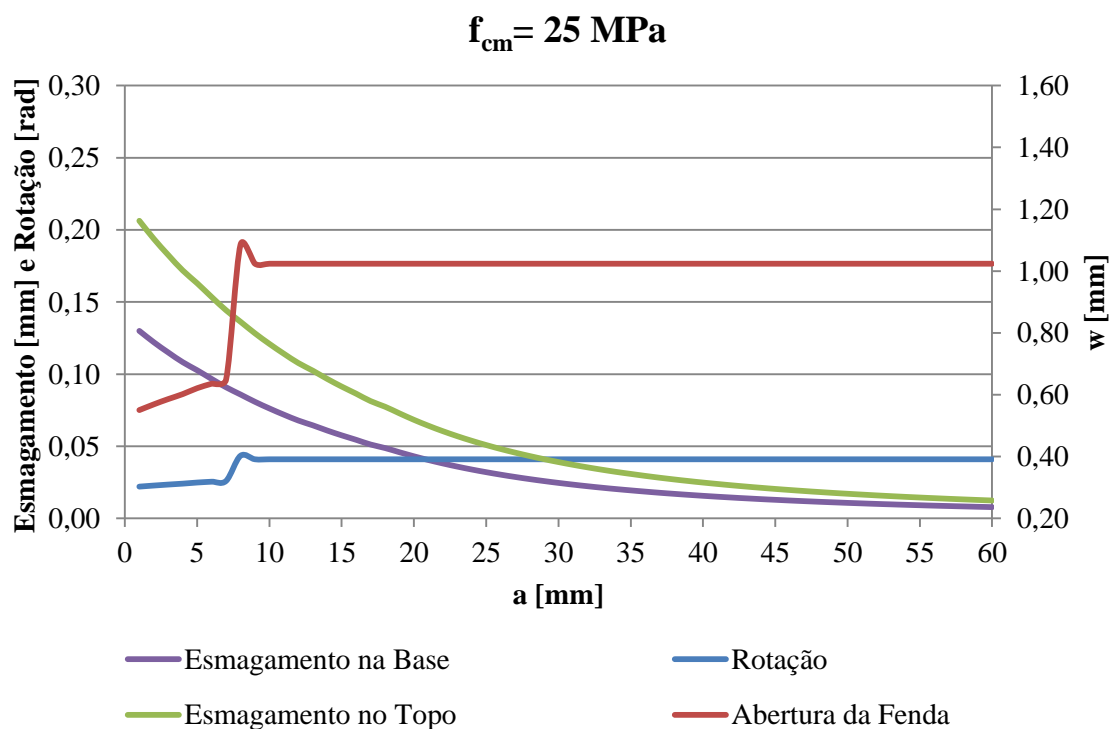


Figura A.10 – Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 25 \text{ MPa}$

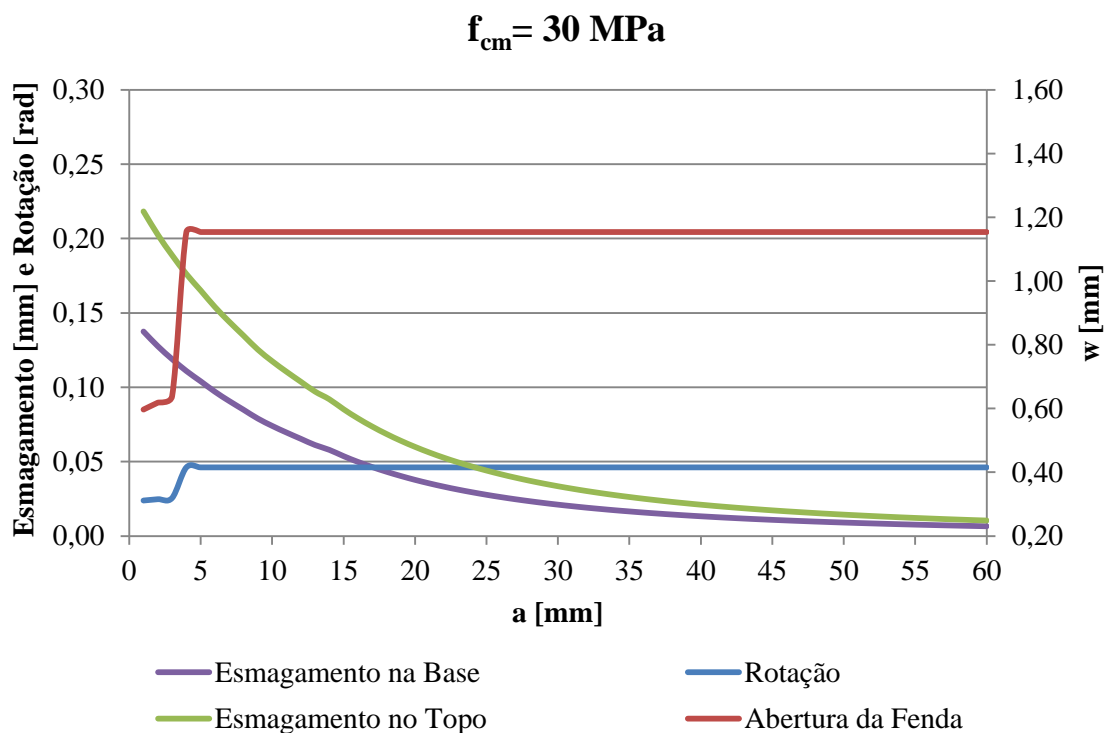


Figura A.11 – Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 30 \text{ MPa}$

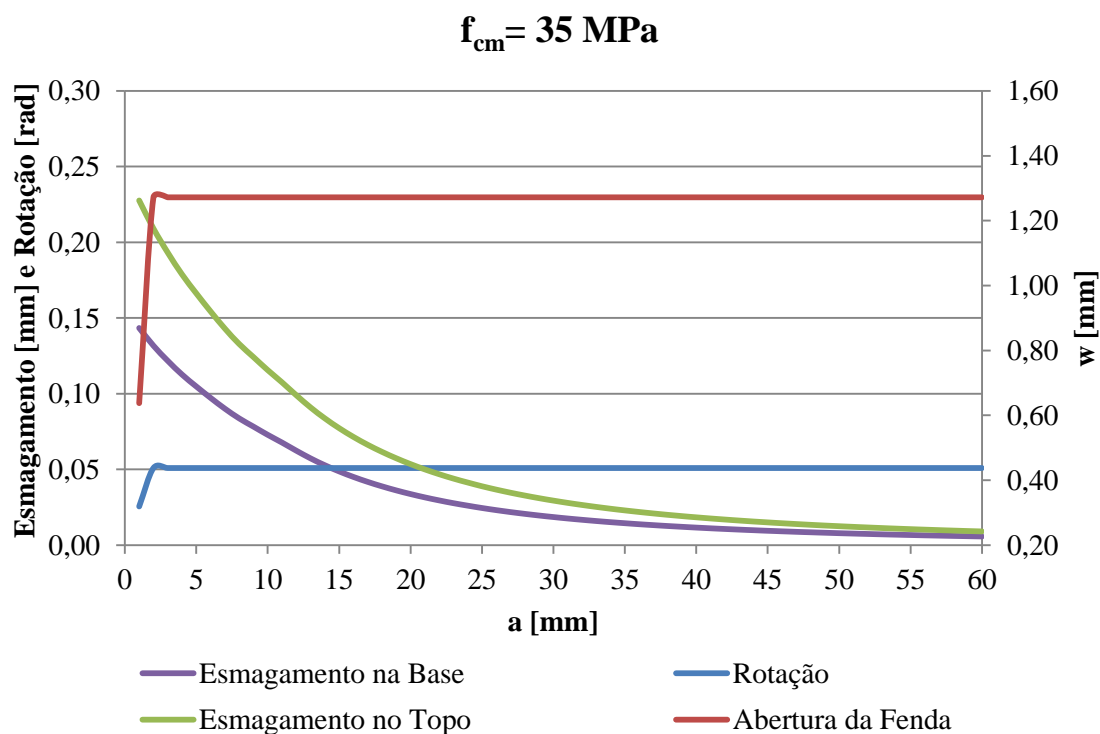


Figura A.12 – Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 35 \text{ MPa}$

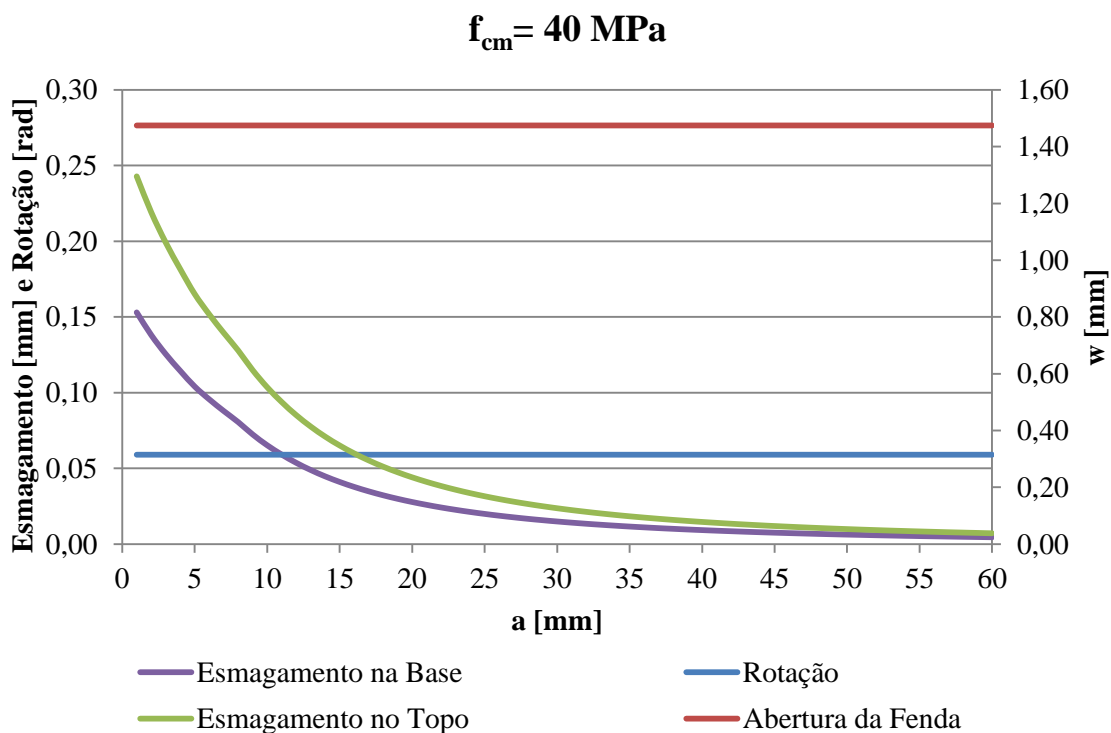


Figura A.13 – Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 40 \text{ MPa}$

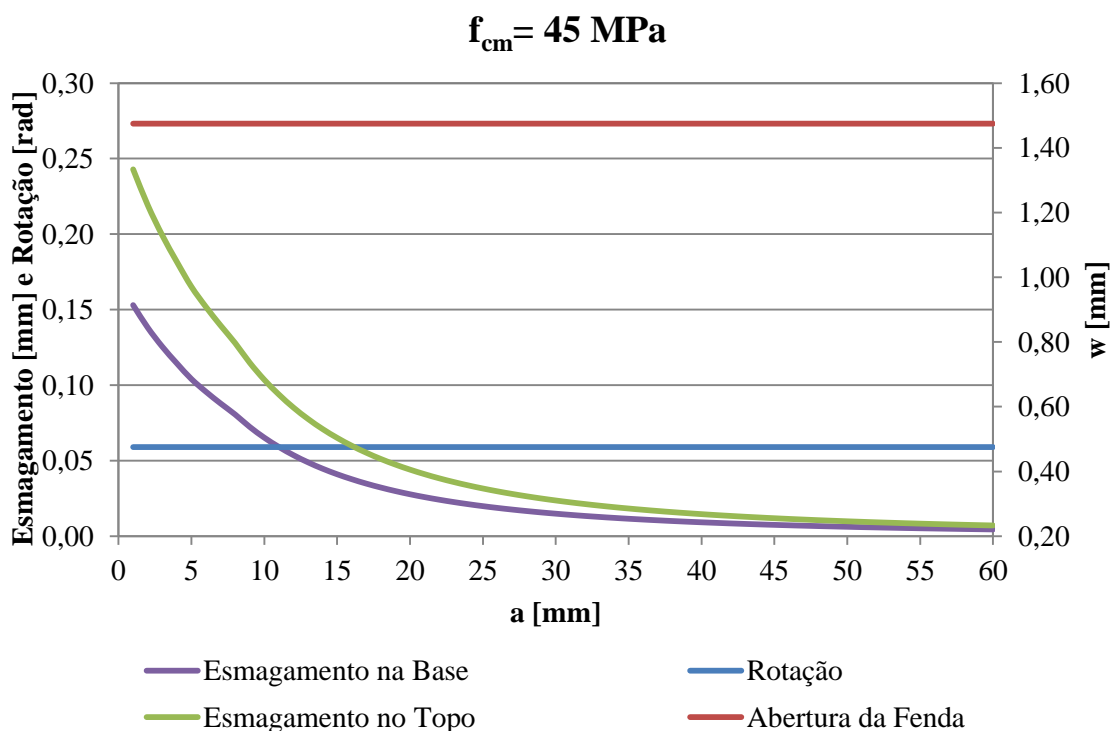


Figura A.14 – Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 45 \text{ MPa}$

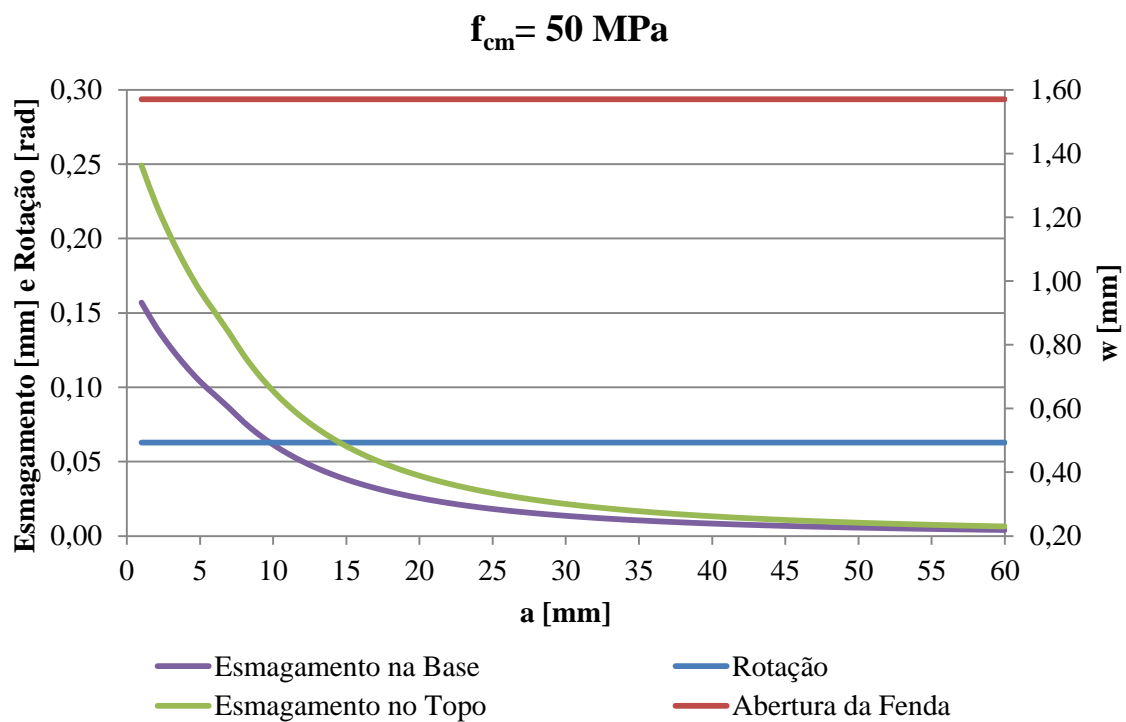


Figura A.15 – Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 50 \text{ MPa}$

A.1.2) $\rho = 1,00 \%$

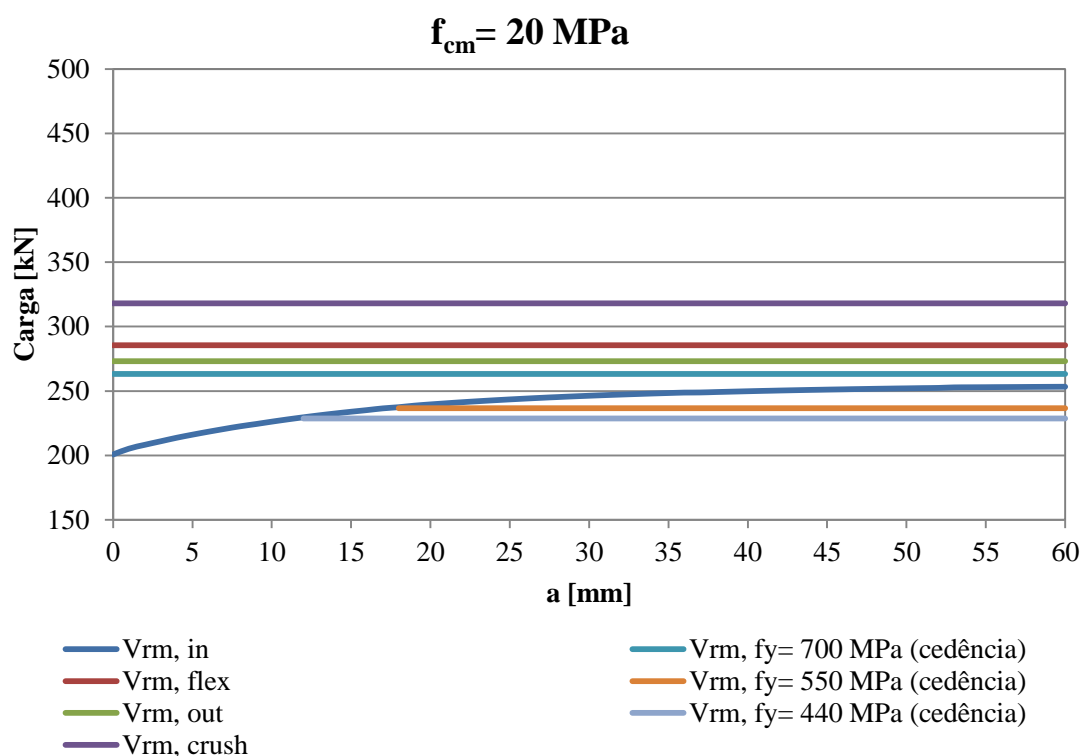


Figura A.16 – Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 20 \text{ MPa}$

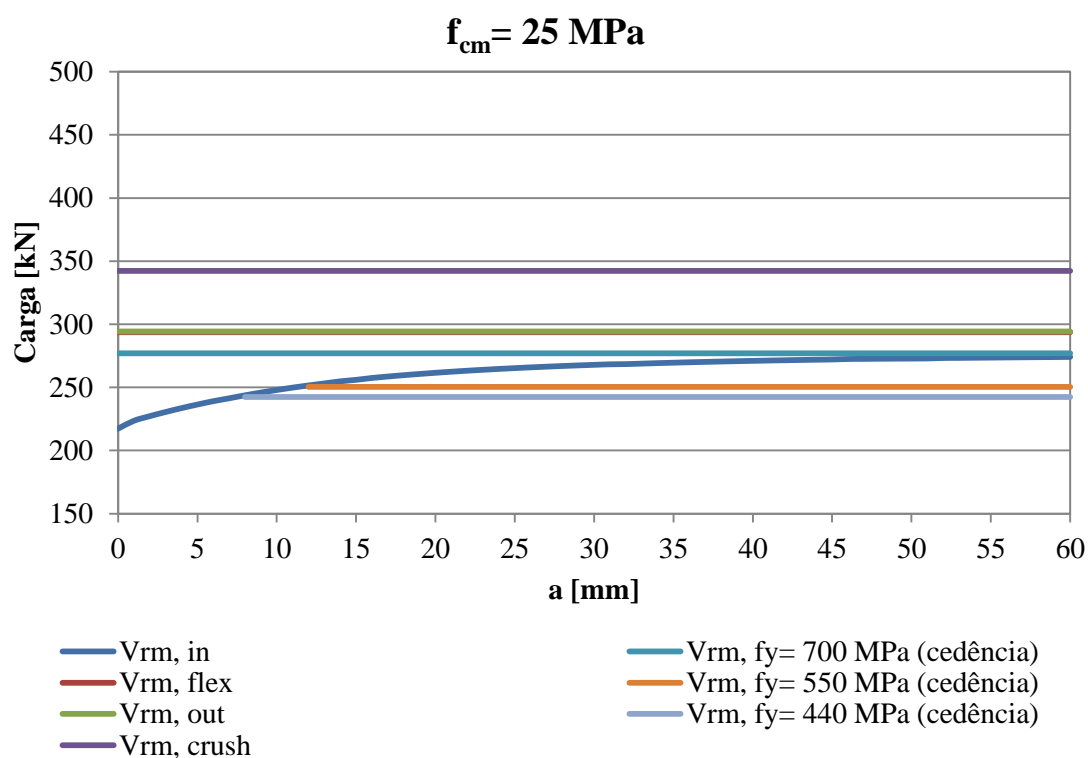


Figura A.17 – Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 25 \text{ MPa}$

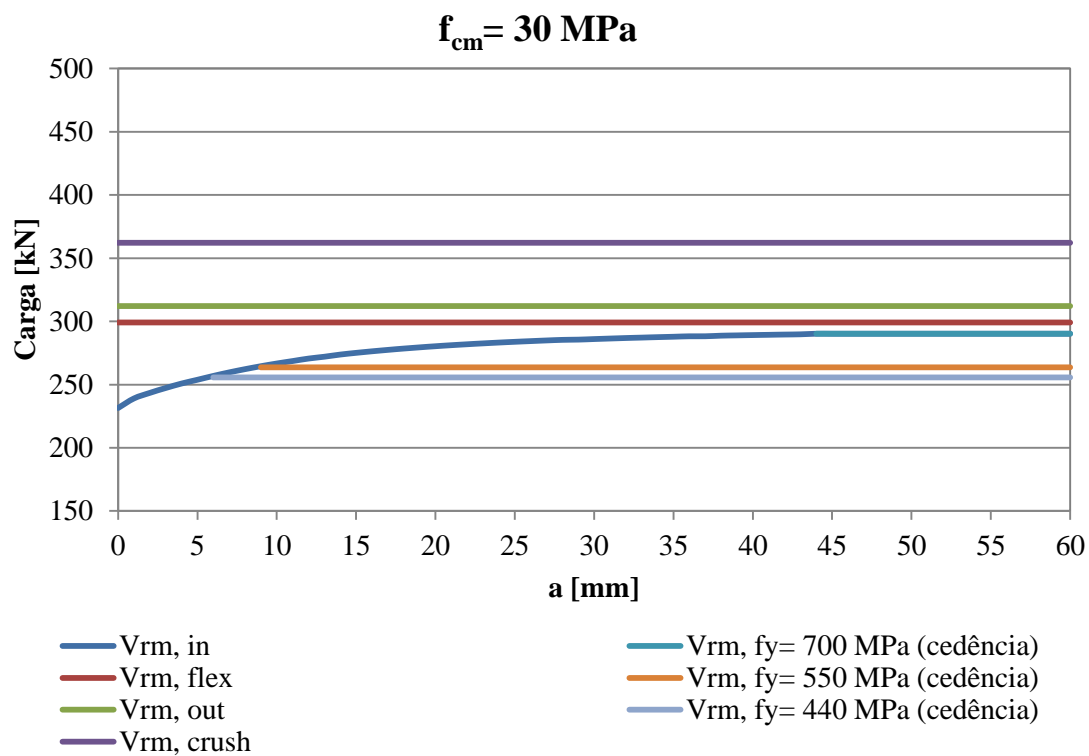


Figura A.18– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 30 \text{ MPa}$

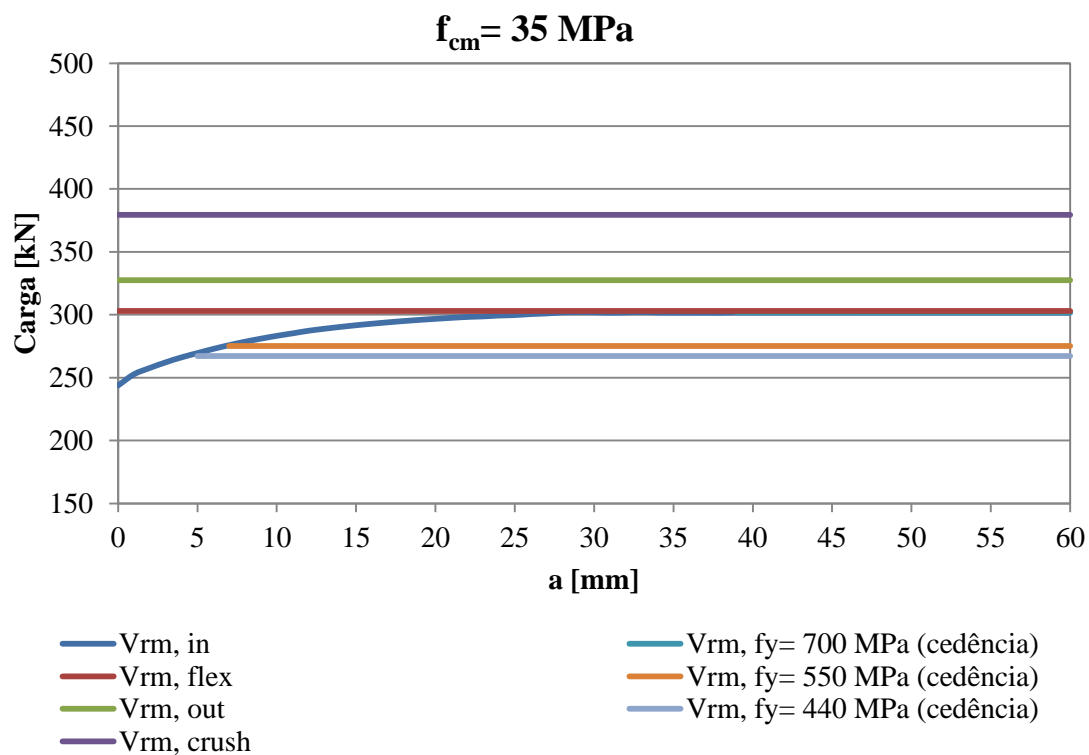


Figura A.19– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 35 \text{ MPa}$

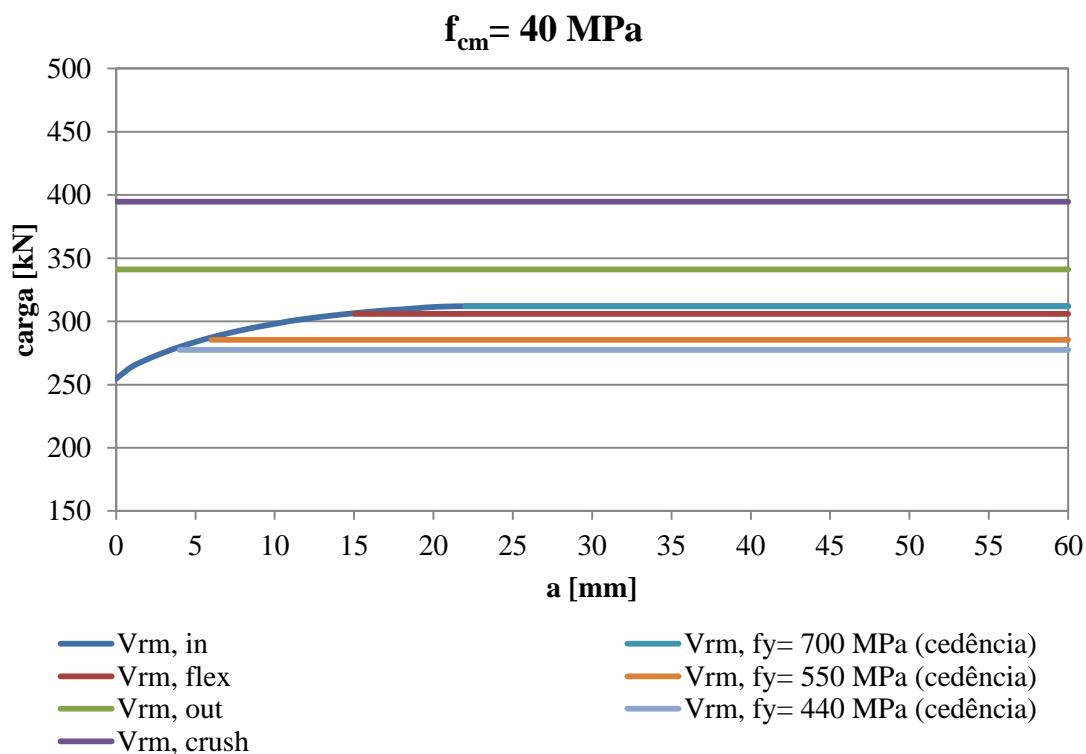


Figura A.20– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 40 \text{ MPa}$

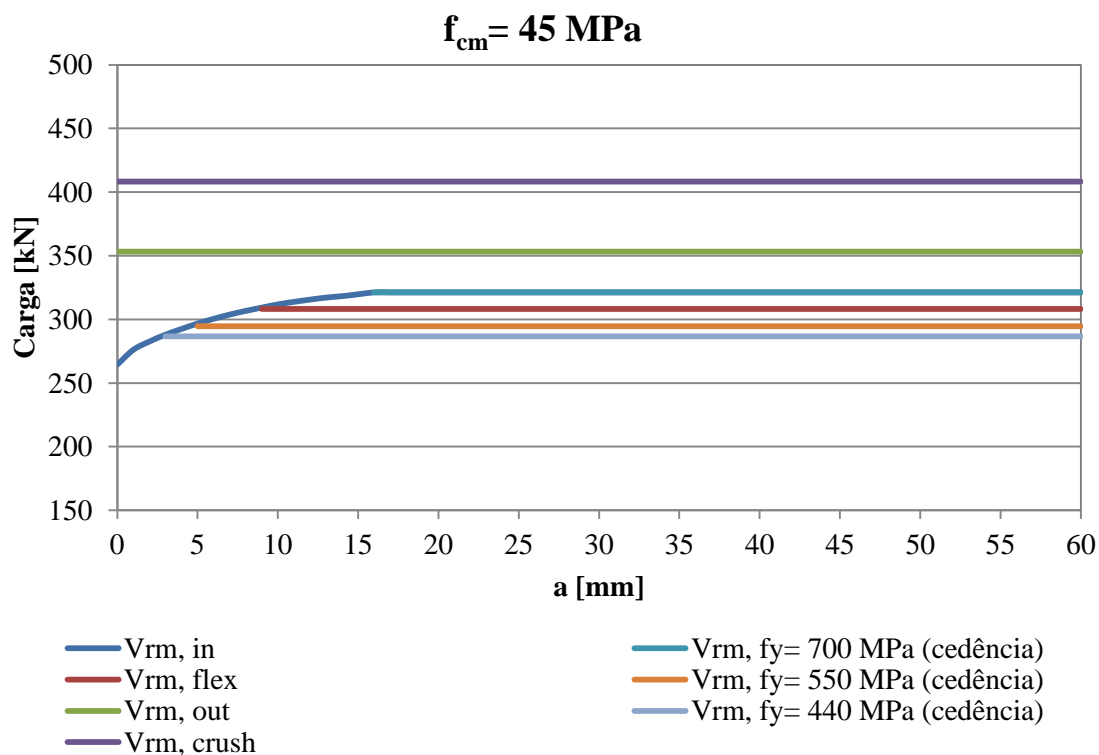


Figura A.21– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 45 \text{ MPa}$

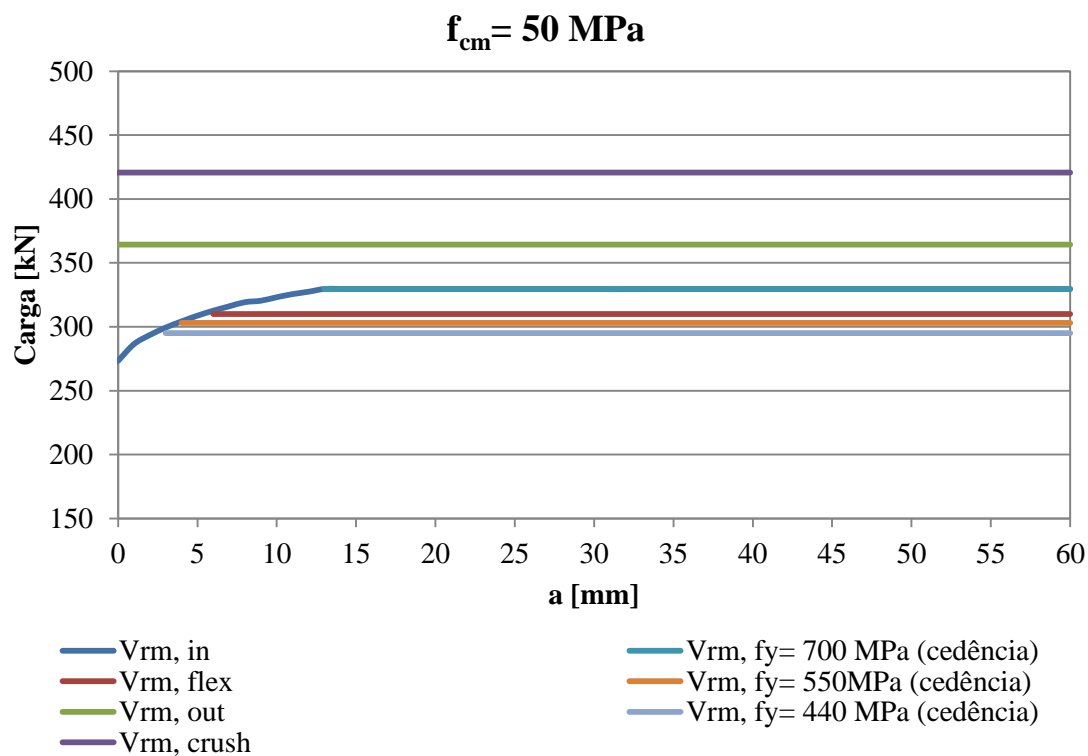


Figura A.22– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 50 \text{ MPa}$

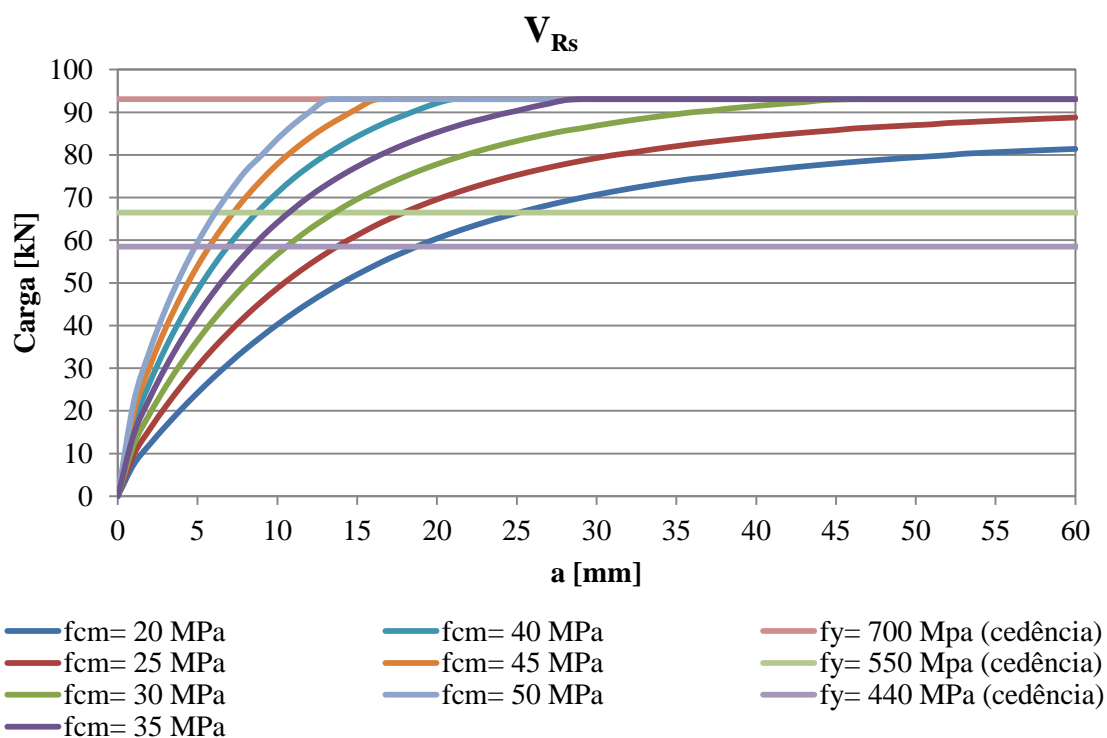


Figura A.23– Evolução do tamanho das cabeças de ancoragem relativamente à carga nas armaduras, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$

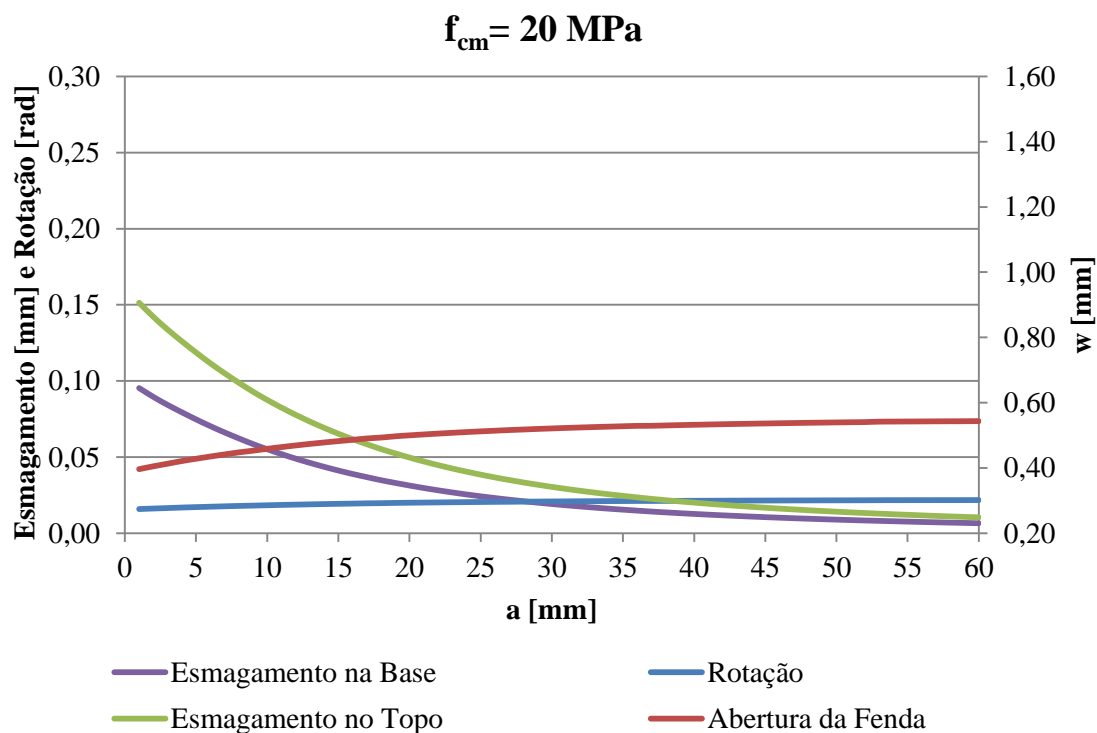


Figura A.24– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 20 \text{ MPa}$

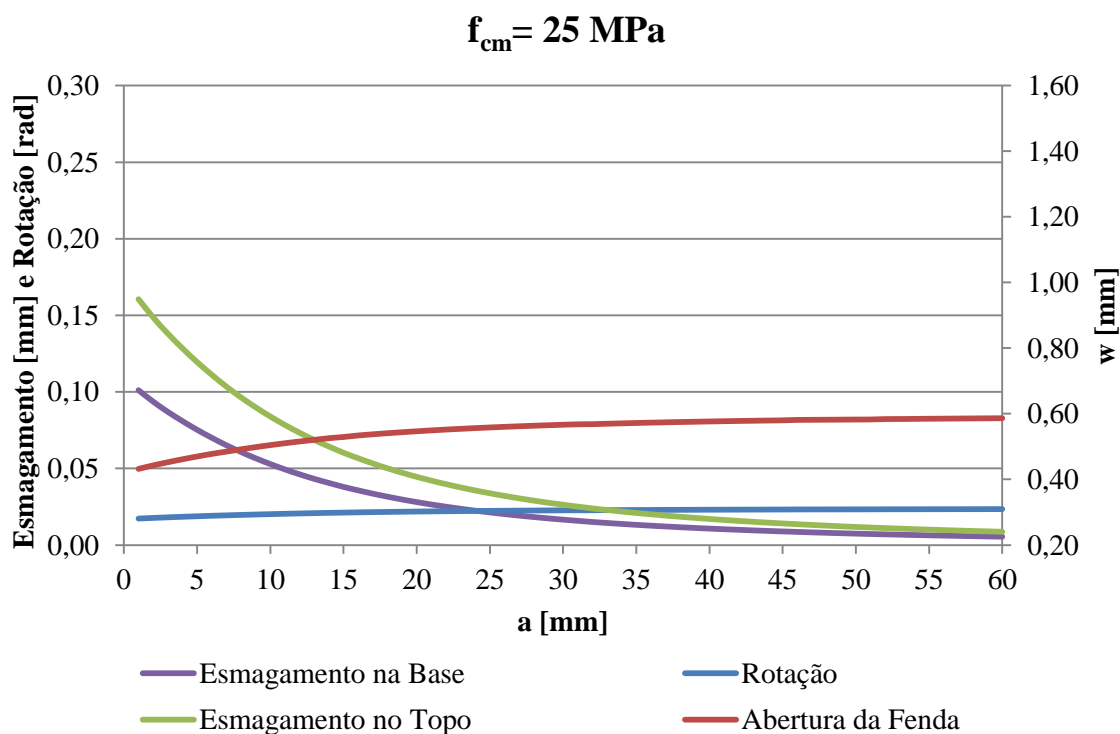


Figura A.25– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 25 \text{ MPa}$

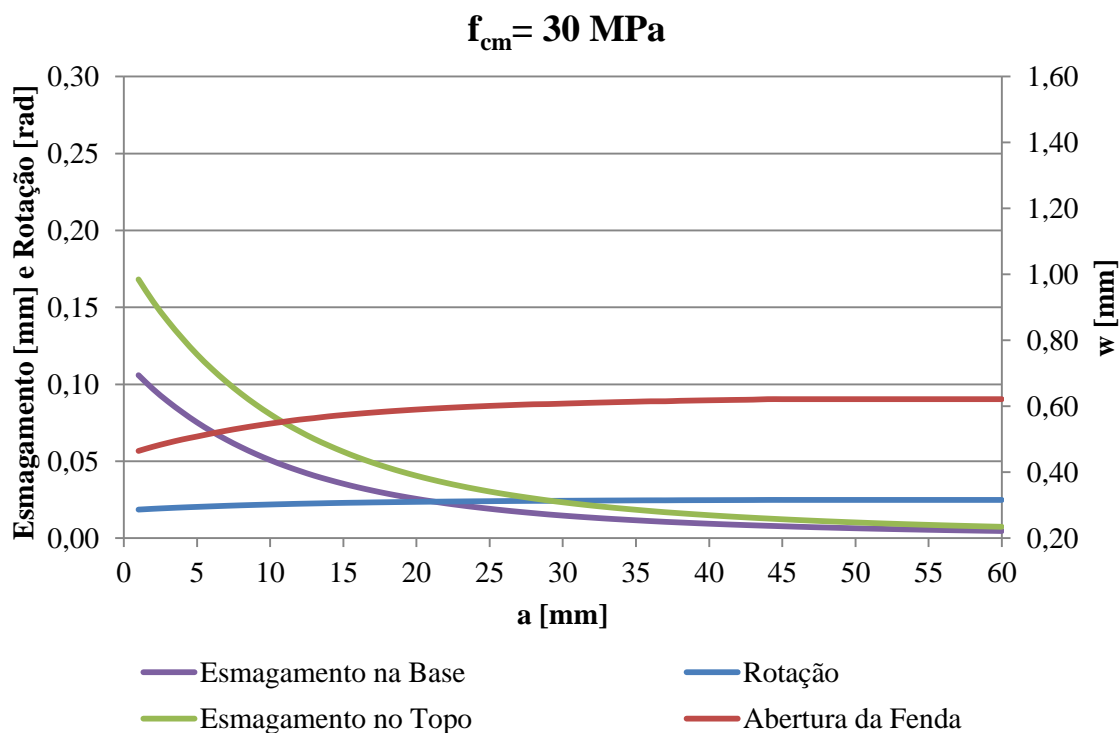


Figura A.26– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 30 \text{ MPa}$

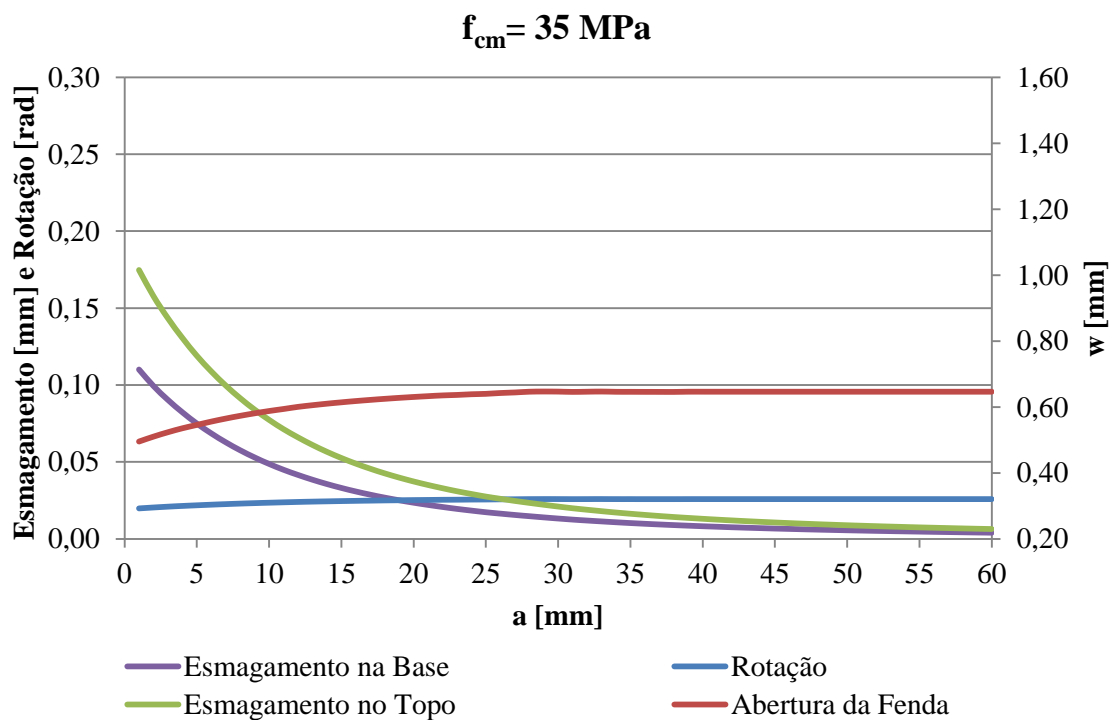


Figura A.27– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 35 \text{ MPa}$

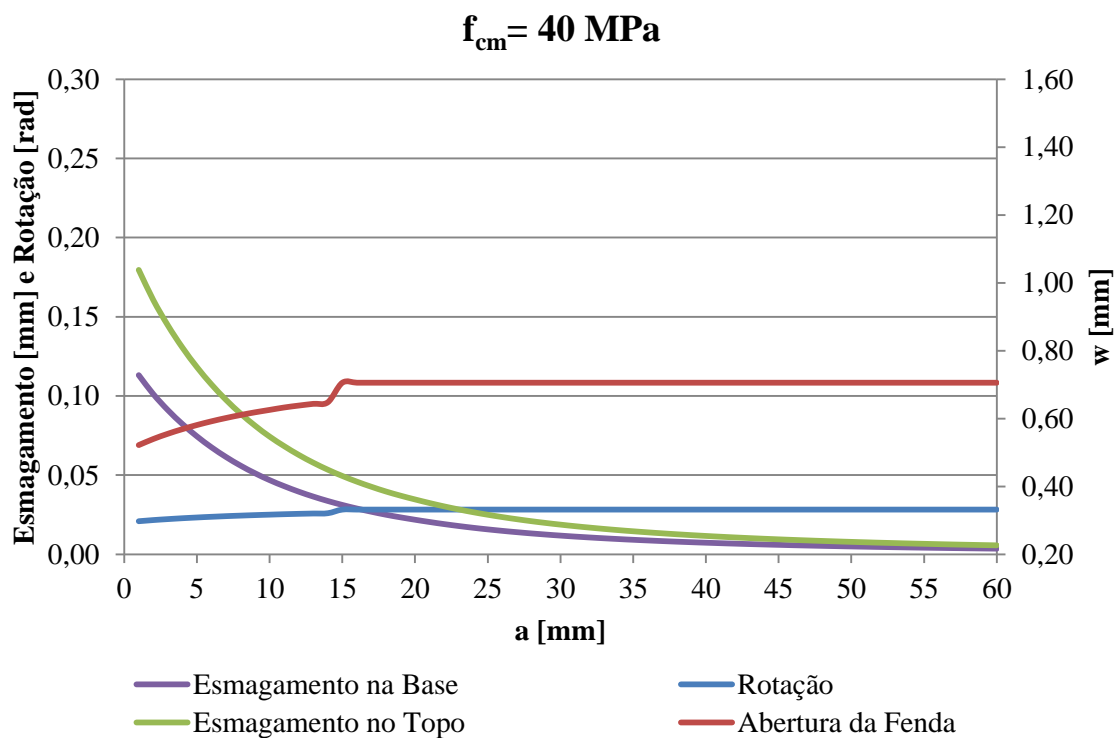


Figura A.28– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 40 \text{ MPa}$

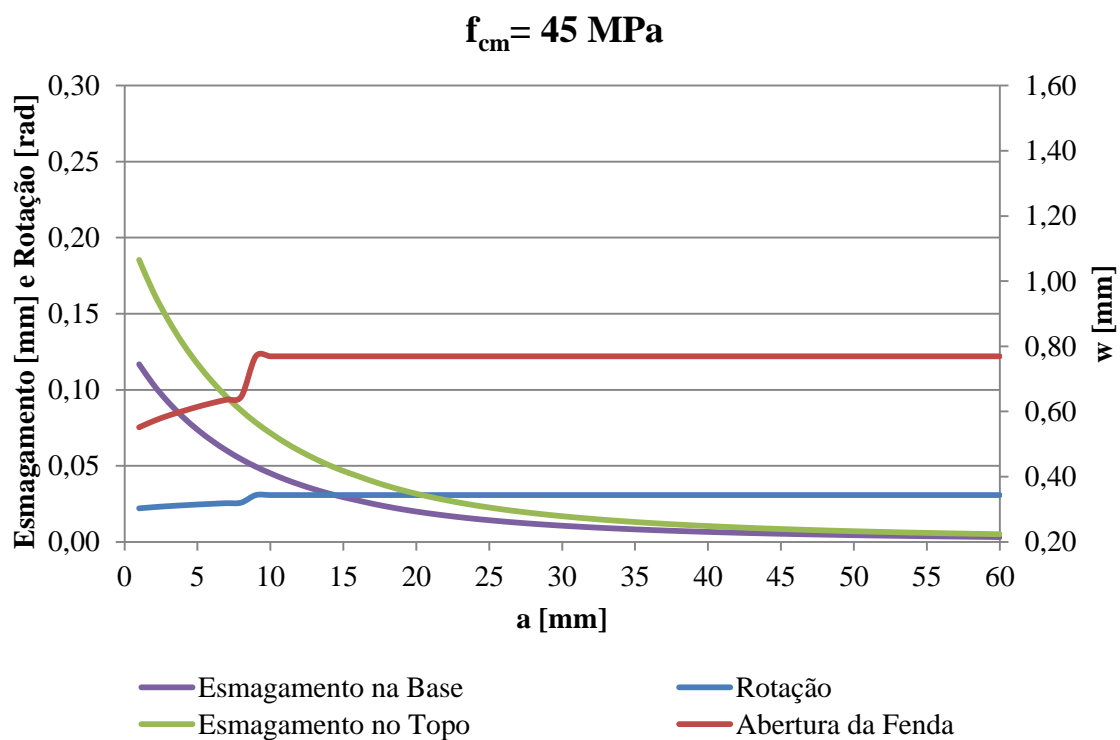


Figura A.29– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 45 \text{ MPa}$

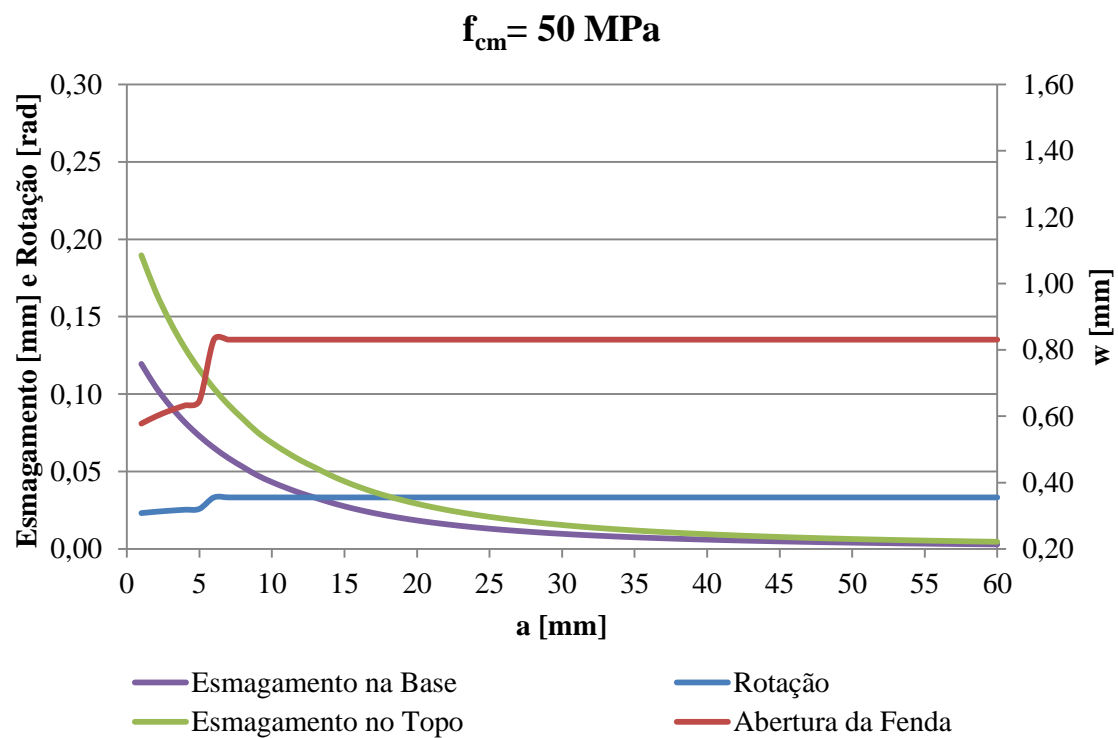


Figura A.30– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 50 \text{ MPa}$

A.3) $\rho = 1,25 \%$

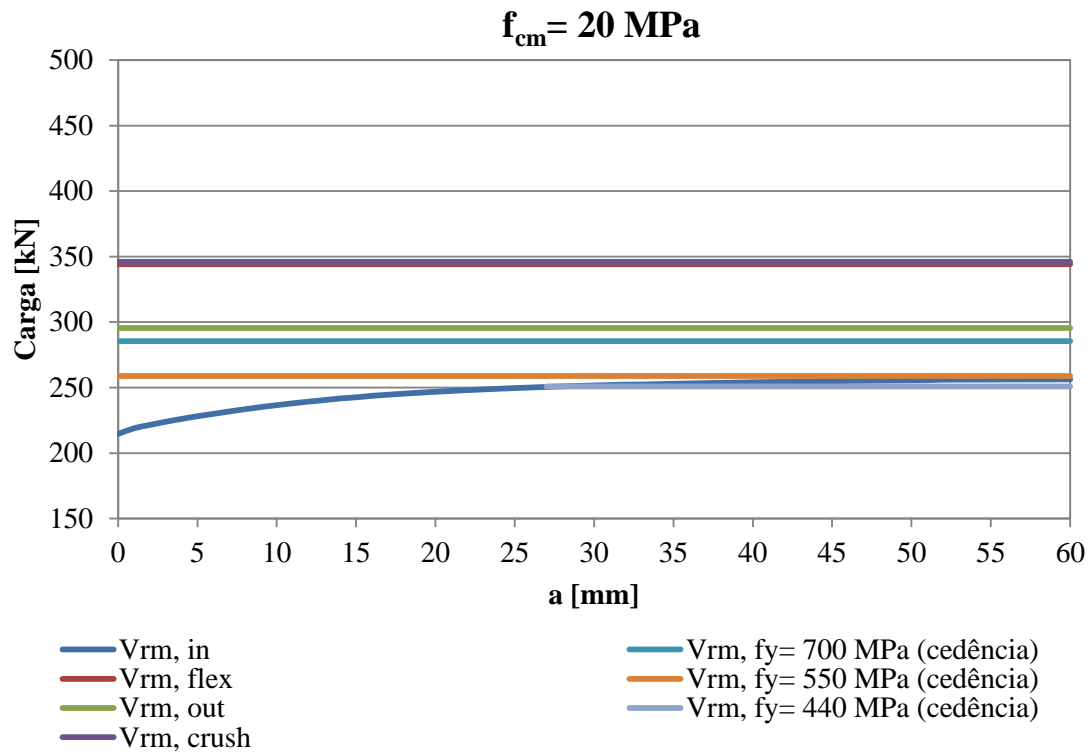


Figura A.31– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 20 \text{ MPa}$

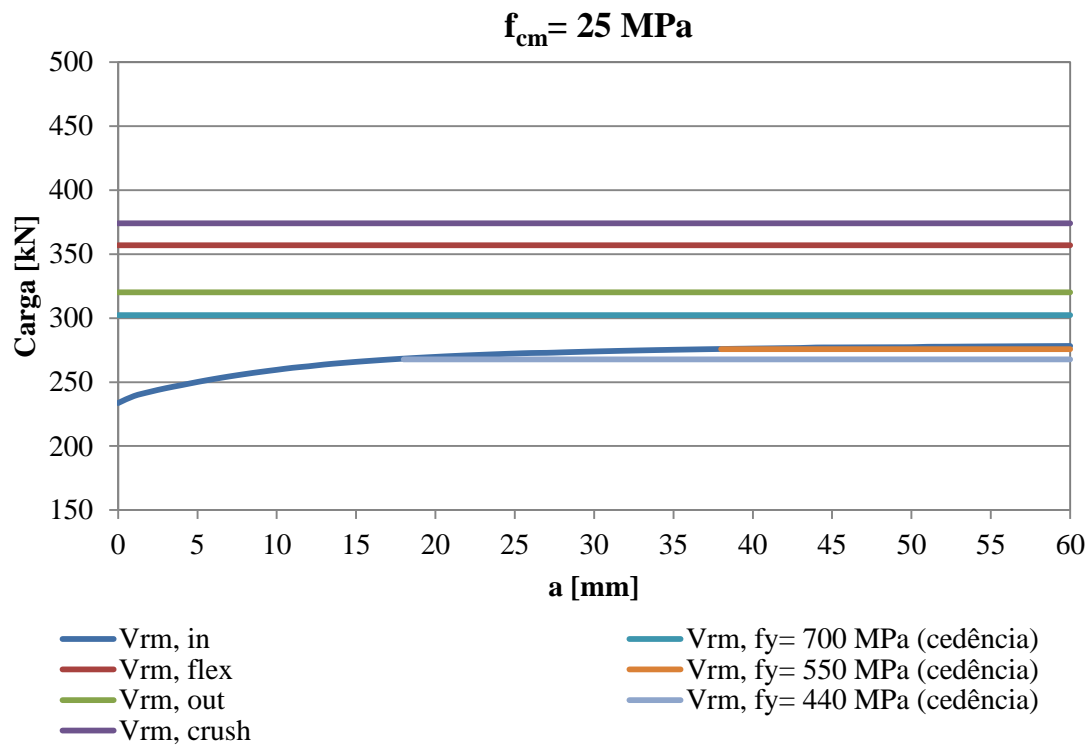


Figura A.32– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 25 \text{ MPa}$

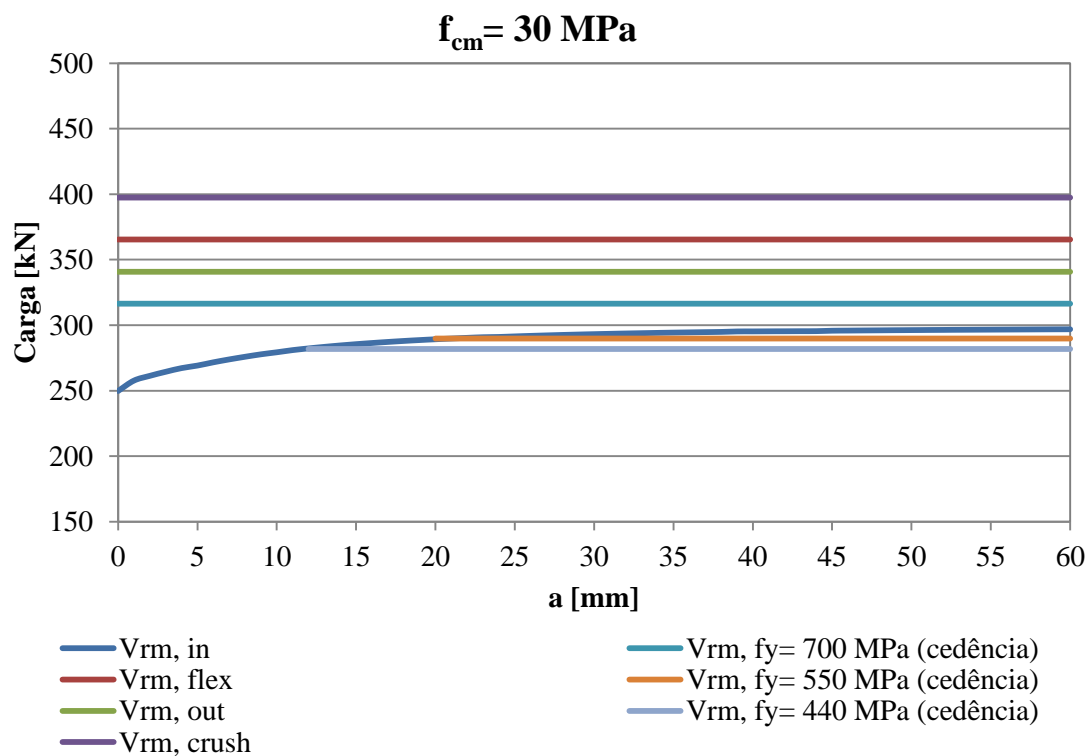


Figura A.33– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 30 \text{ MPa}$

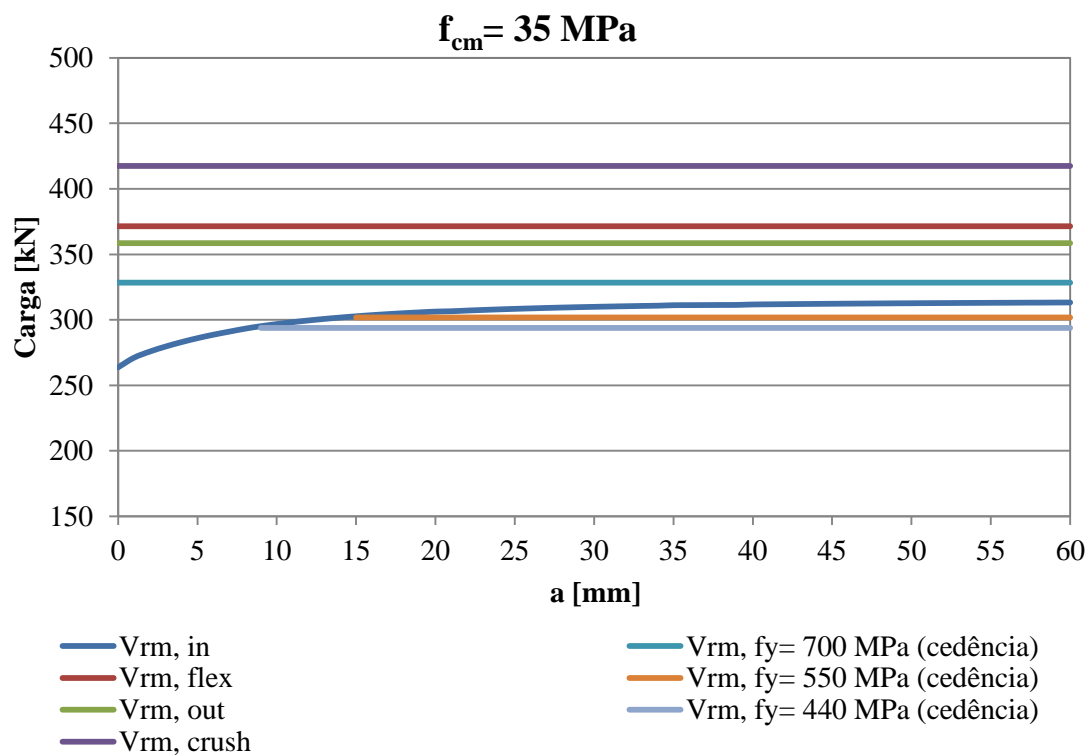


Figura A.34– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 35 \text{ MPa}$

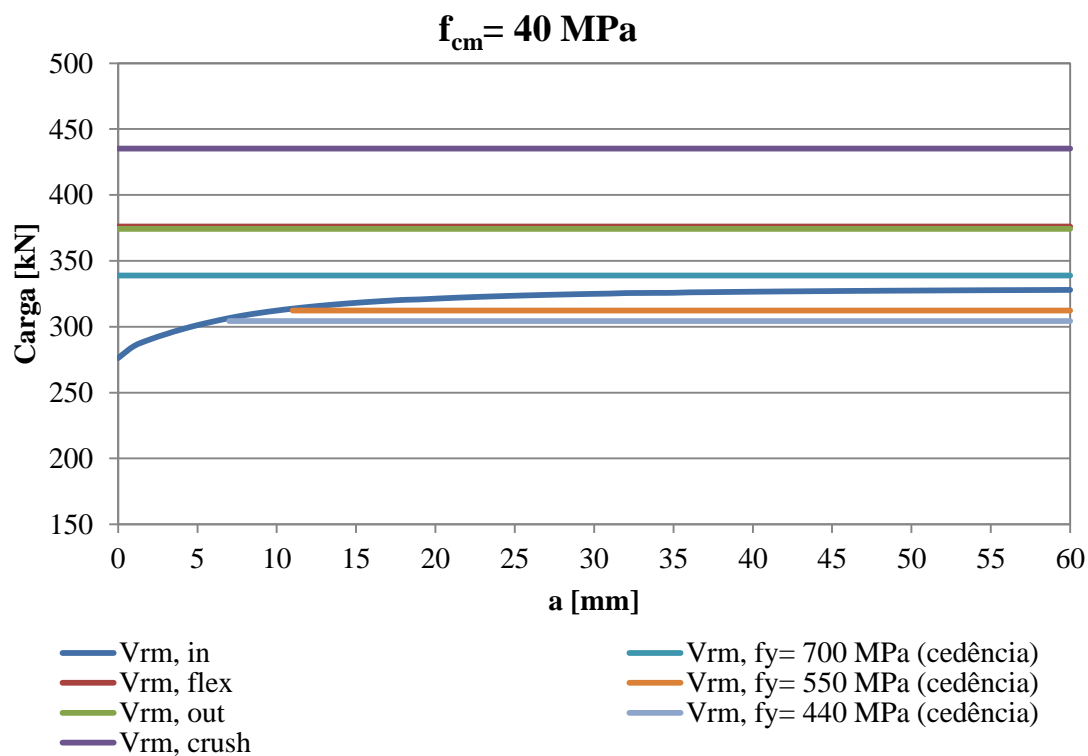


Figura A.35– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 40 \text{ MPa}$

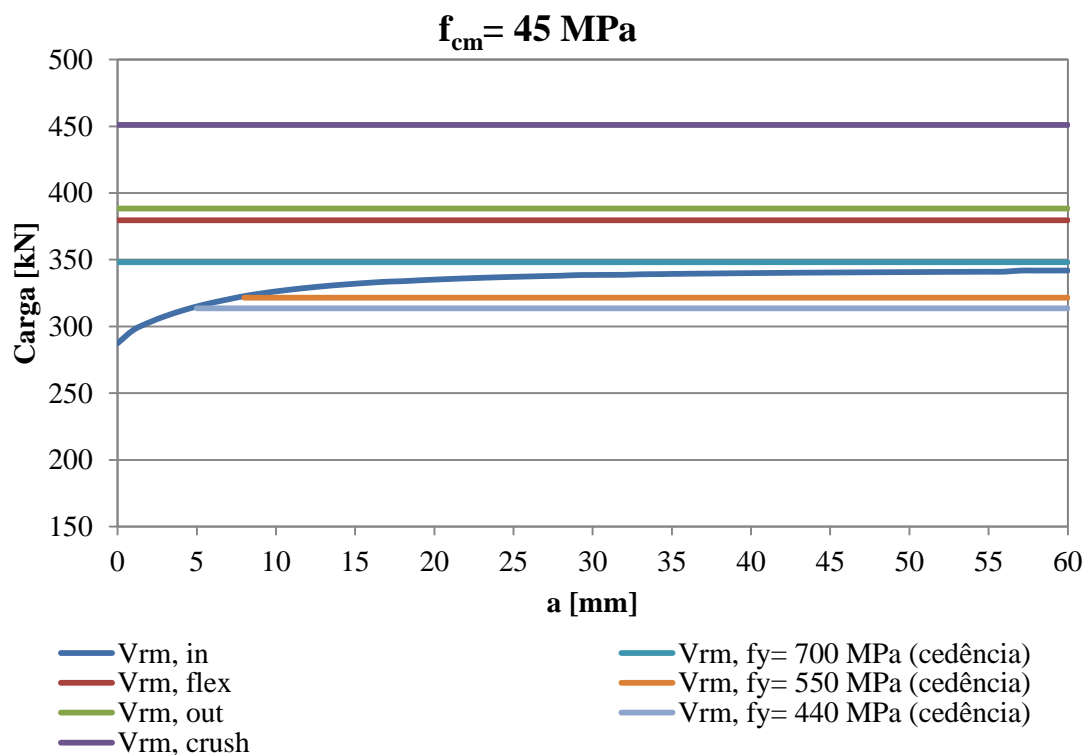


Figura A.36– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 45 \text{ MPa}$

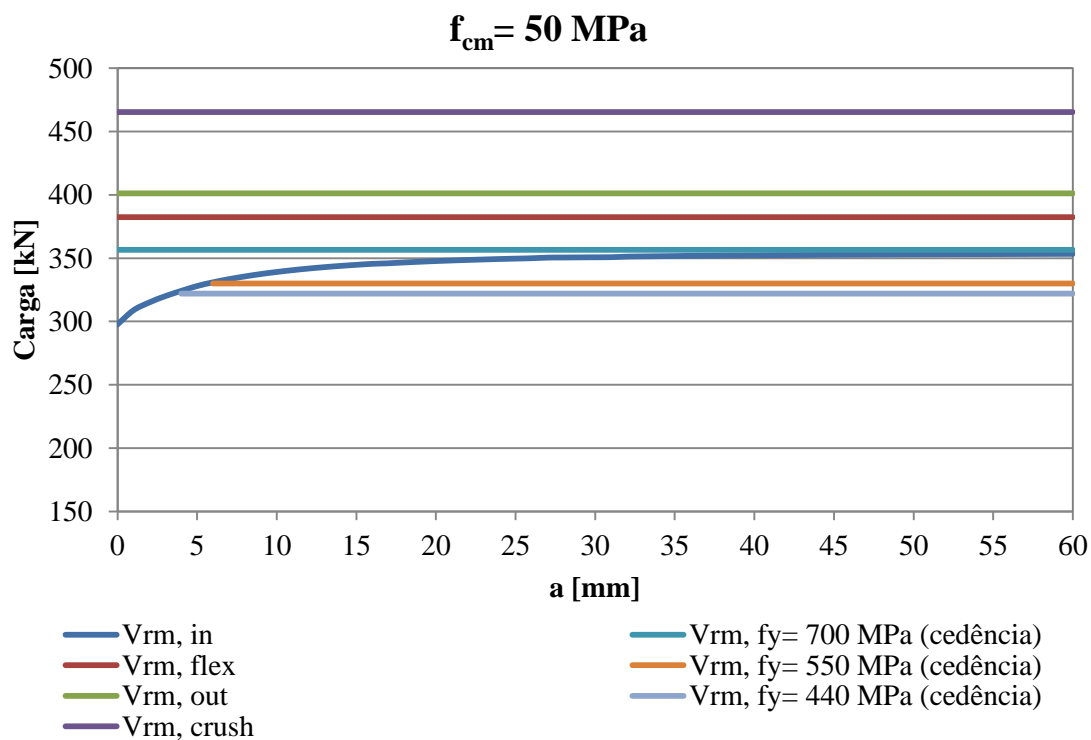


Figura A.37– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 50 \text{ MPa}$

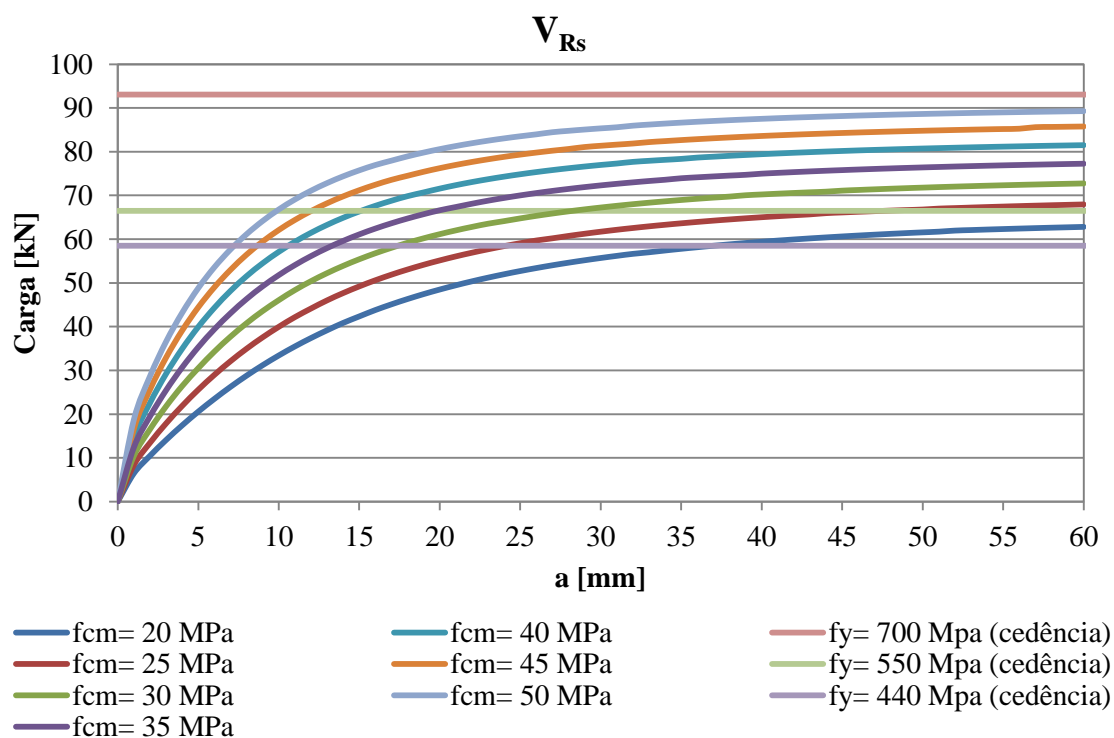


Figura A.38– Evolução do tamanho das cabeças de ancoragem relativamente à carga nas armaduras, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$

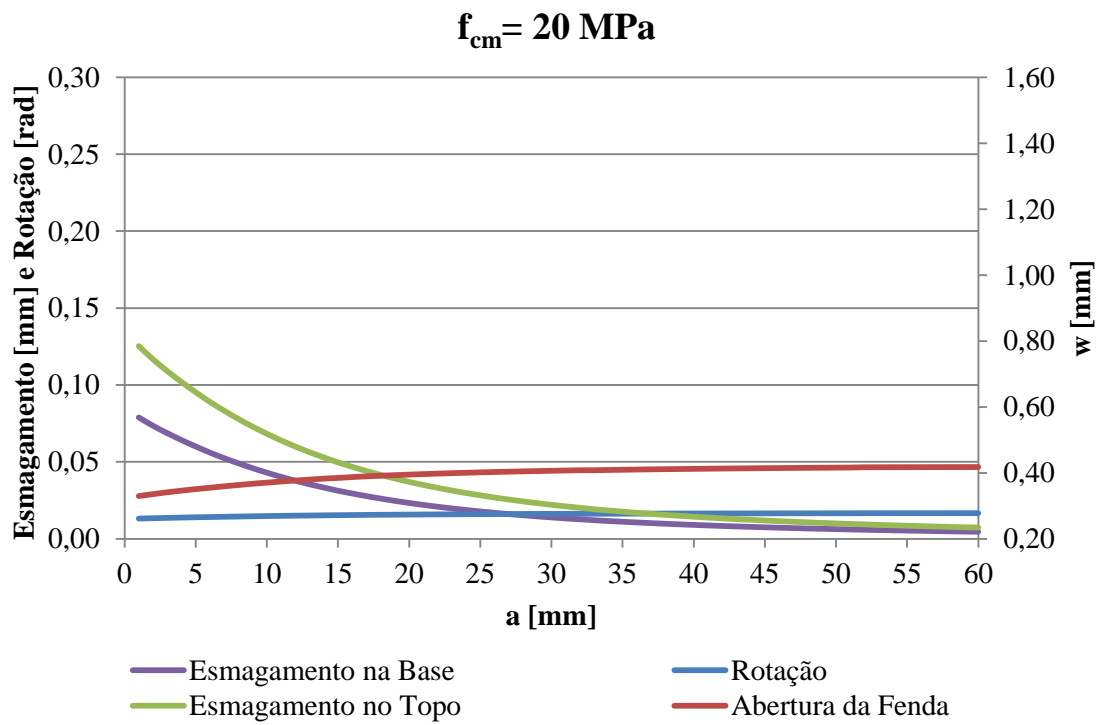


Figura A.39– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 20 \text{ MPa}$

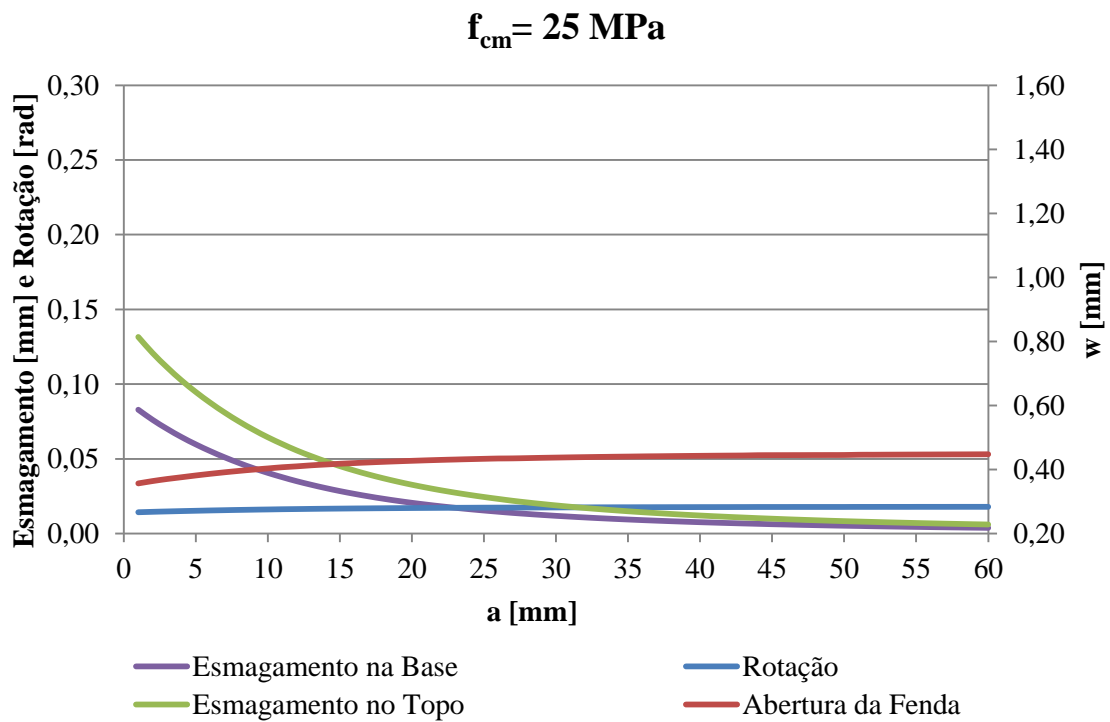


Figura A.40– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 25 \text{ MPa}$

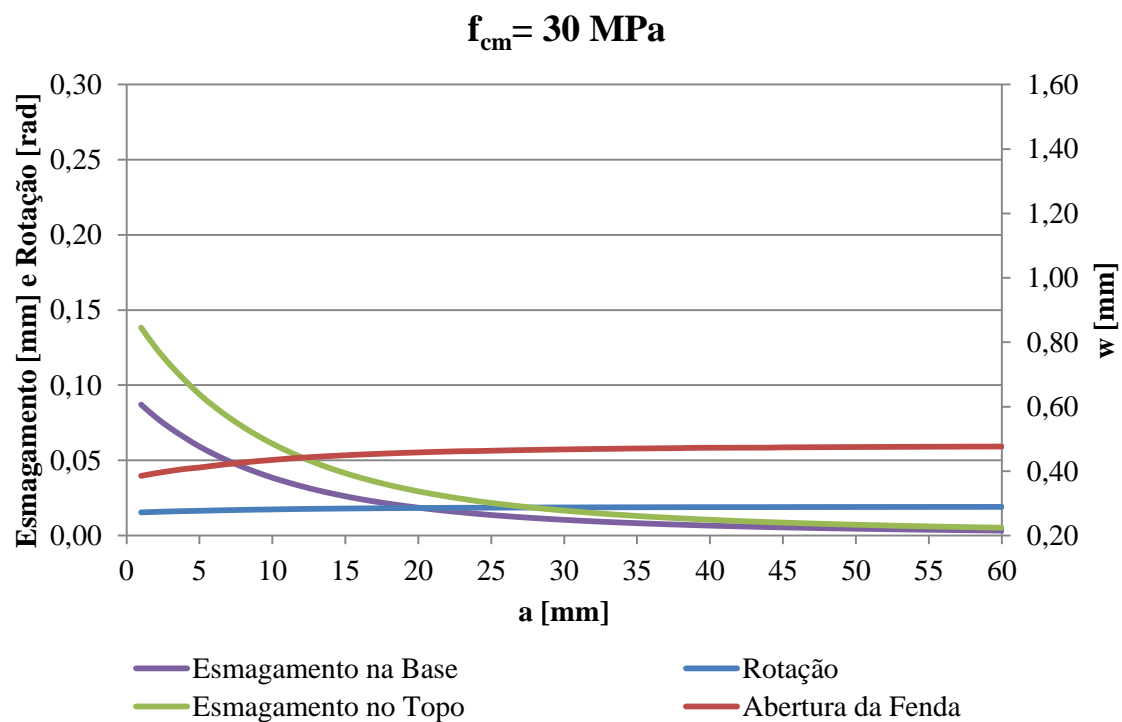


Figura A.41– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 30 \text{ MPa}$

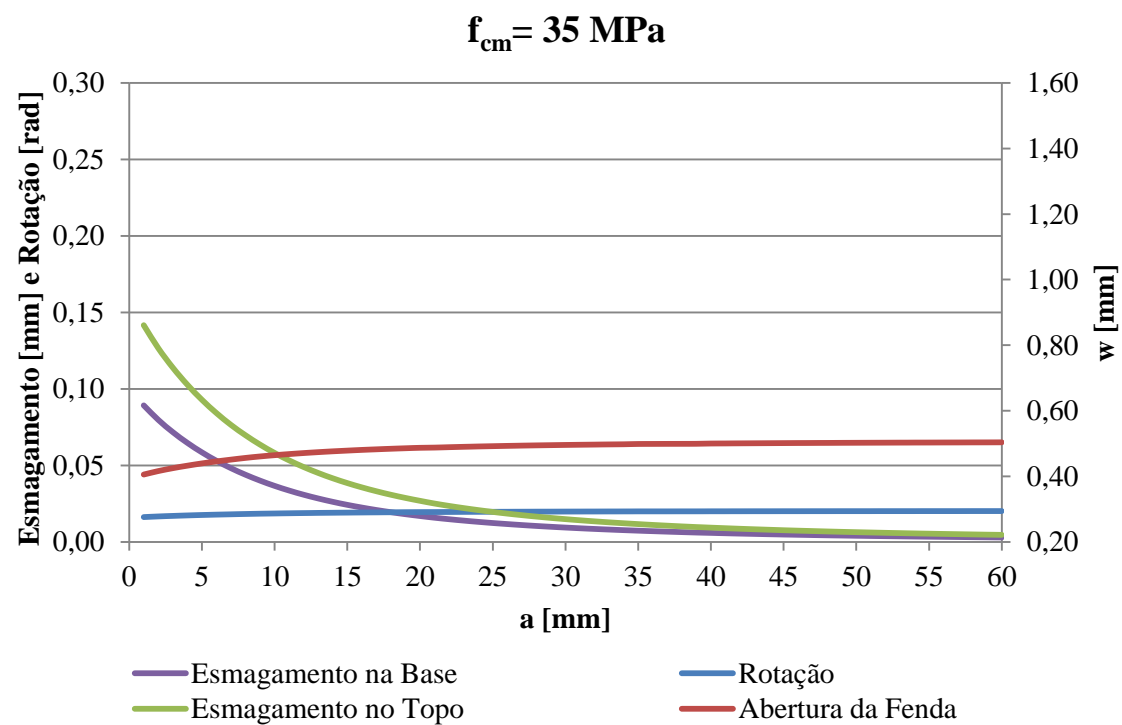


Figura A.42– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 35 \text{ MPa}$

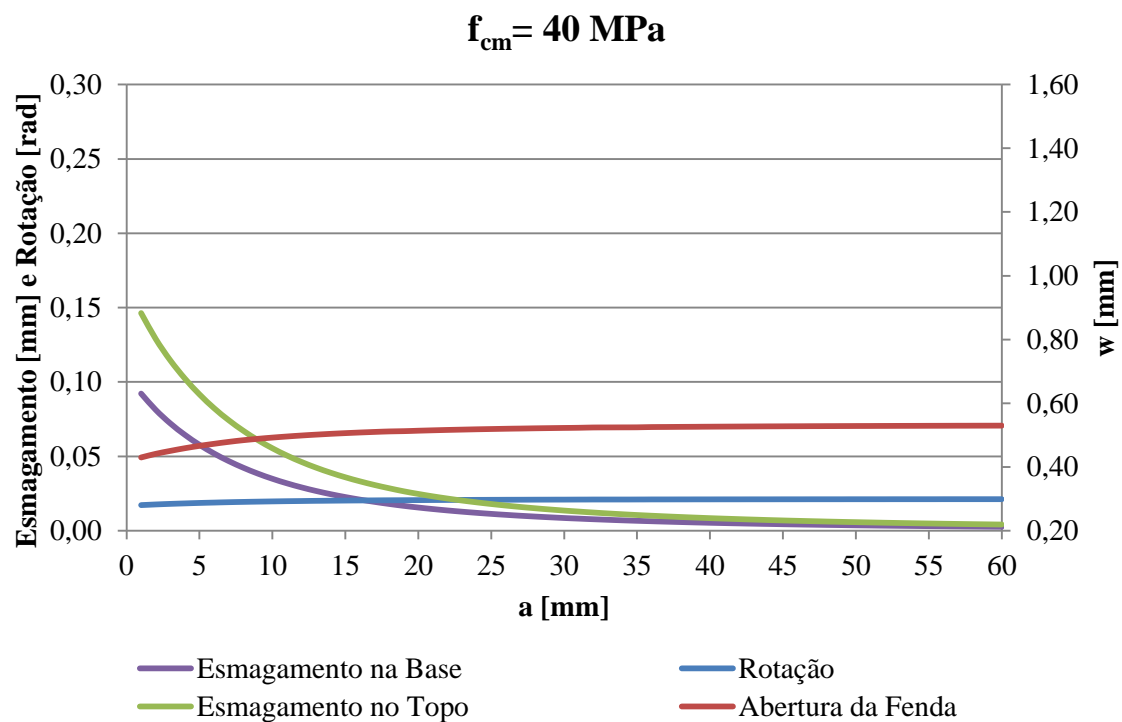


Figura A.43– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 40 \text{ MPa}$

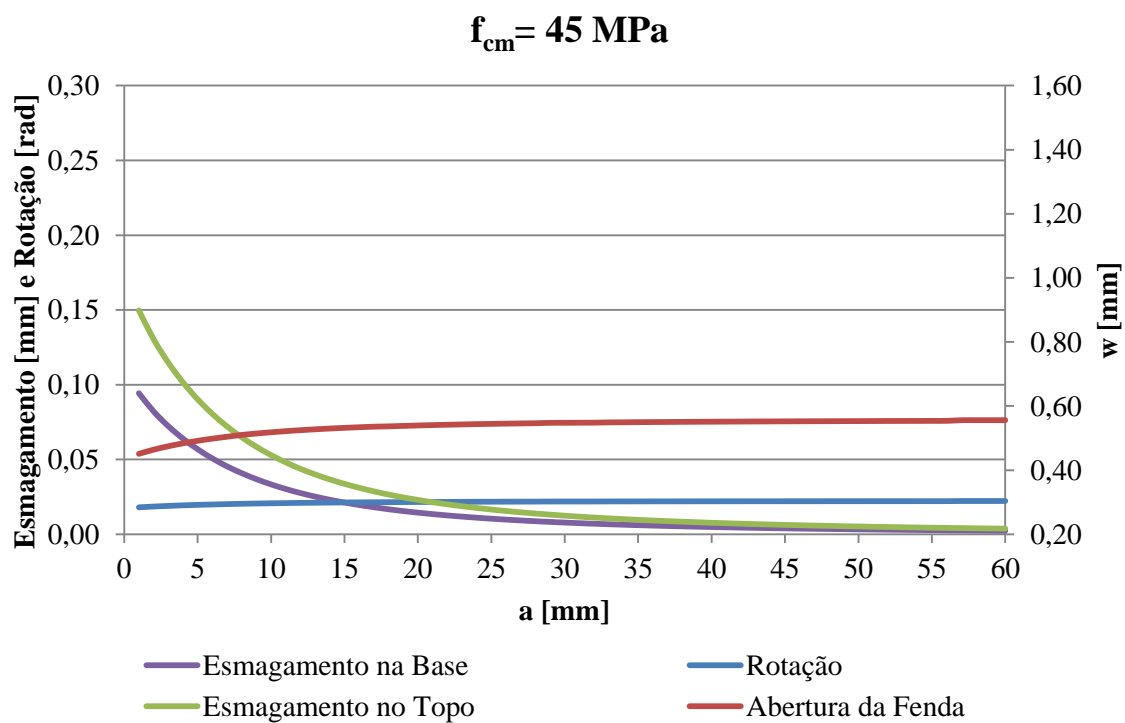


Figura A.44– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 45 \text{ MPa}$

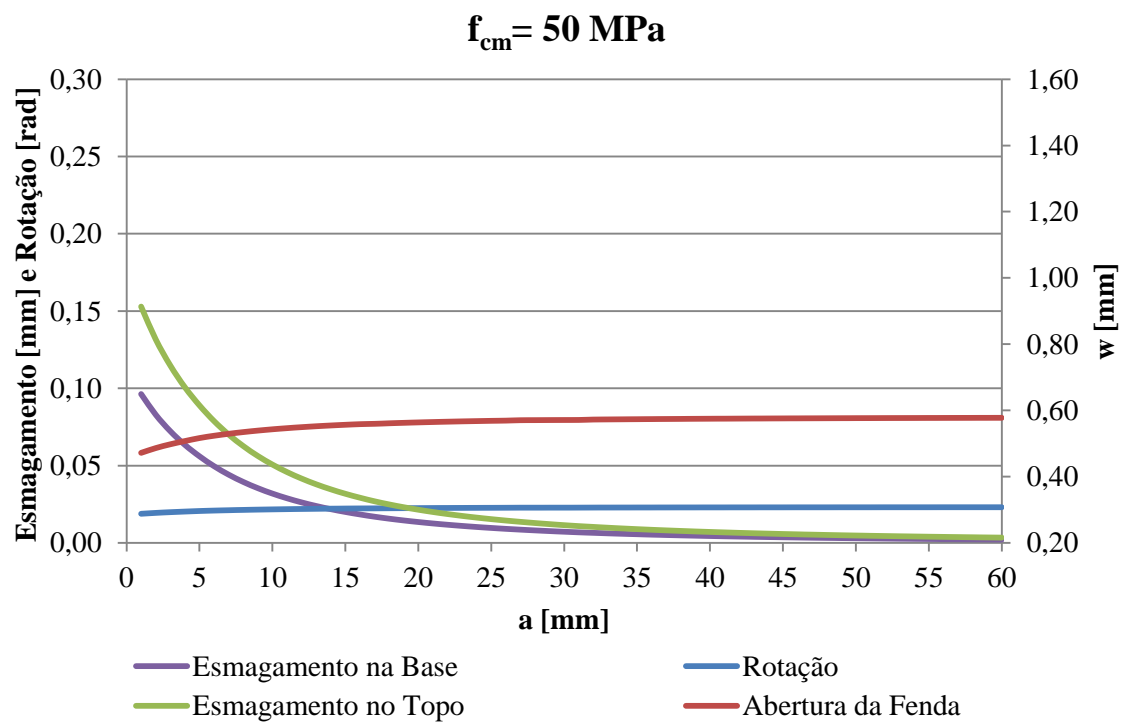


Figura A.45– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 50 \text{ MPa}$

A.4) $\rho = 1,50\%$

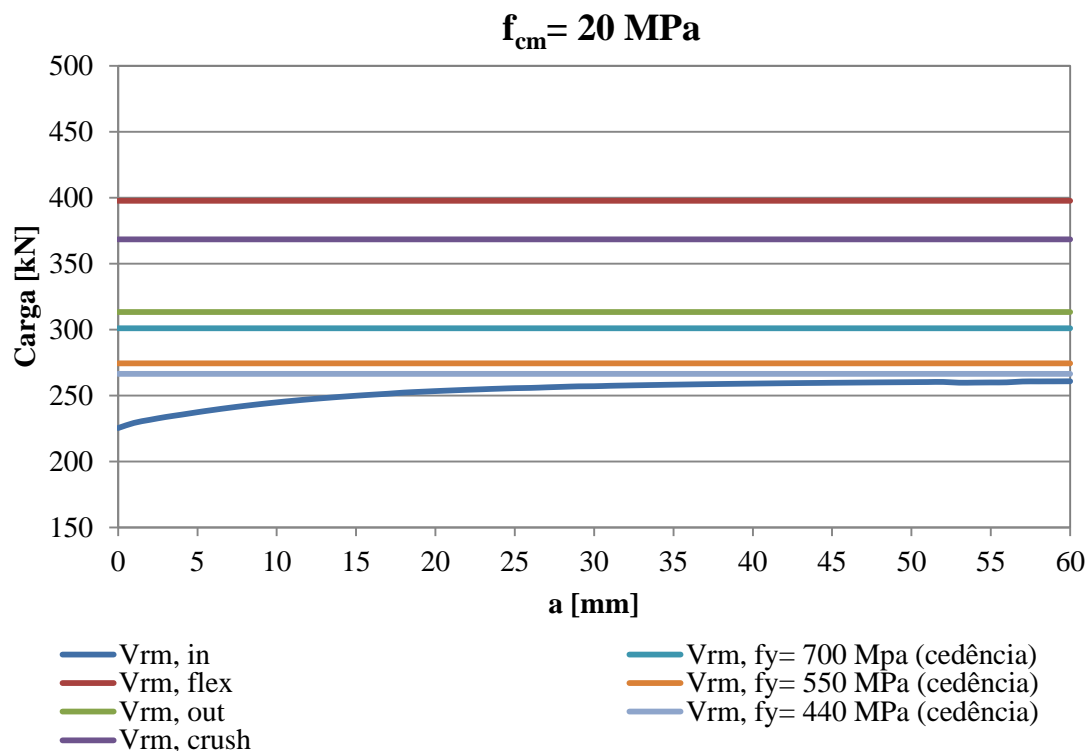


Figura A.46– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 20 \text{ MPa}$

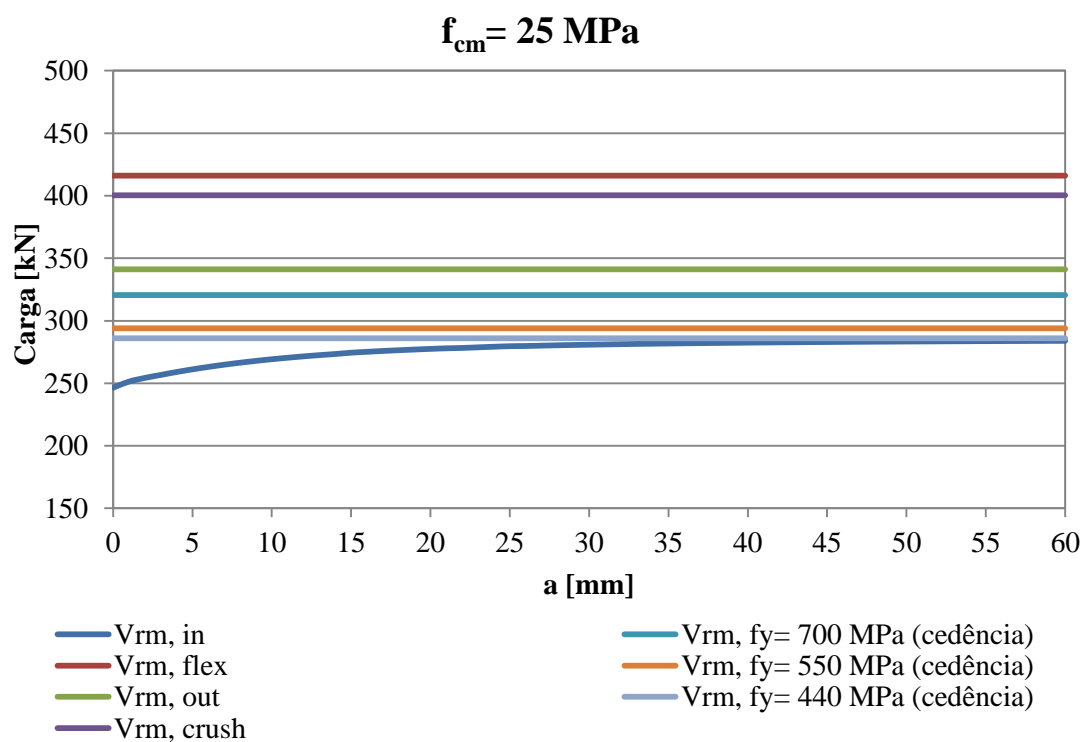


Figura A.47– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 25 \text{ MPa}$

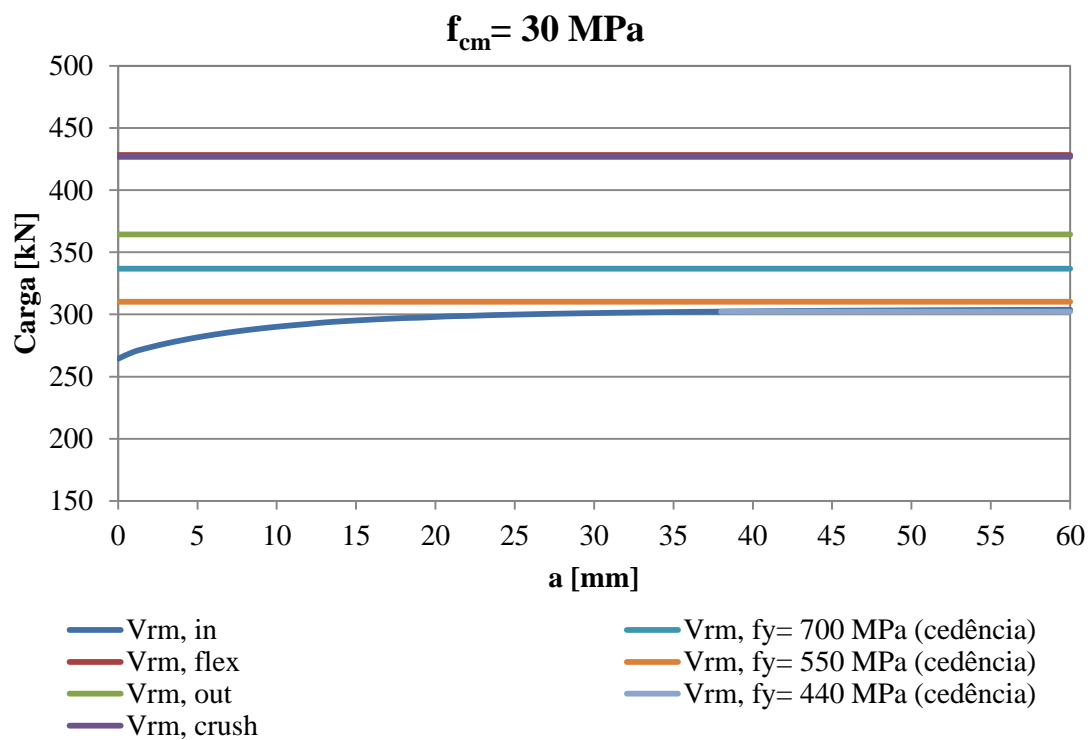


Figura A.48– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 30 \text{ MPa}$

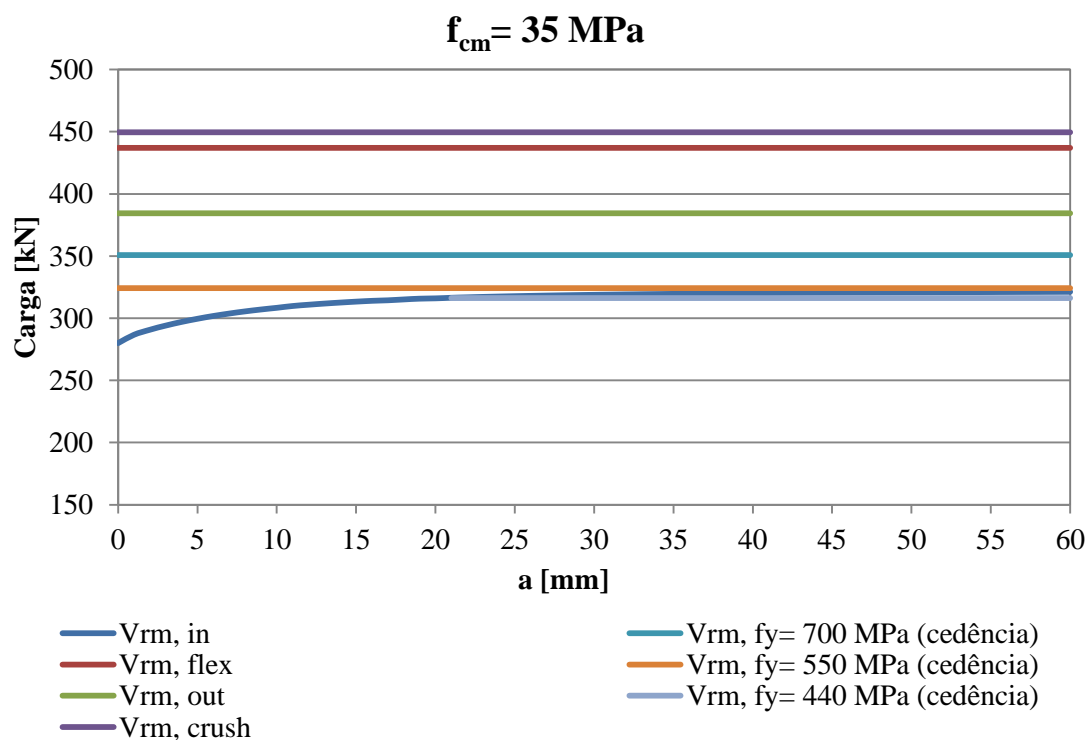


Figura A.49– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 35 \text{ MPa}$

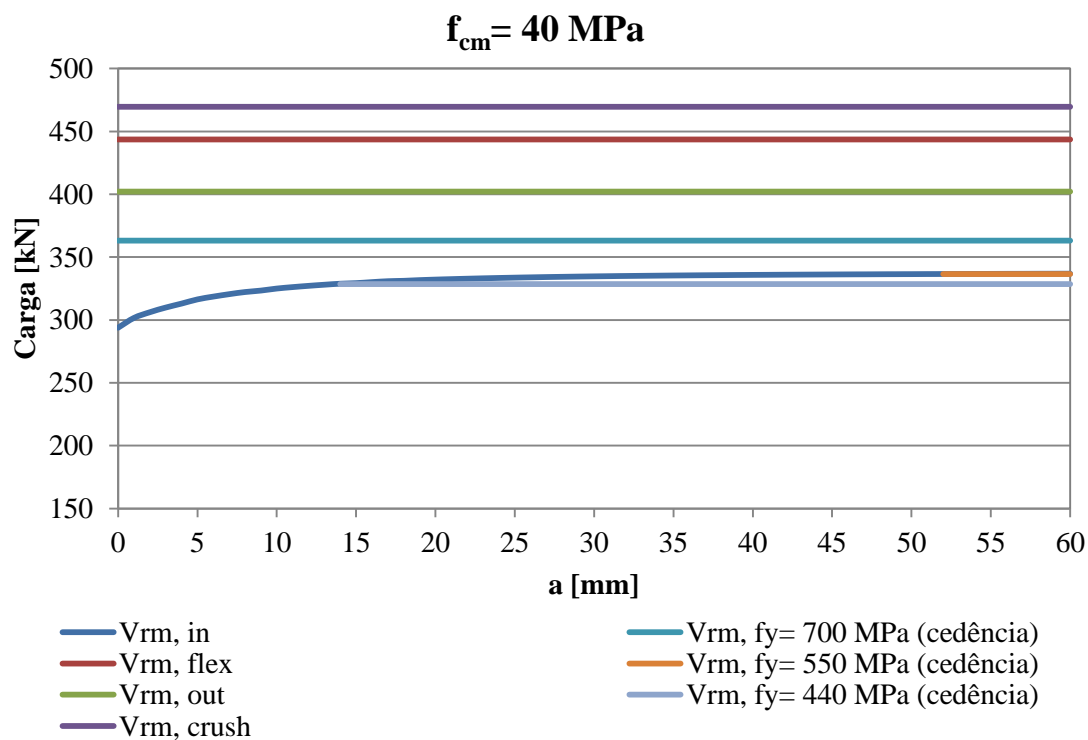


Figura A.50– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 40 \text{ MPa}$

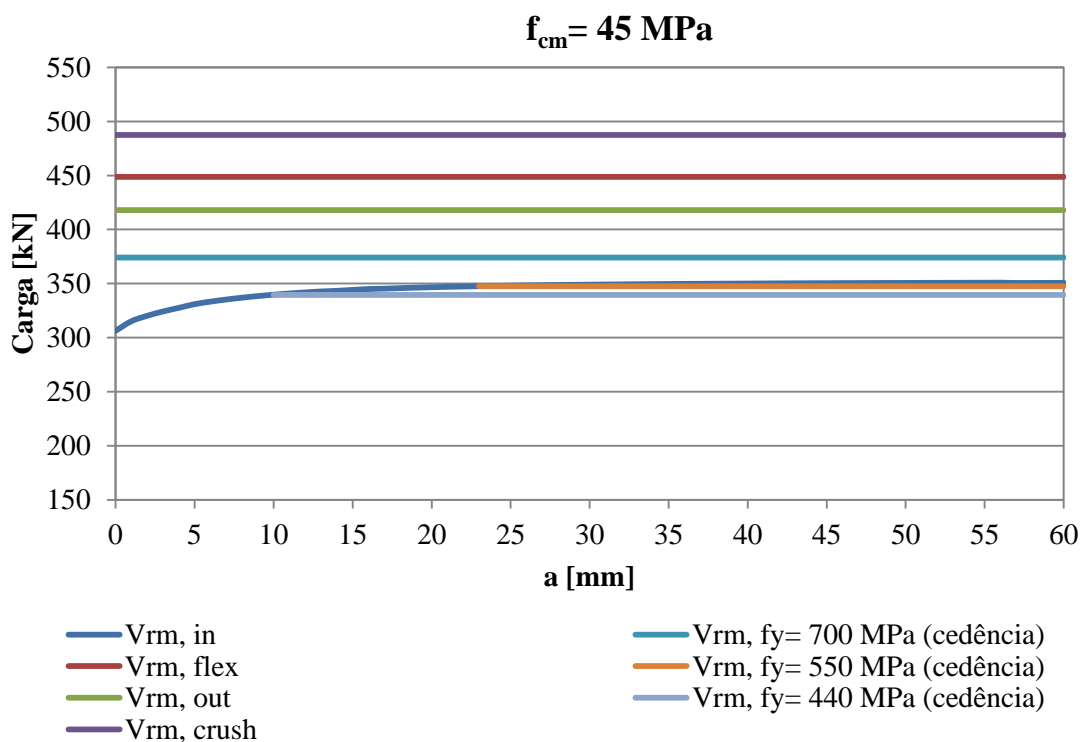


Figura A.51– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 45 \text{ MPa}$

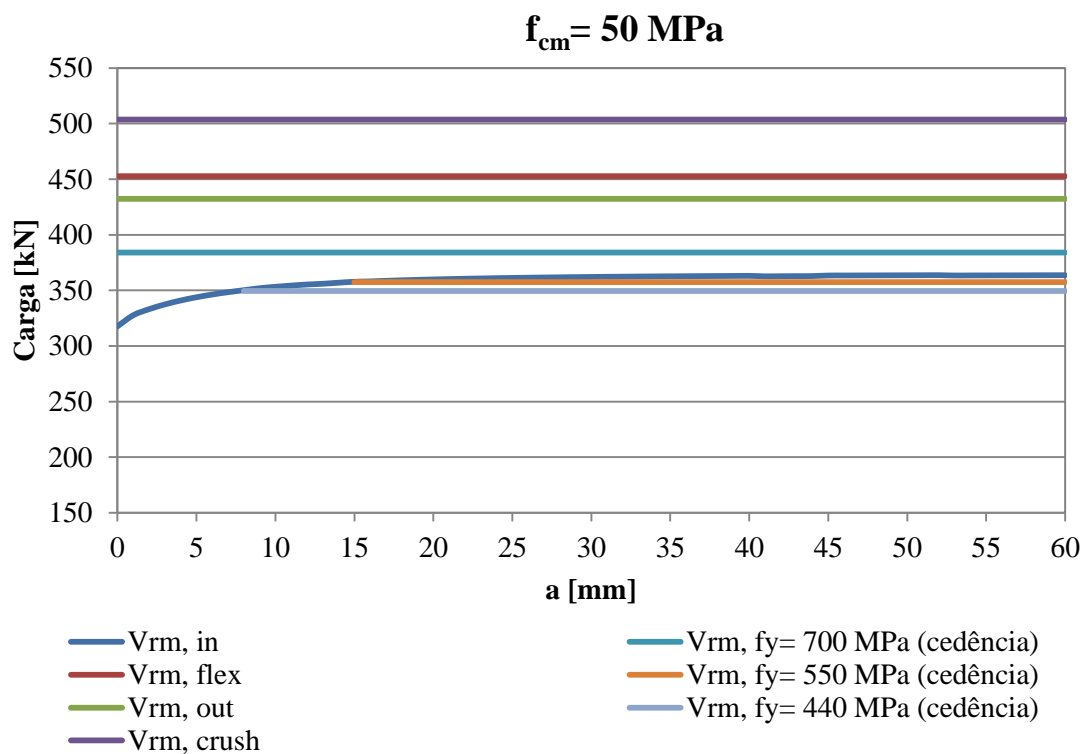


Figura A.52– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 50 \text{ MPa}$

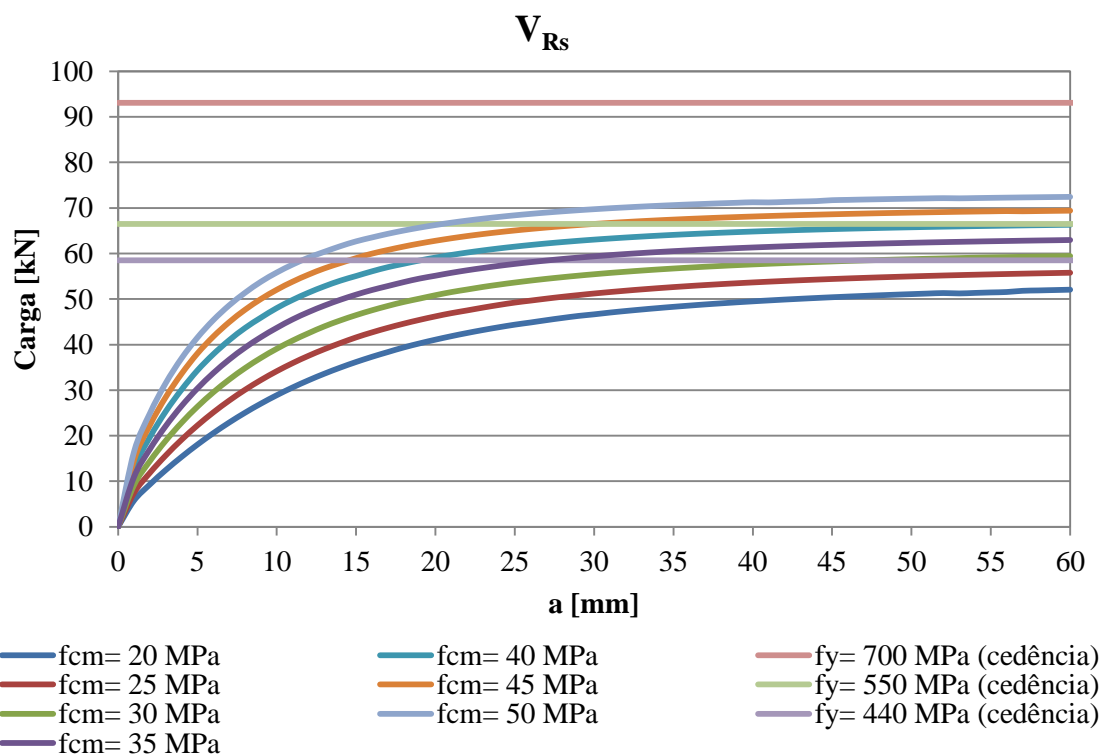


Figura A.53– Evolução do tamanho das cabeças de ancoragem relativamente à carga nas armaduras, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$

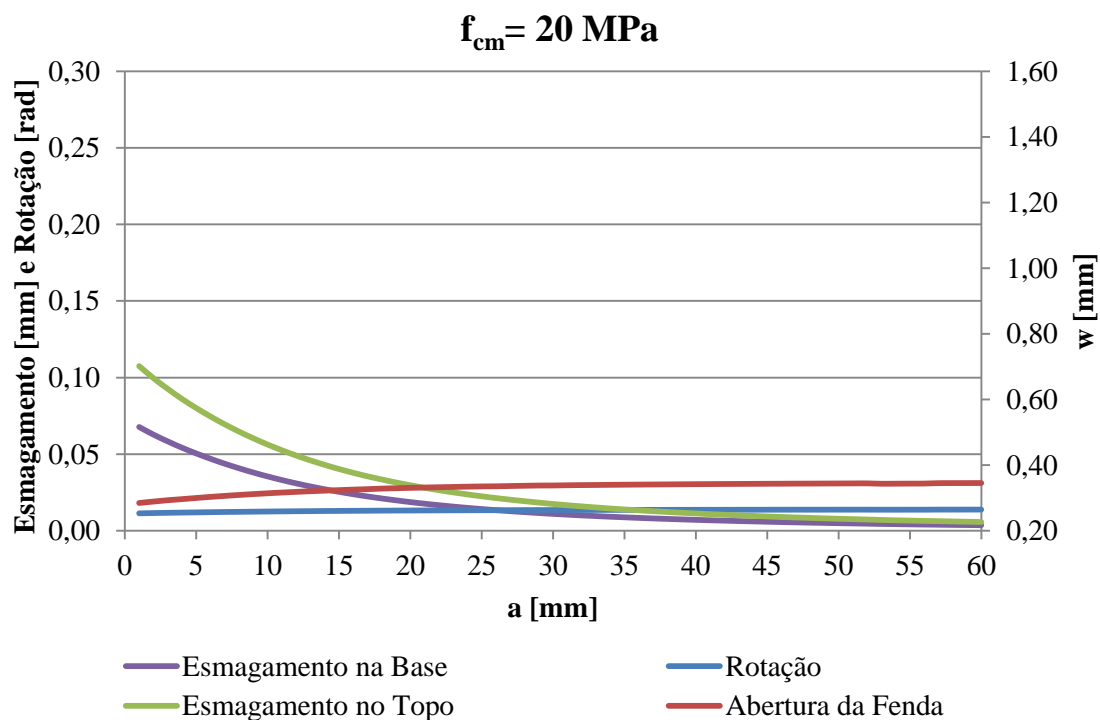


Figura A.54– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 20 \text{ MPa}$

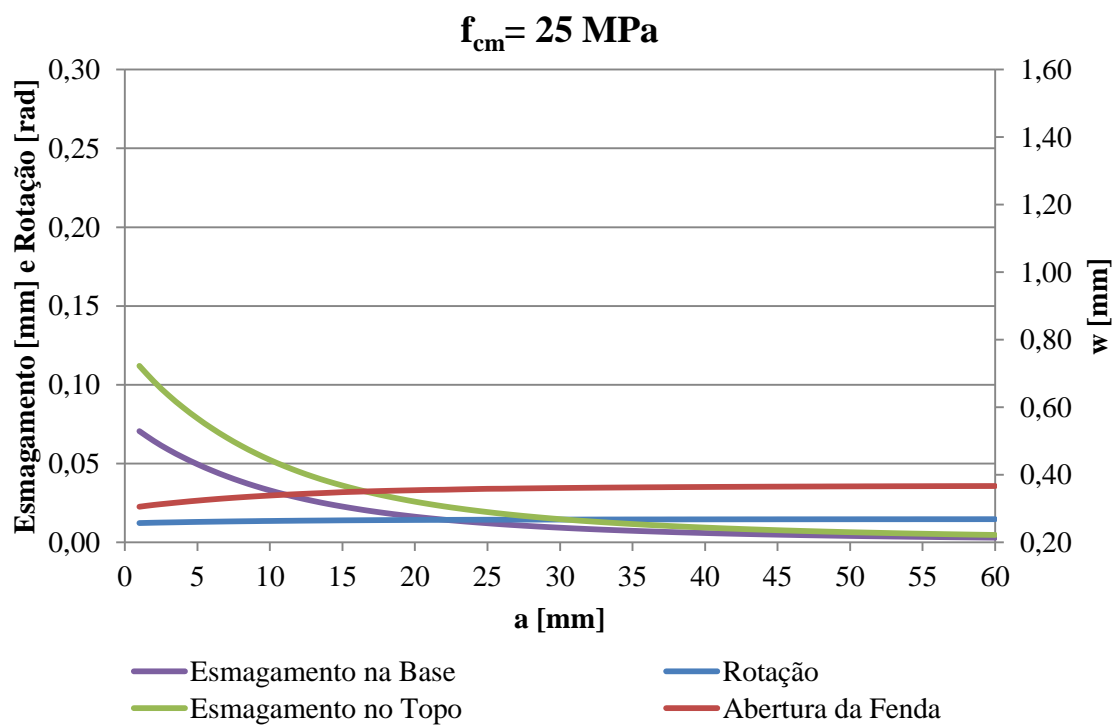


Figura A.55– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 25 \text{ MPa}$

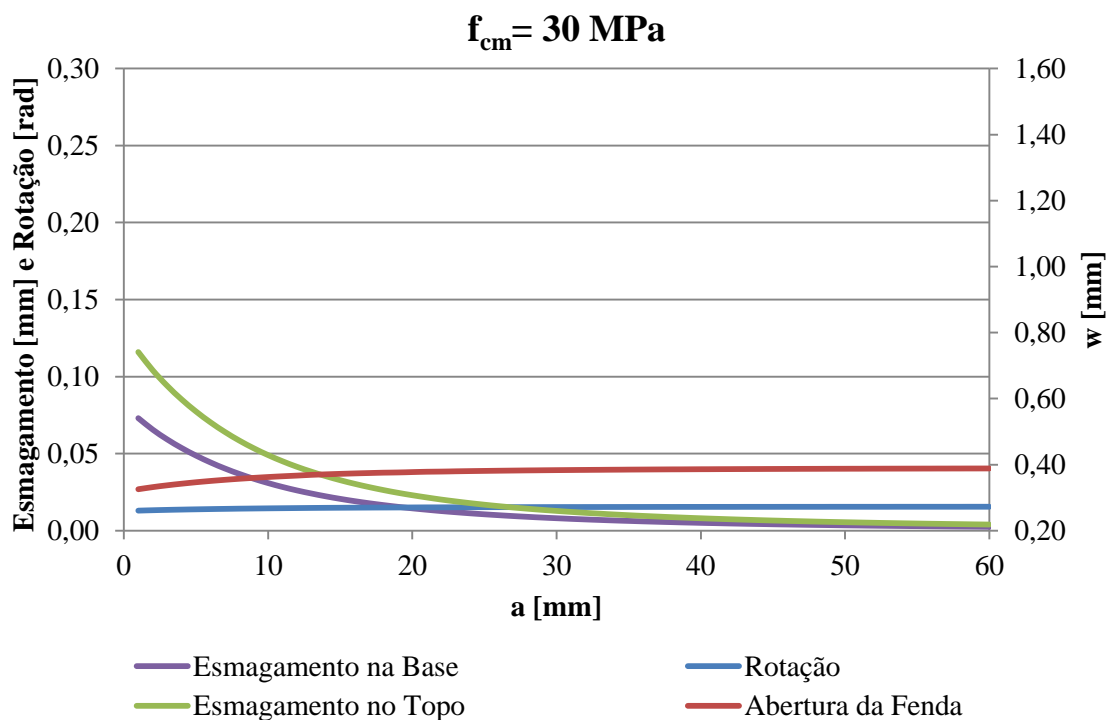


Figura A.56– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 30 \text{ MPa}$

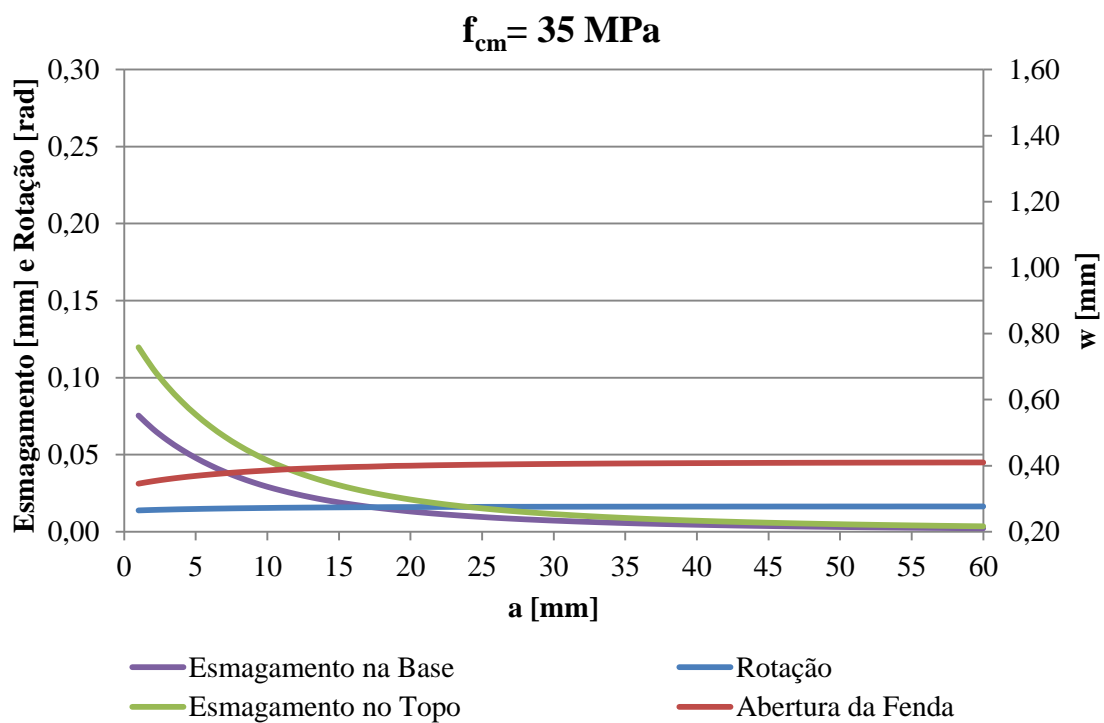


Figura A.57– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 35 \text{ MPa}$

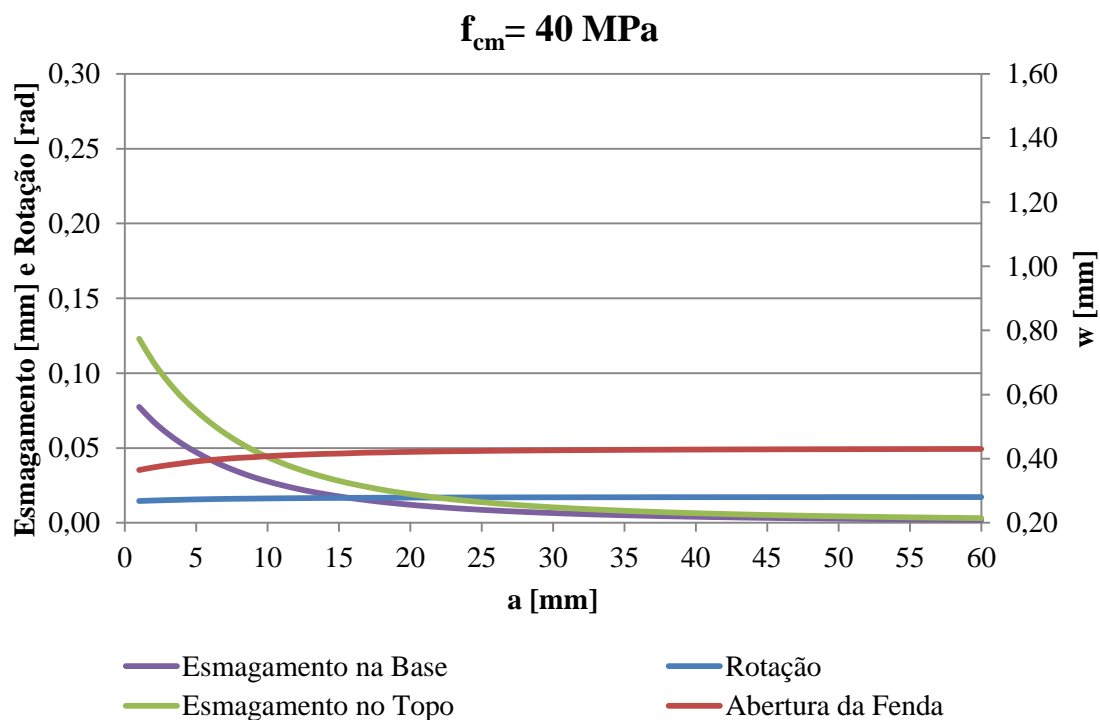


Figura A.58– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 40 \text{ MPa}$

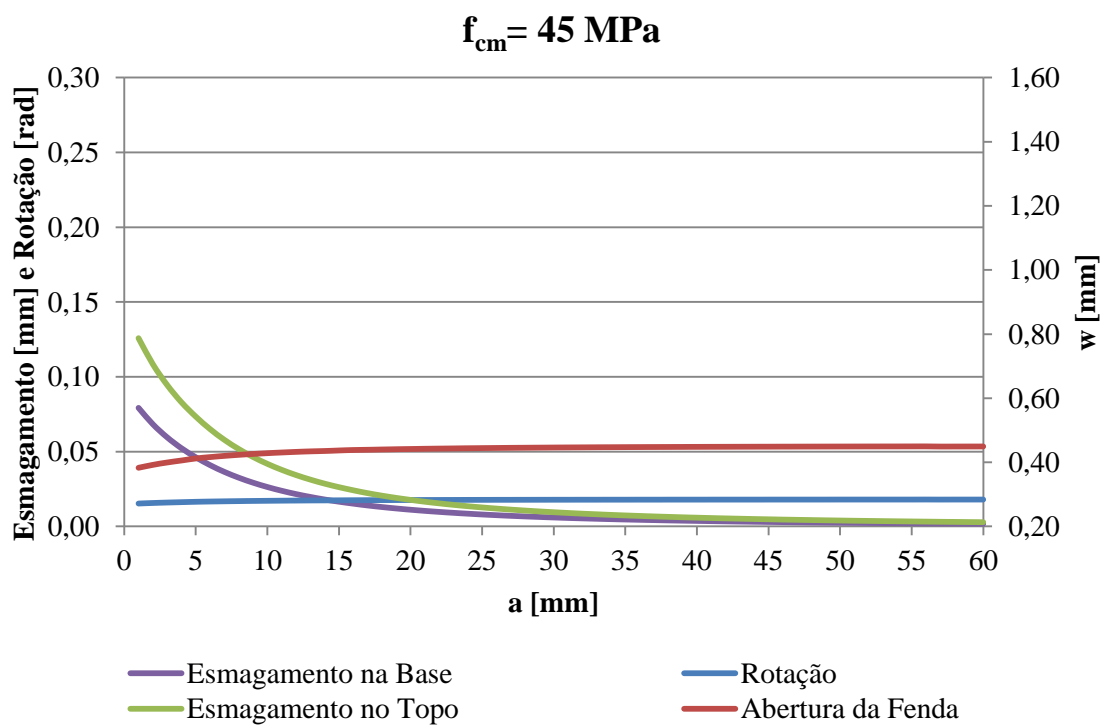


Figura A. 59– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 45 \text{ MPa}$

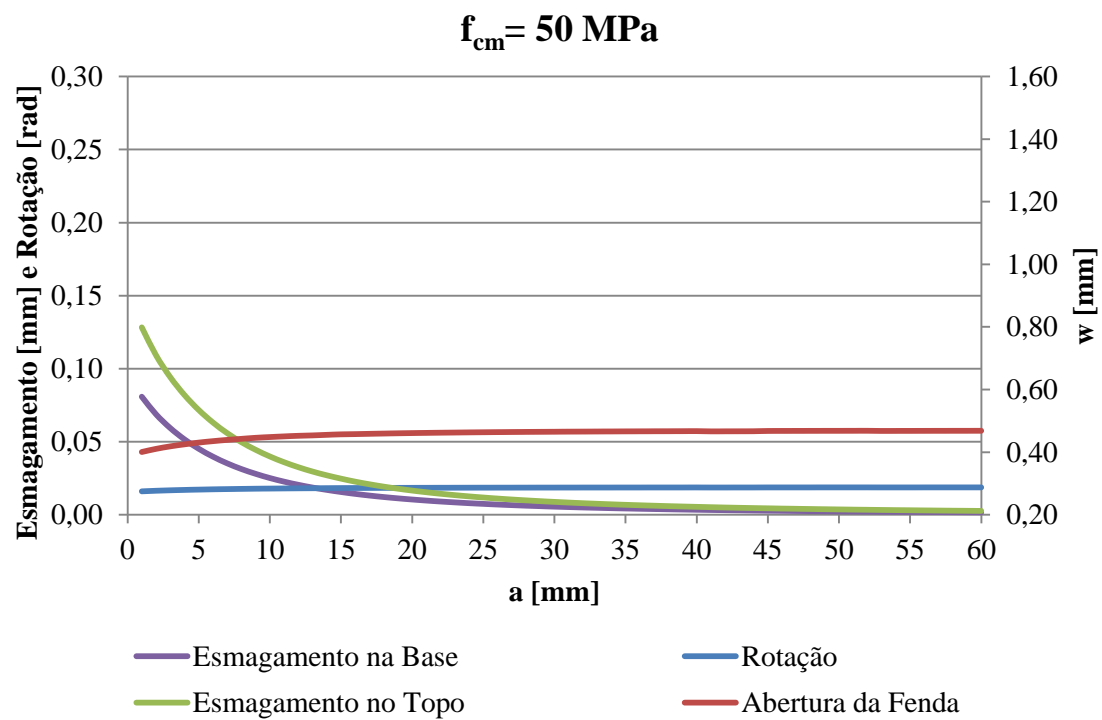


Figura A.60– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 50 \text{ MPa}$

A.2) $l_s = 100 \text{ mm}$

A.2.1) $\rho = 0,75 \%$

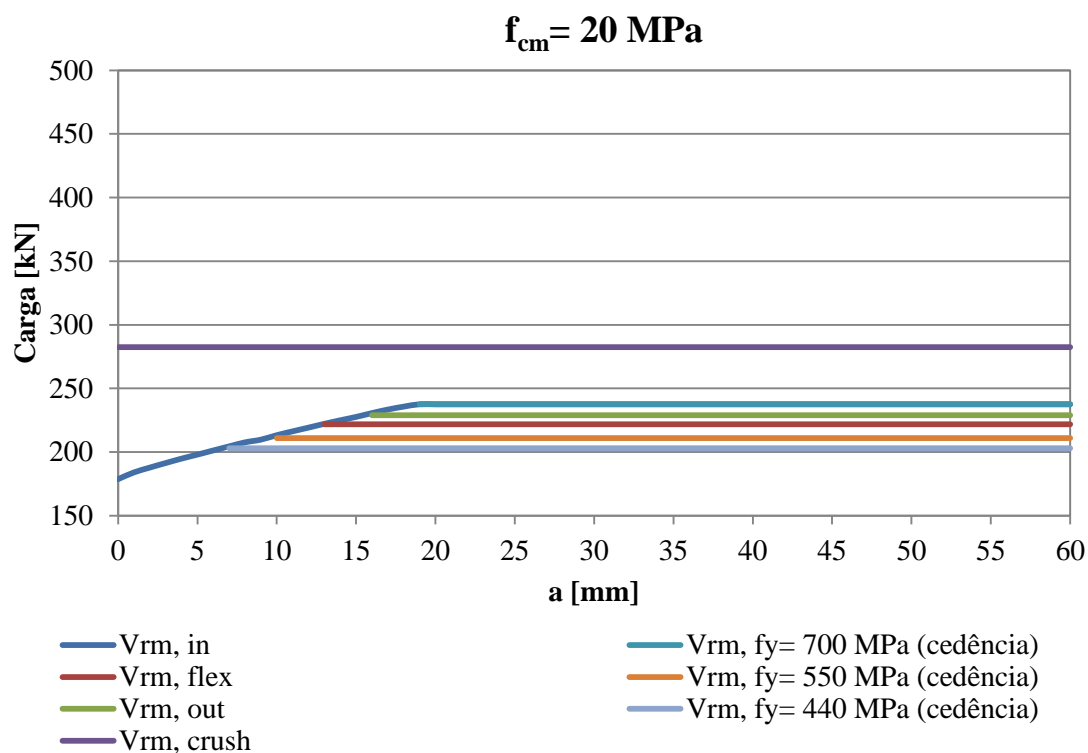


Figura A.61– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 20 \text{ MPa}$

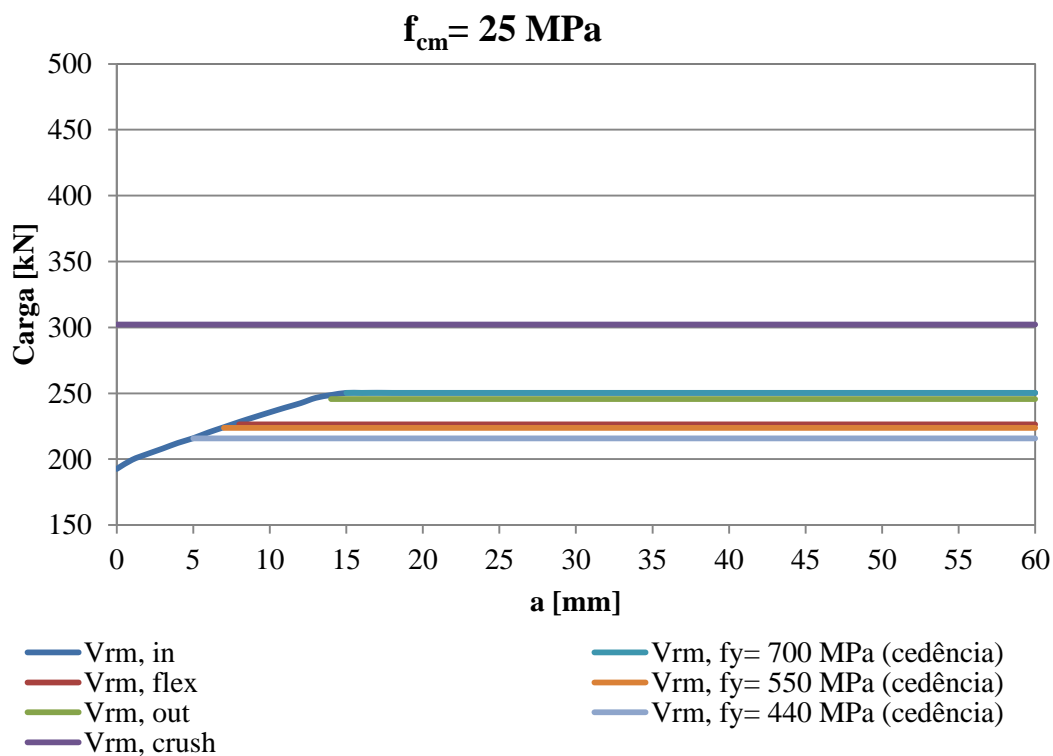


Figura A.62– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 25 \text{ MPa}$

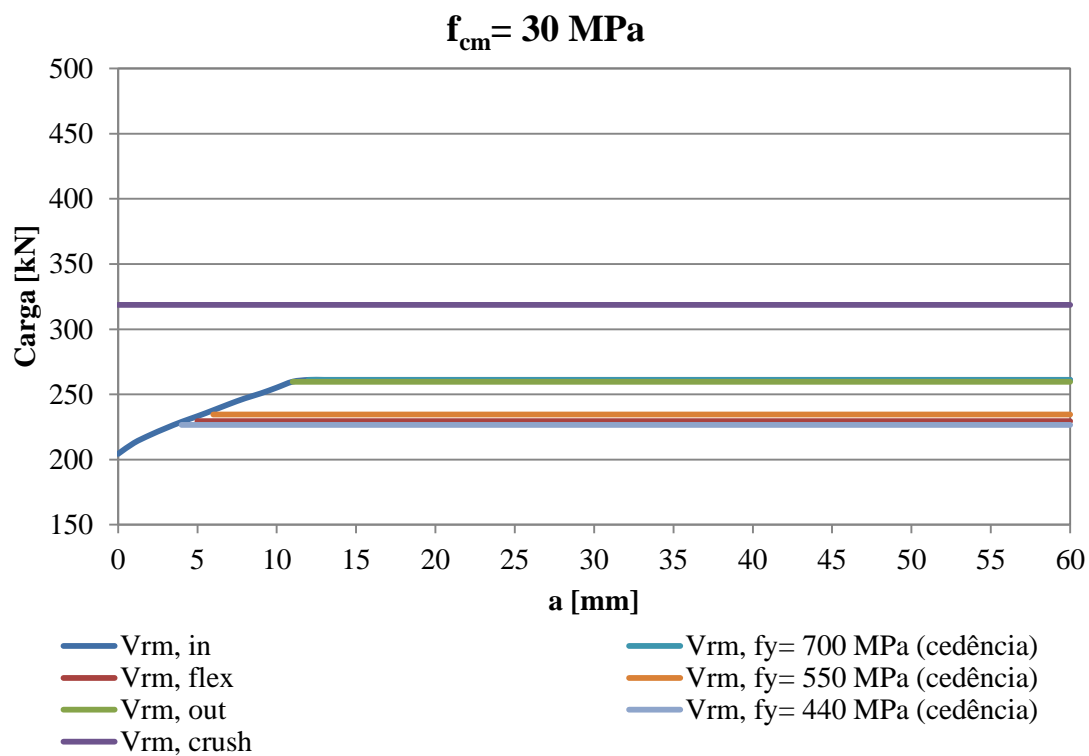


Figura A.63– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 30 \text{ MPa}$

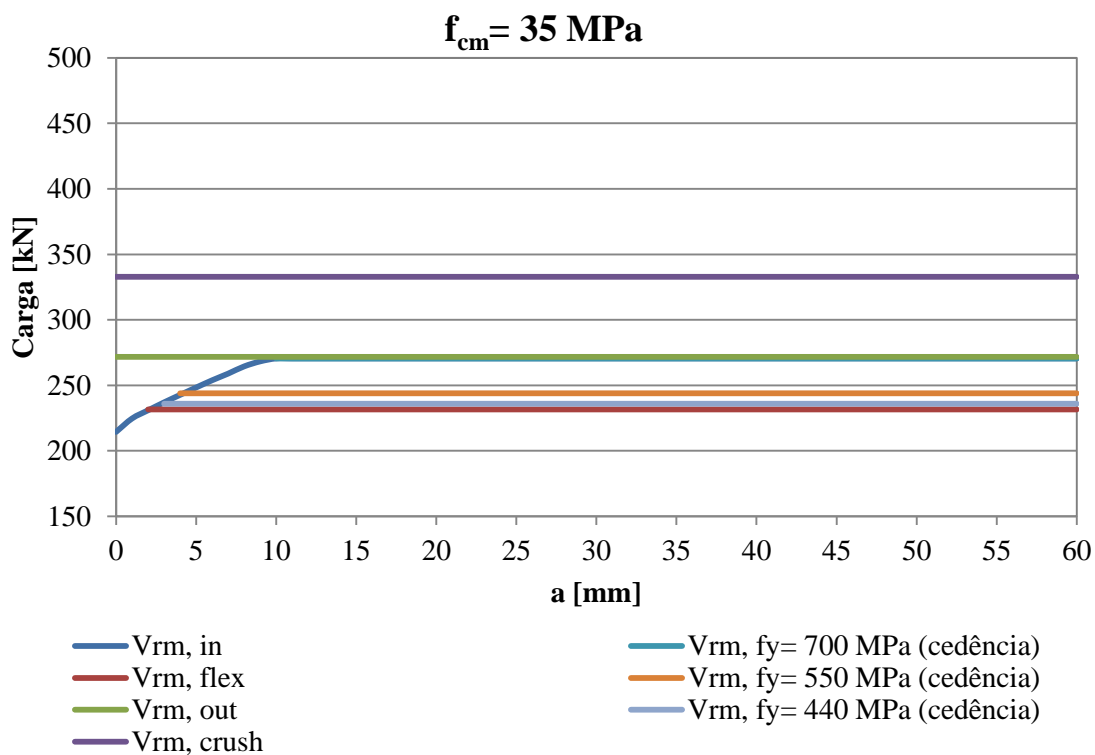


Figura A.64– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 35 \text{ MPa}$

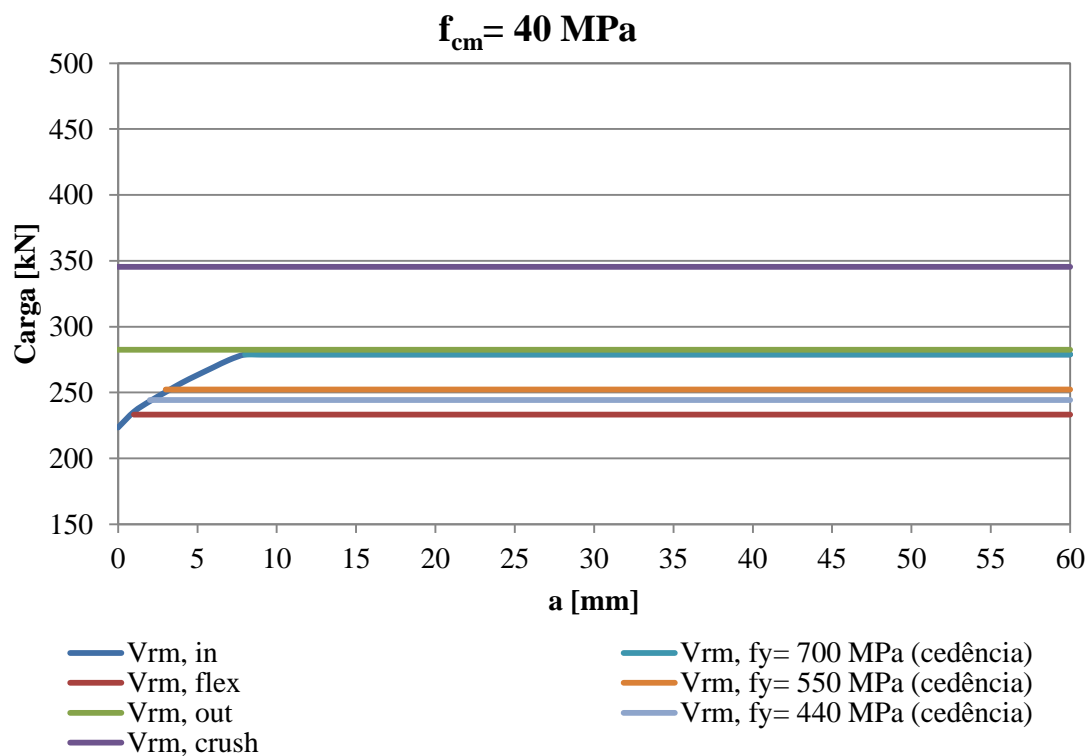


Figura A.65– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 40 \text{ MPa}$

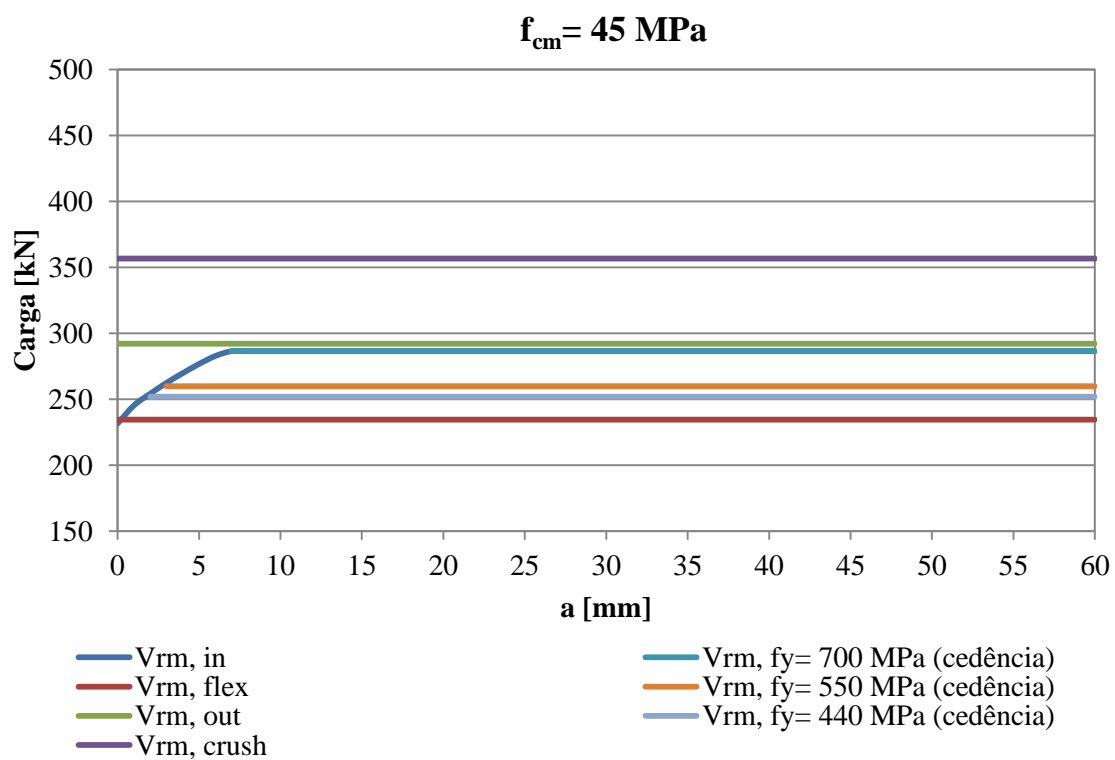


Figura A.66– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 45 \text{ MPa}$

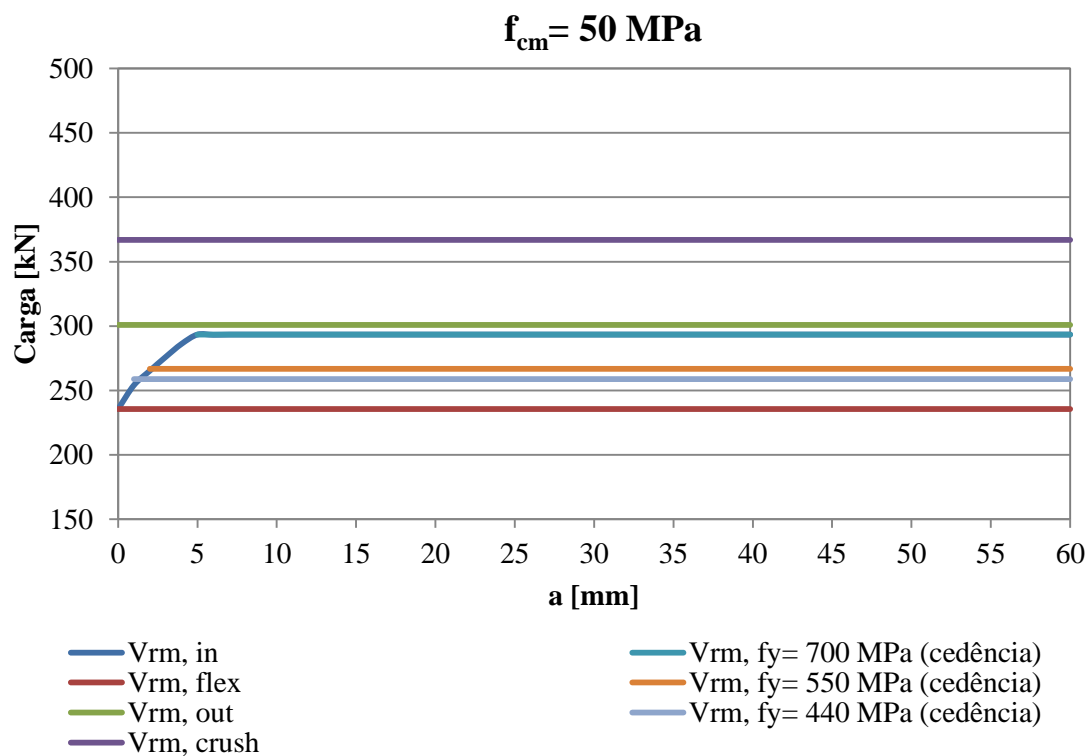


Figura A.67– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 50 \text{ MPa}$

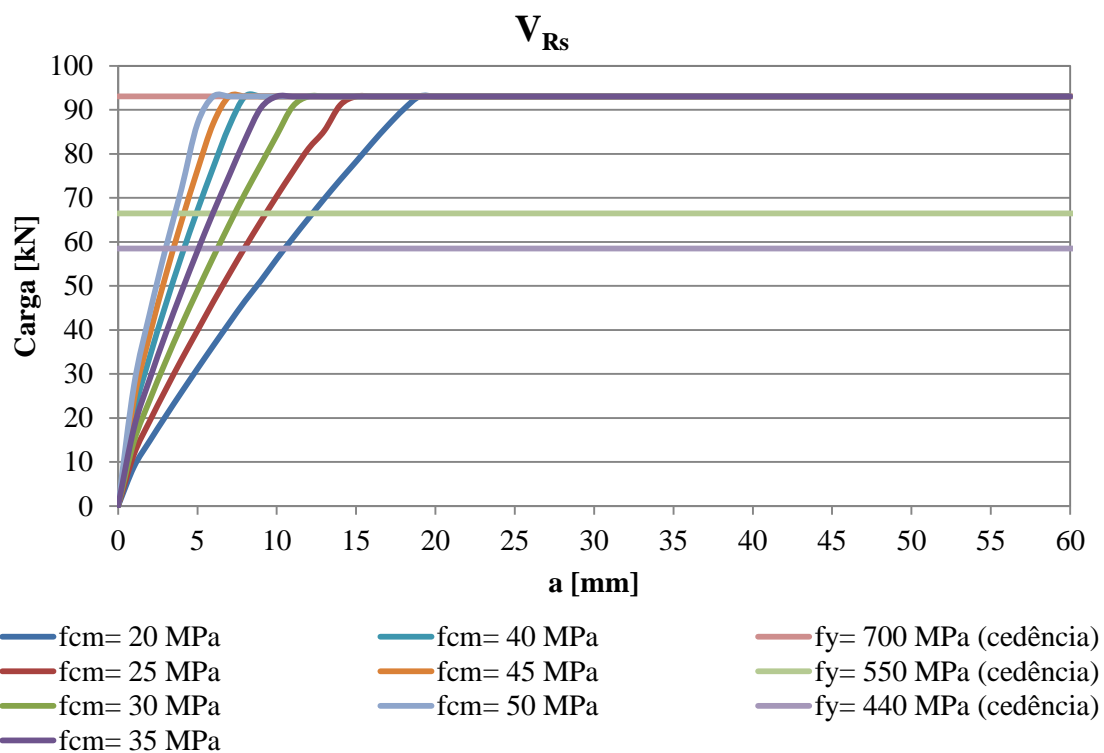


Figura A.68– Evolução do tamanho das cabeças de ancoragem relativamente à carga nas armaduras, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$

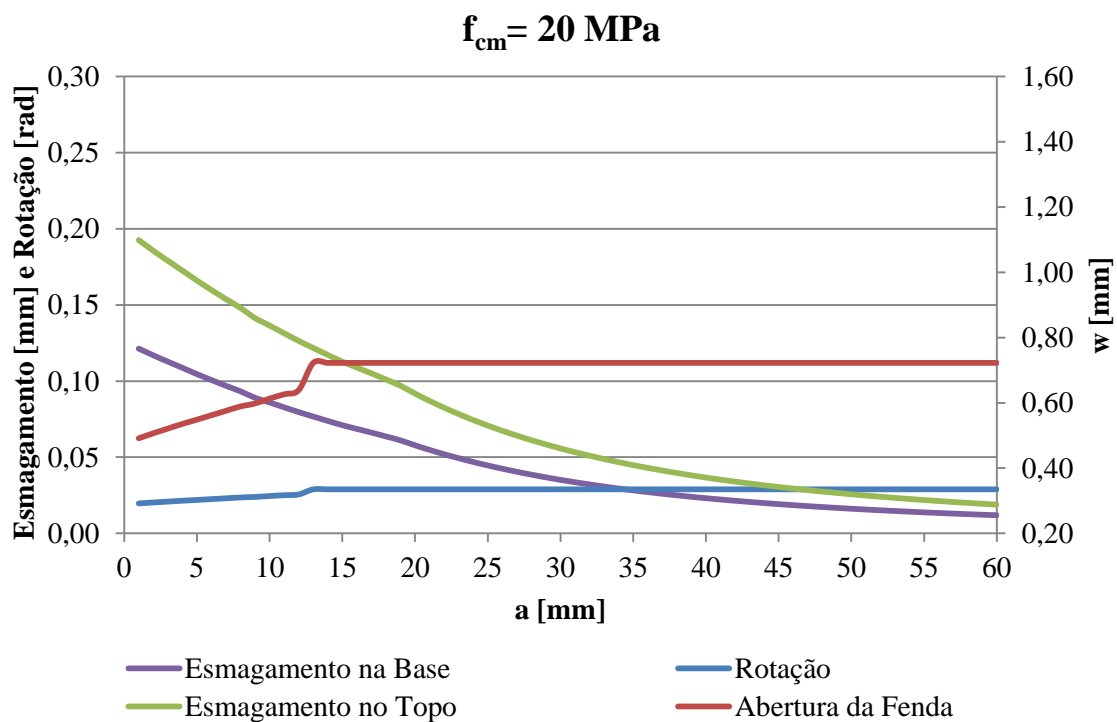


Figura A.69– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 20 \text{ MPa}$

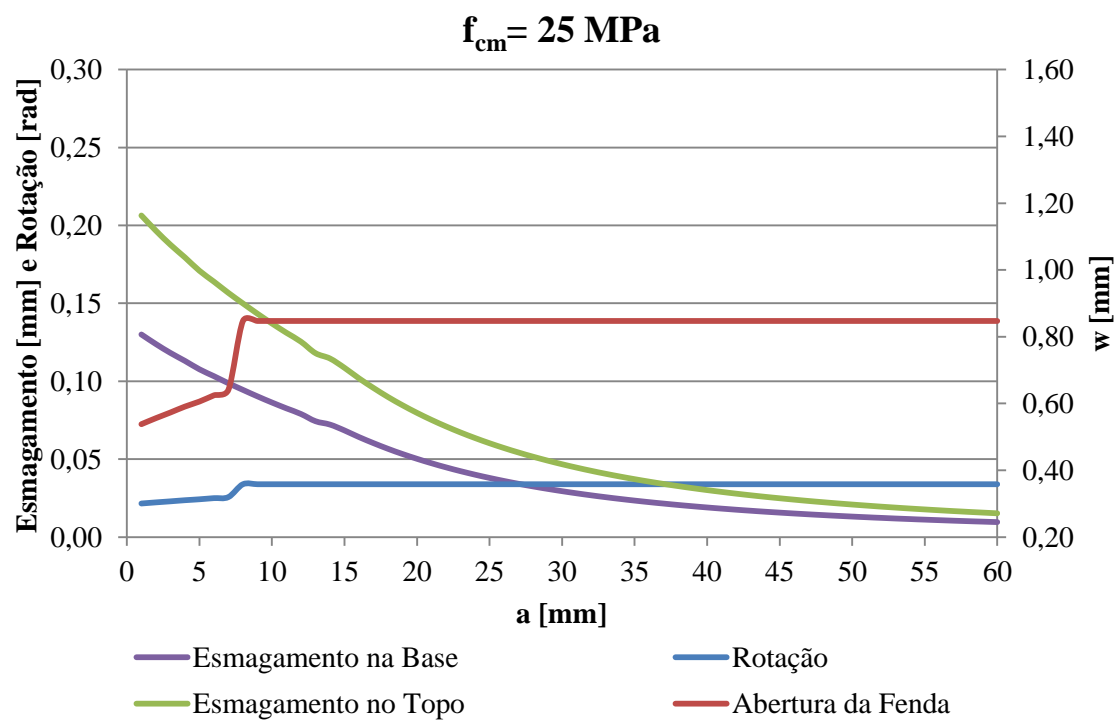


Figura A.70– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 25 \text{ MPa}$

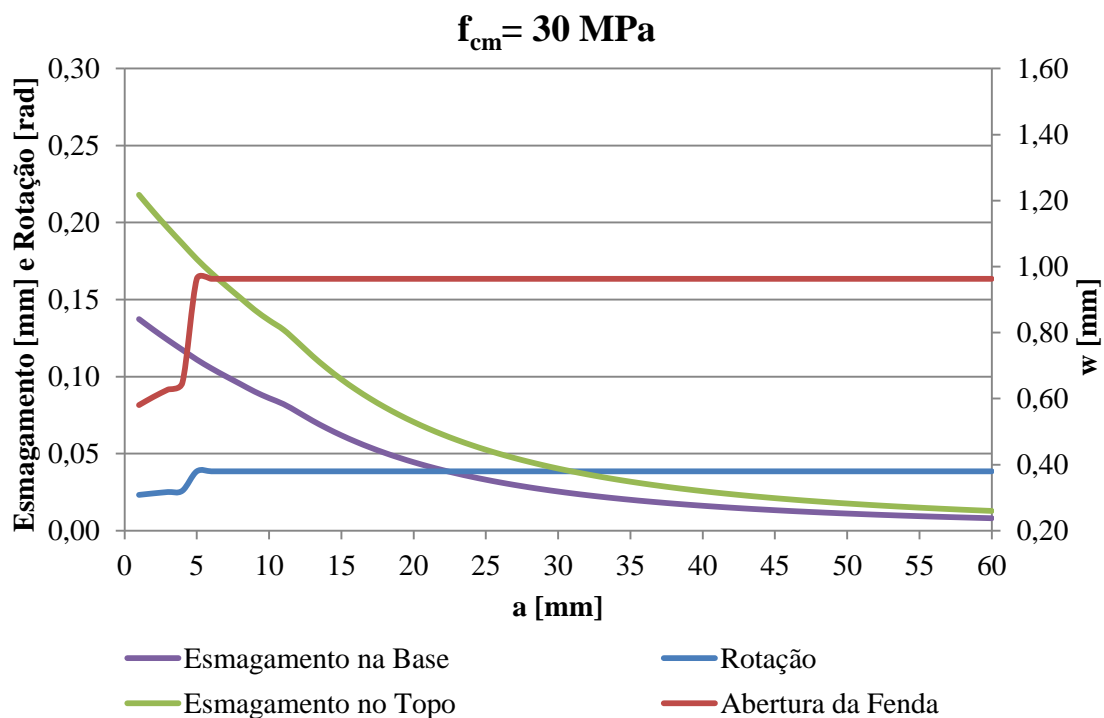


Figura A.71– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 30 \text{ MPa}$

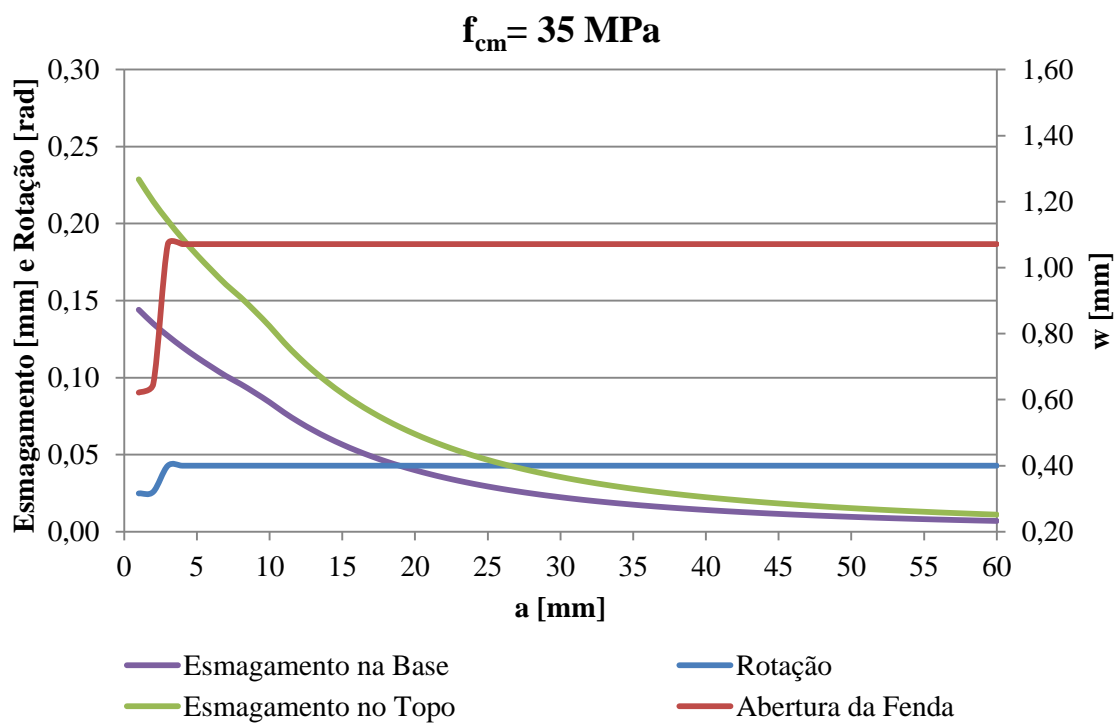


Figura A.72– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 35 \text{ MPa}$

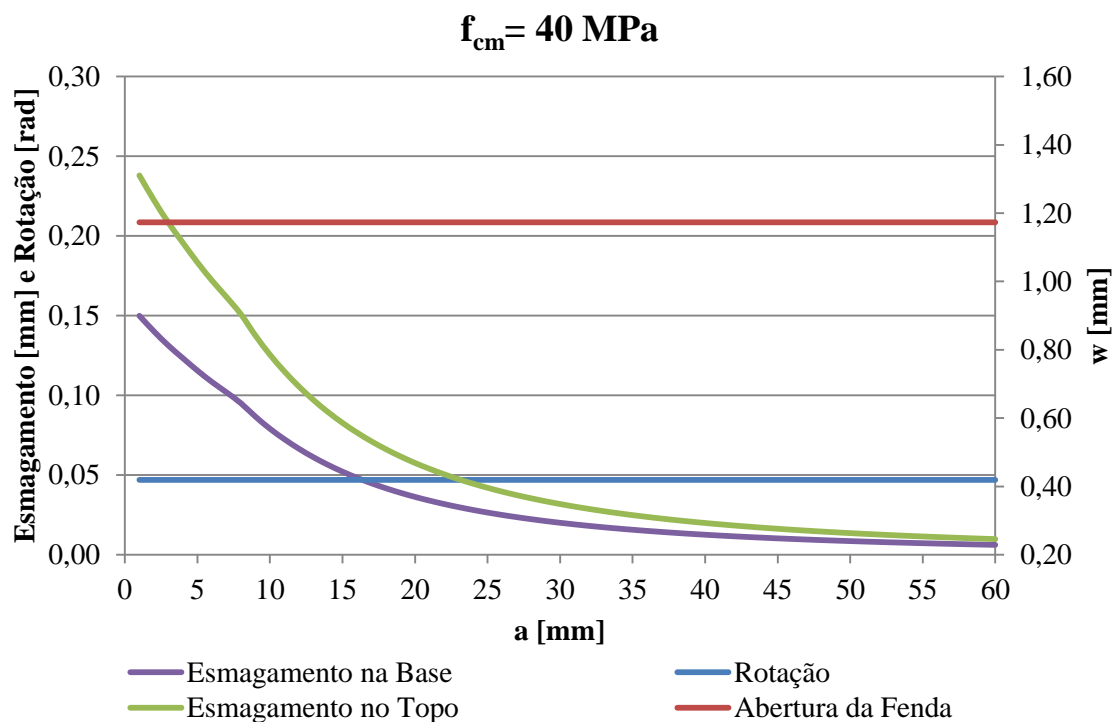


Figura A.73– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 40 \text{ MPa}$

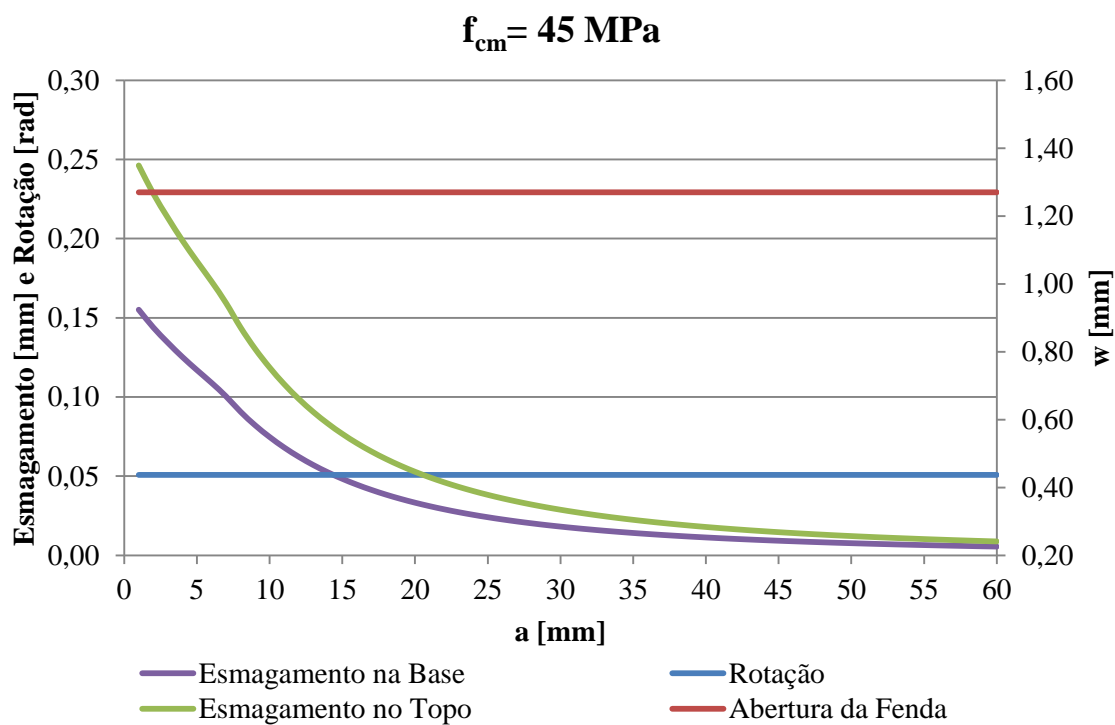


Figura A.74– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 45 \text{ MPa}$

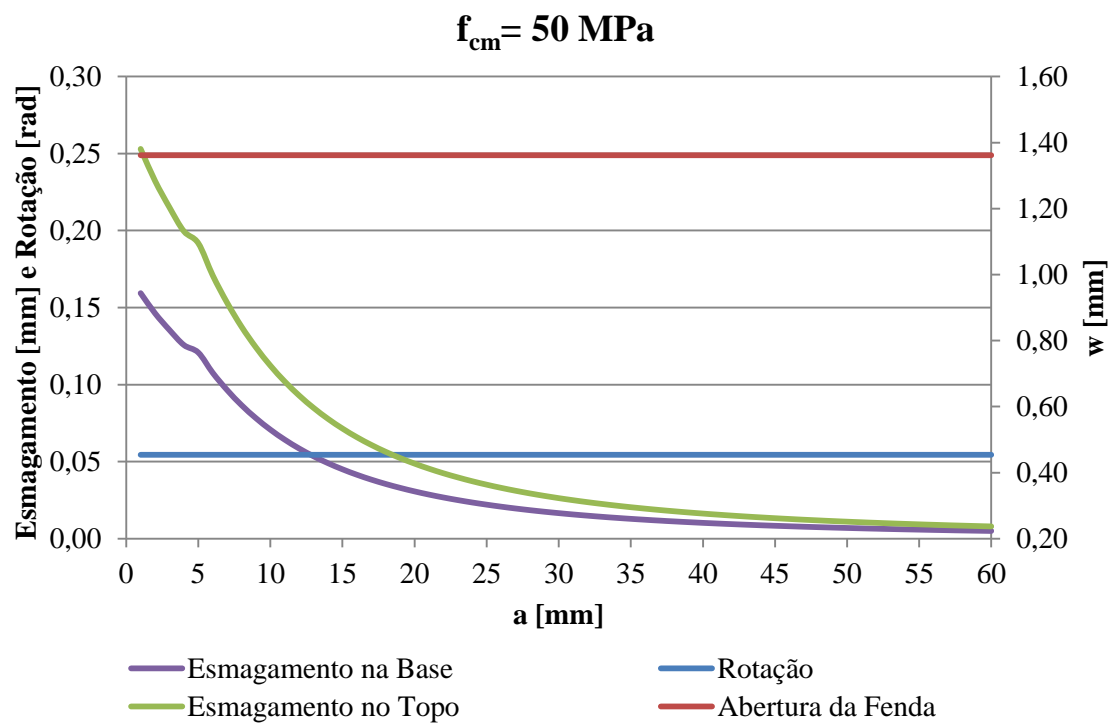


Figura A. 75– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 0,75 \%$ e $f_{cm} = 50 \text{ MPa}$

A.2.2) $\rho = 1,0 \%$

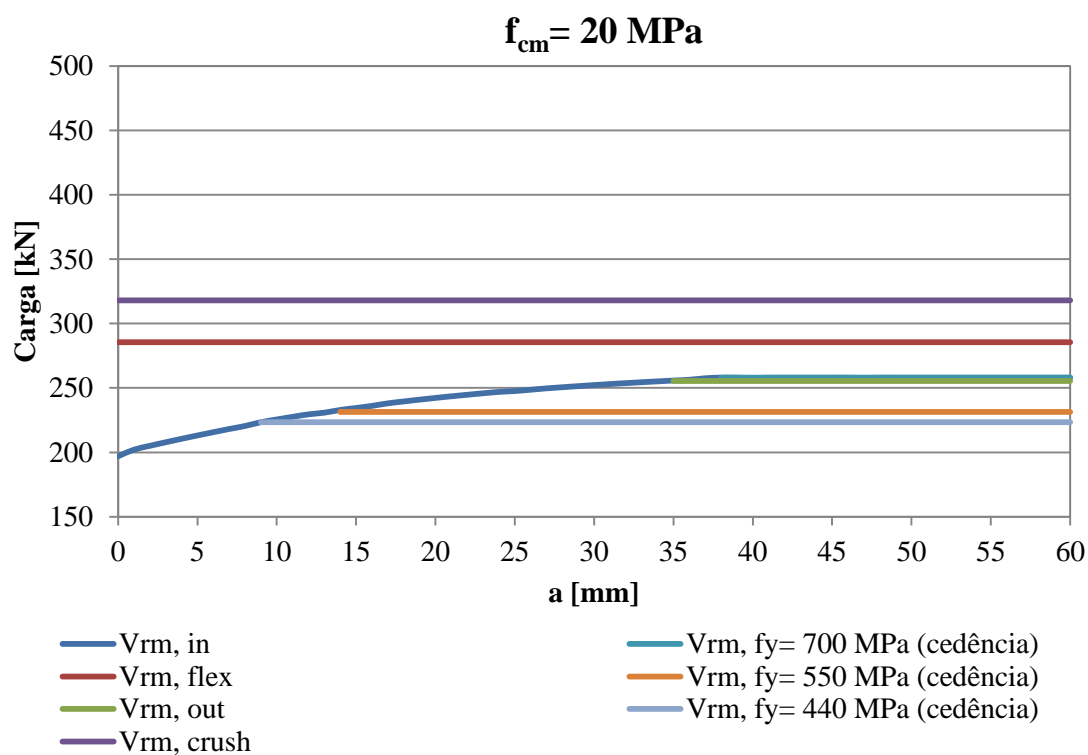


Figura A.76– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 20 \text{ MPa}$

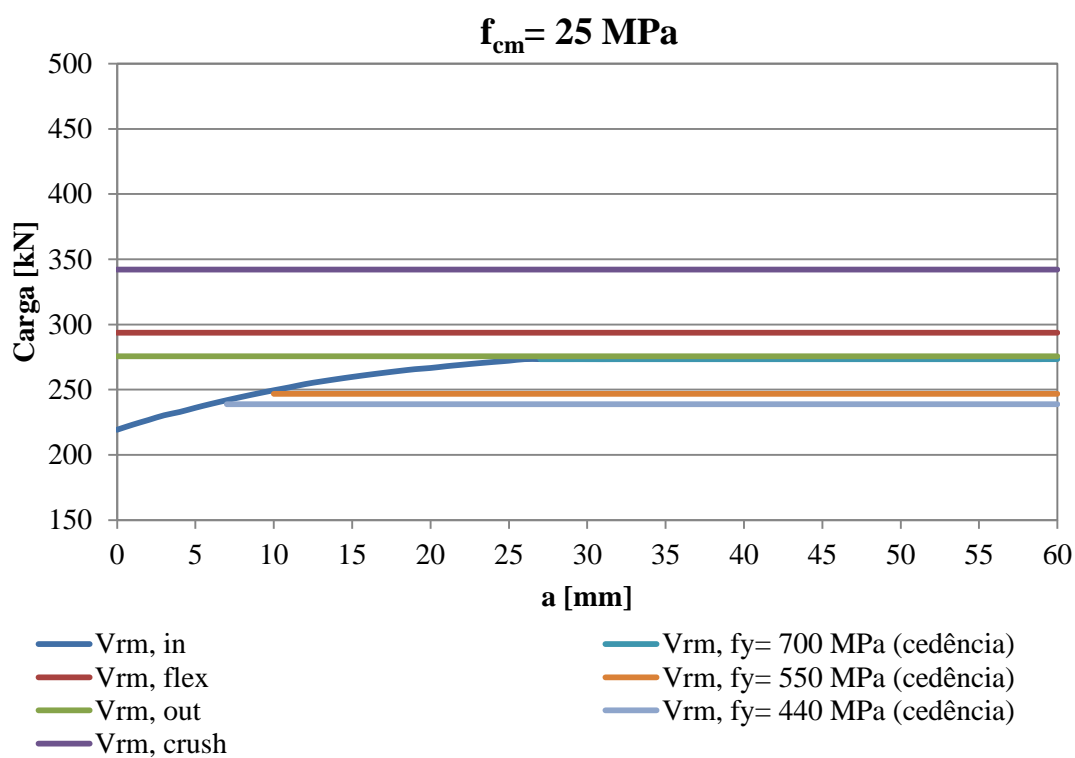


Figura A.77– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 25 \text{ MPa}$

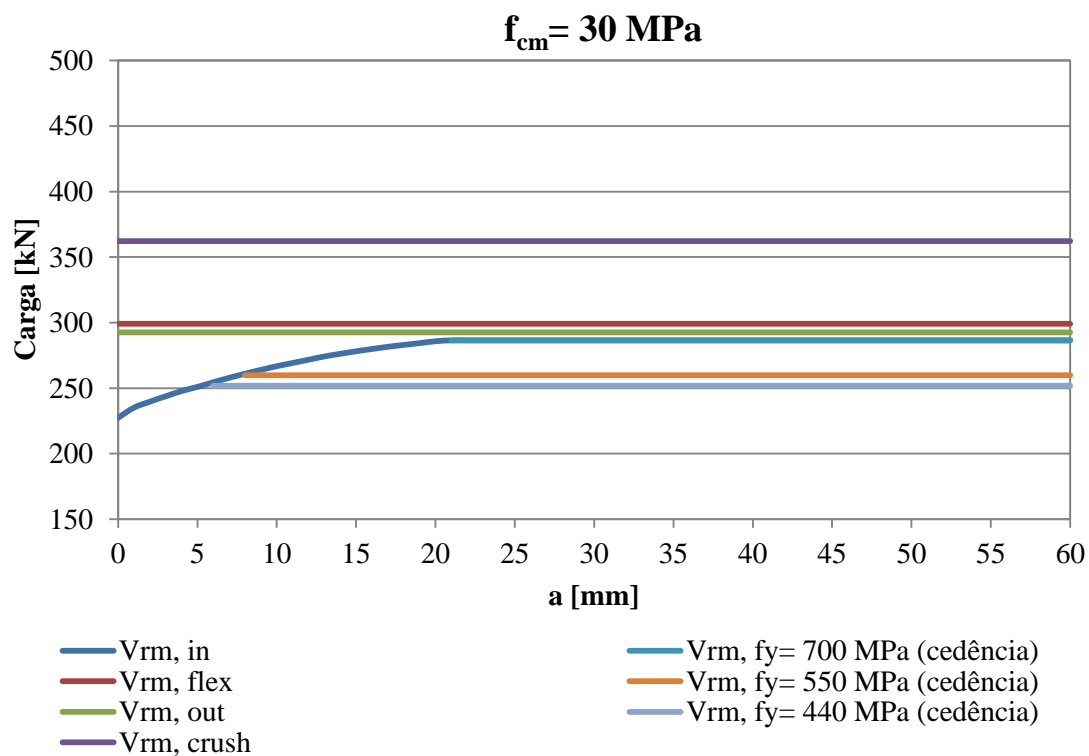


Figura A.78– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 30 \text{ MPa}$

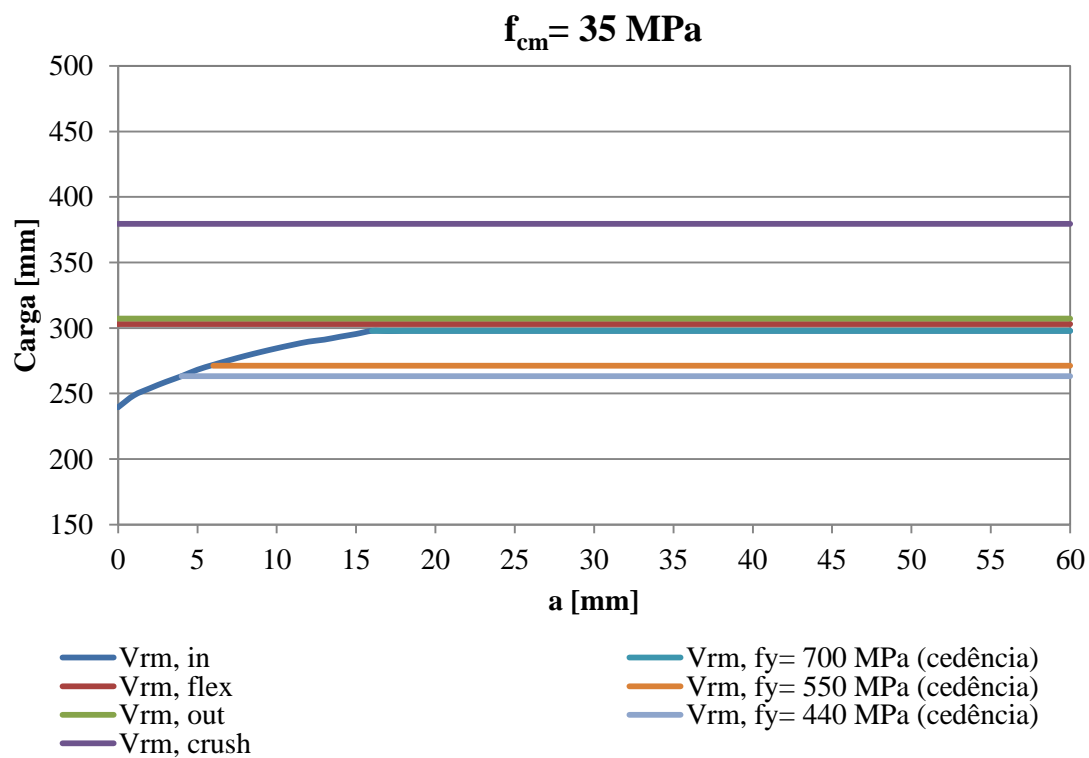


Figura A.79– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 35 \text{ MPa}$

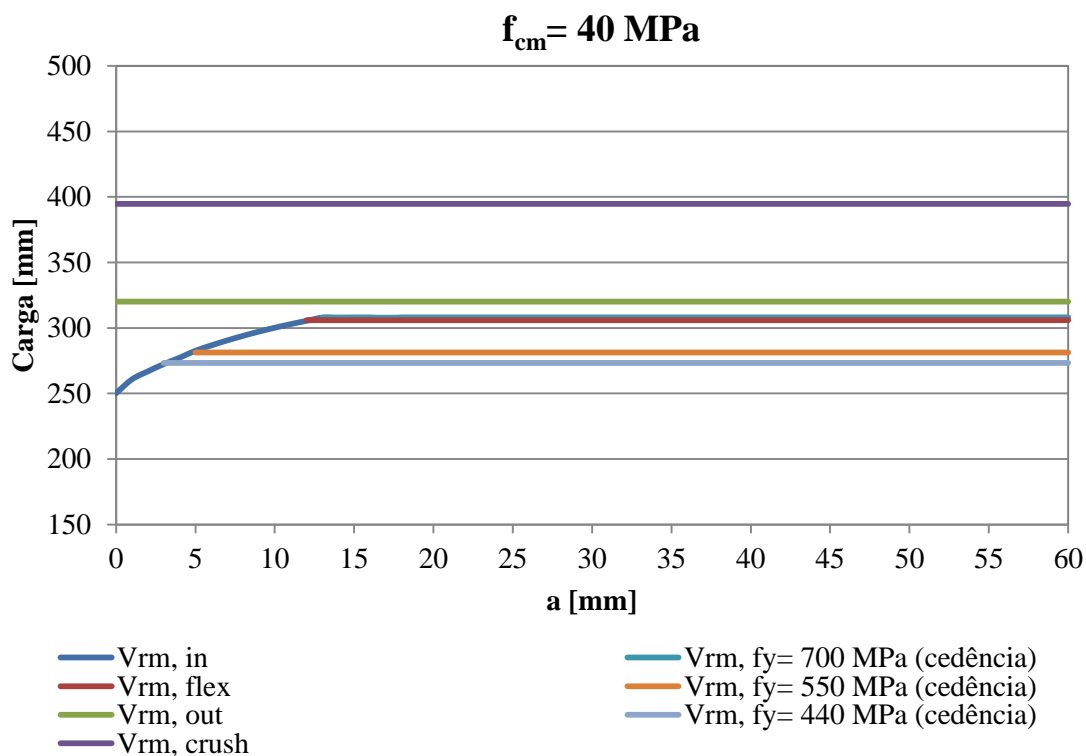


Figura A.80– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 40 \text{ MPa}$

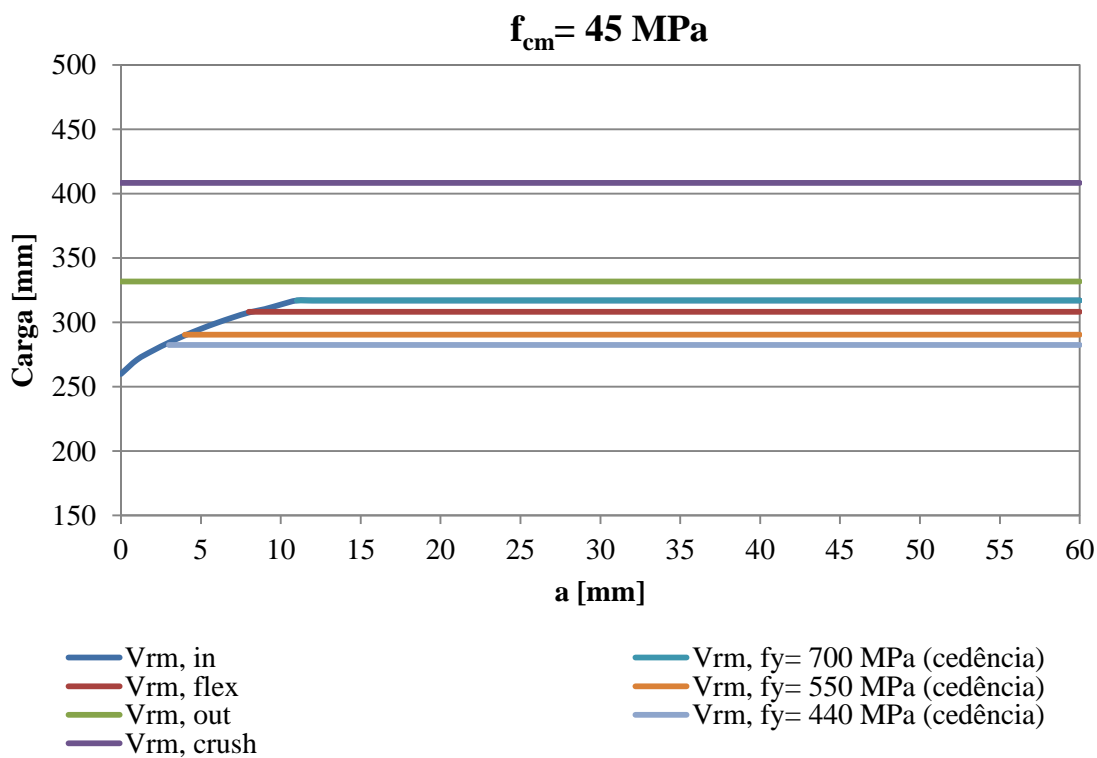


Figura A.81– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 45 \text{ MPa}$

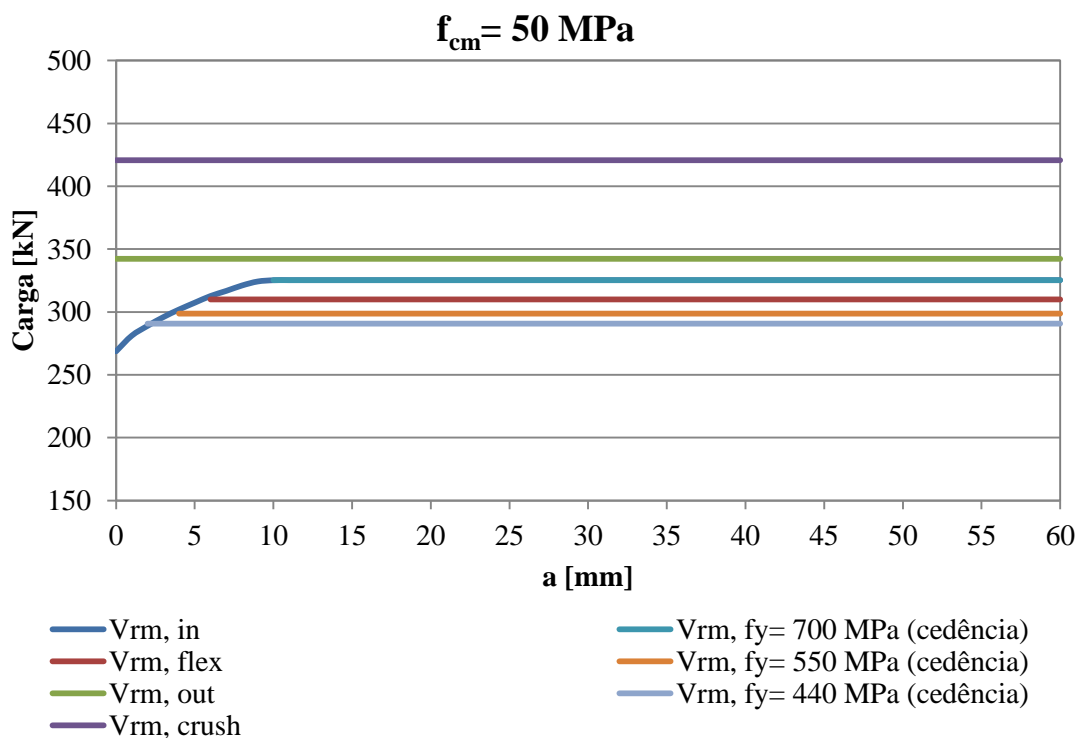


Figura A.82– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 50 \text{ MPa}$

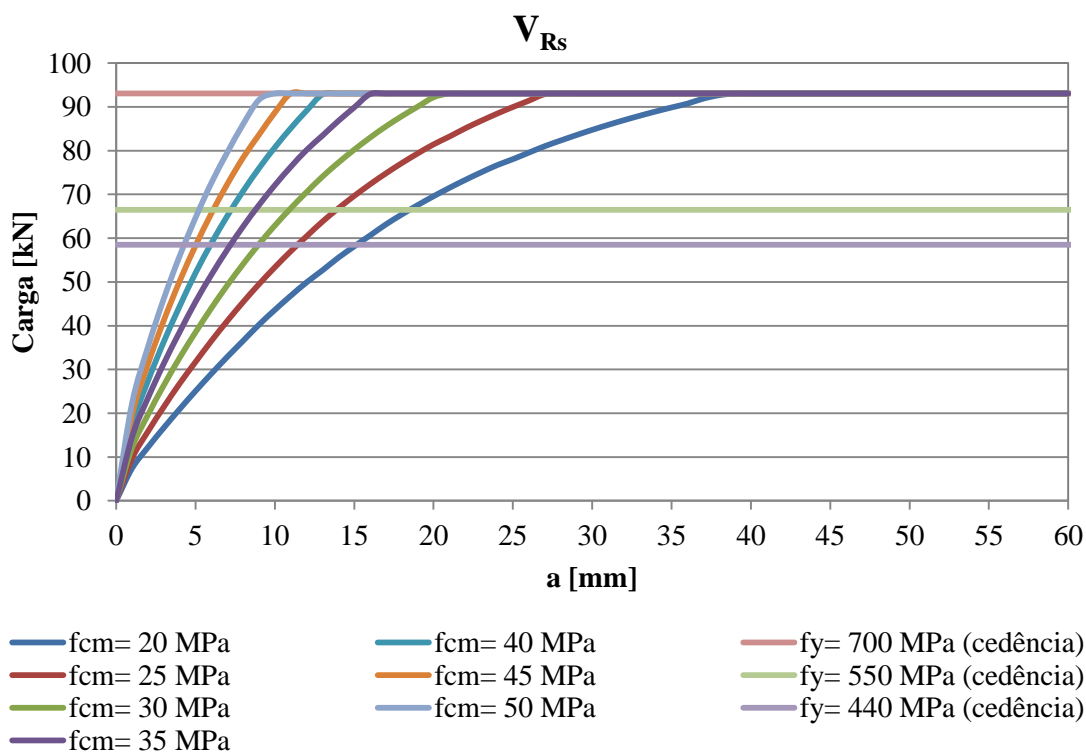


Figura A.83– Evolução do tamanho das cabeças de ancoragem relativamente à carga nas armaduras, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$

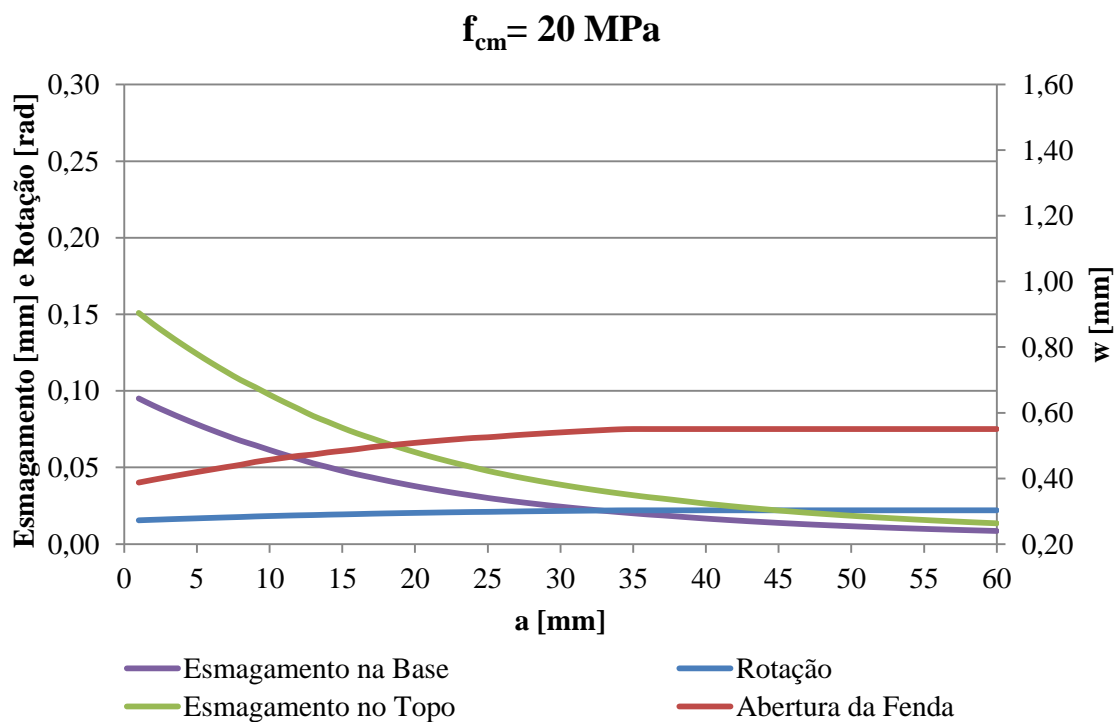


Figura A.84– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 20 \text{ MPa}$

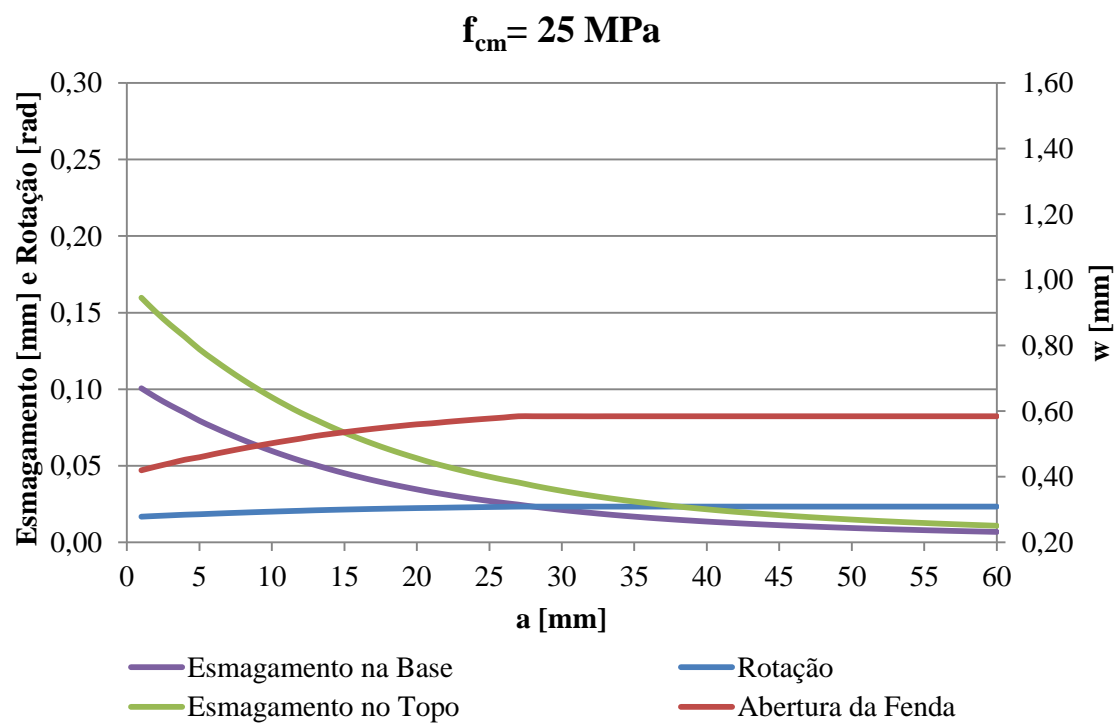


Figura A.85– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 25 \text{ MPa}$

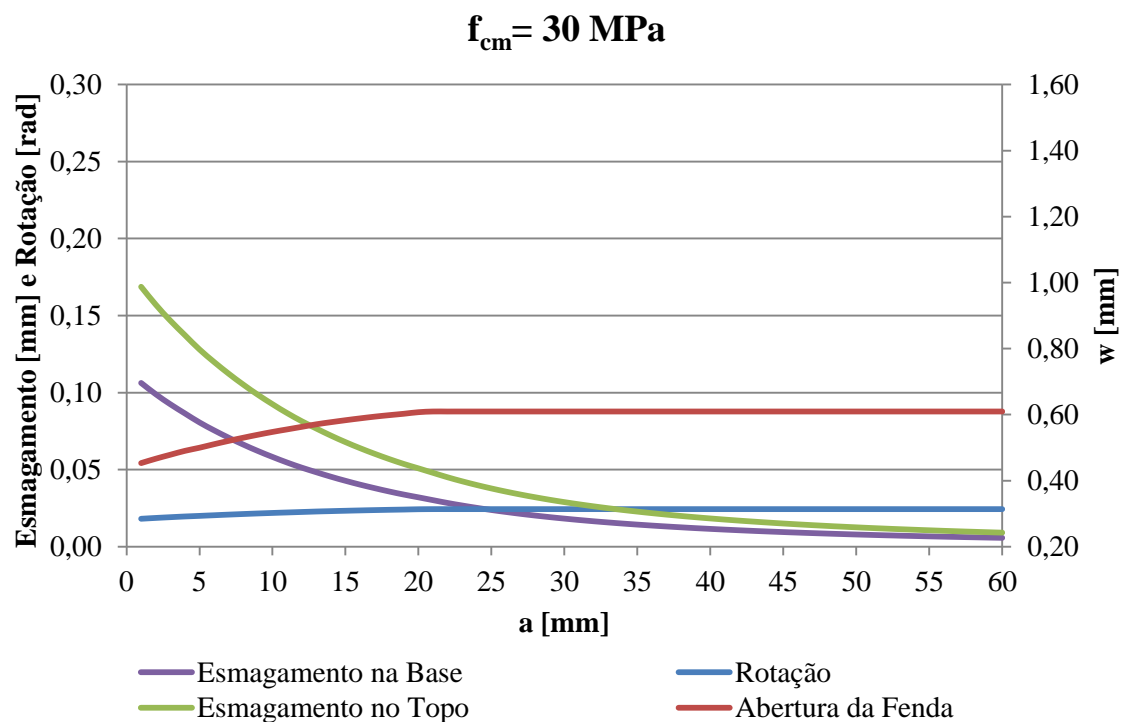


Figura A.86– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 30 \text{ MPa}$

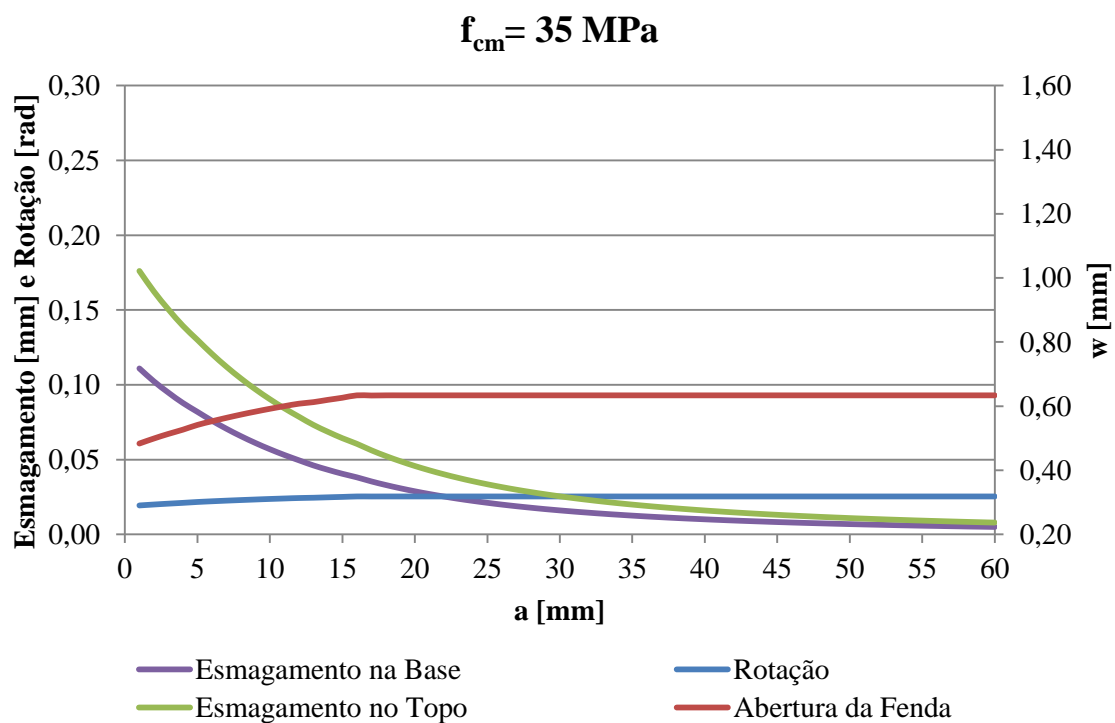


Figura A.87– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 35 \text{ MPa}$

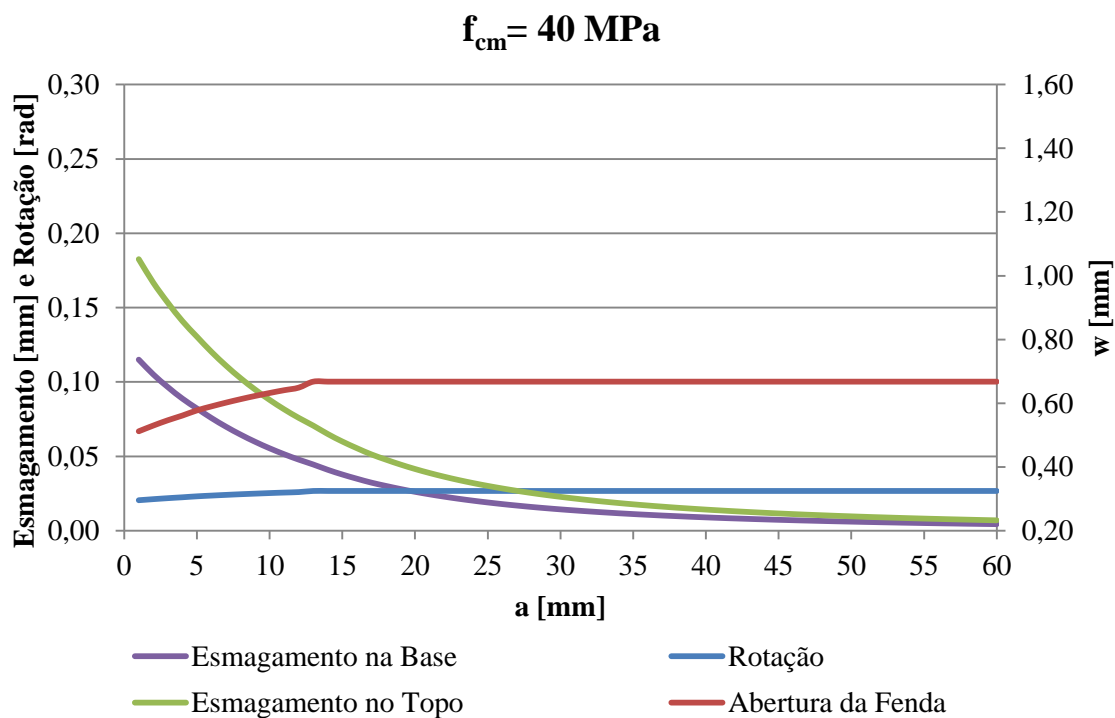


Figura A.88– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 40 \text{ MPa}$

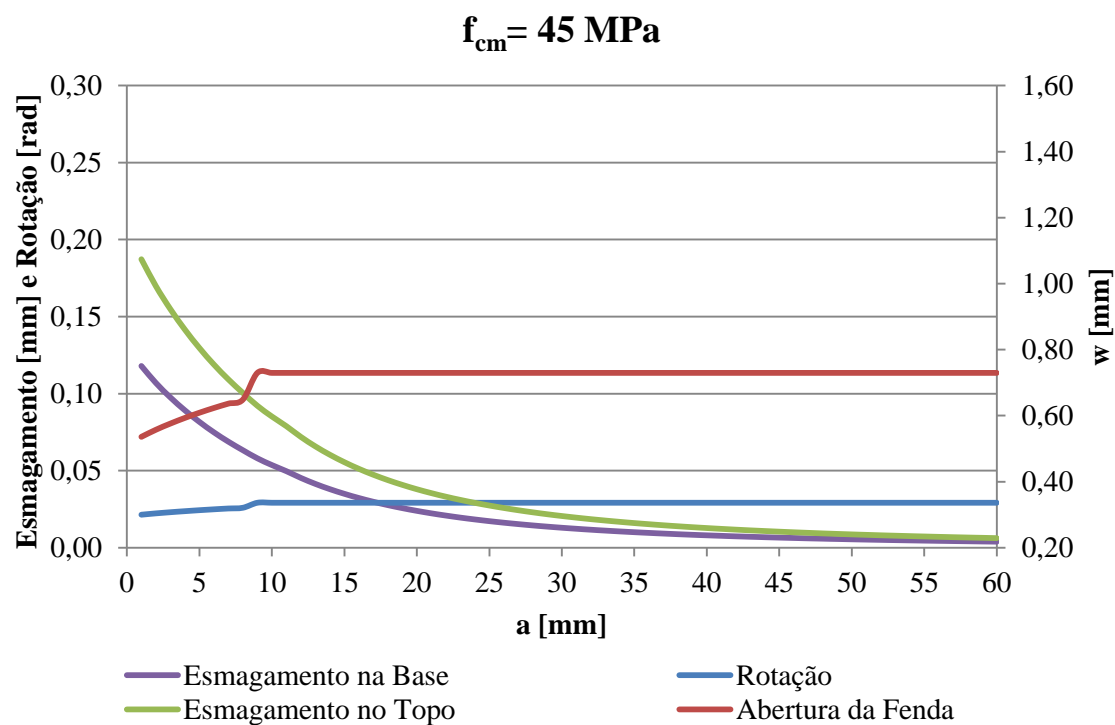


Figura A.89– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 45 \text{ MPa}$

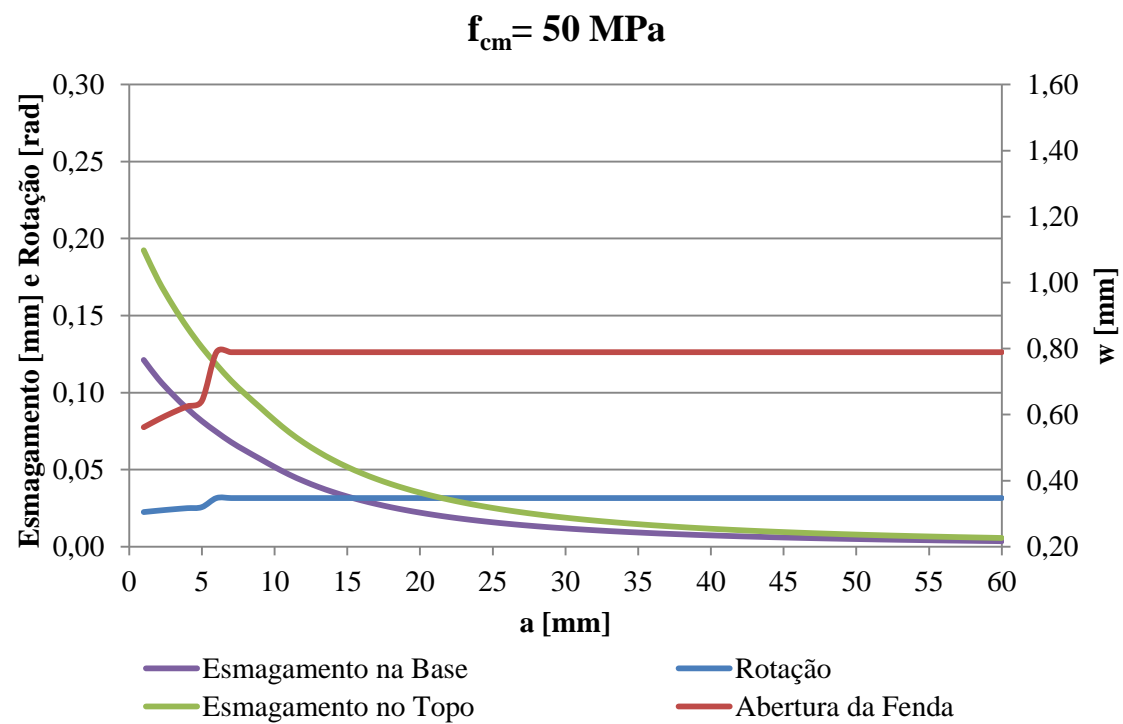


Figura A.90– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,00 \%$ e $f_{cm} = 50 \text{ MPa}$

A.2.3) $\rho=1,25\%$

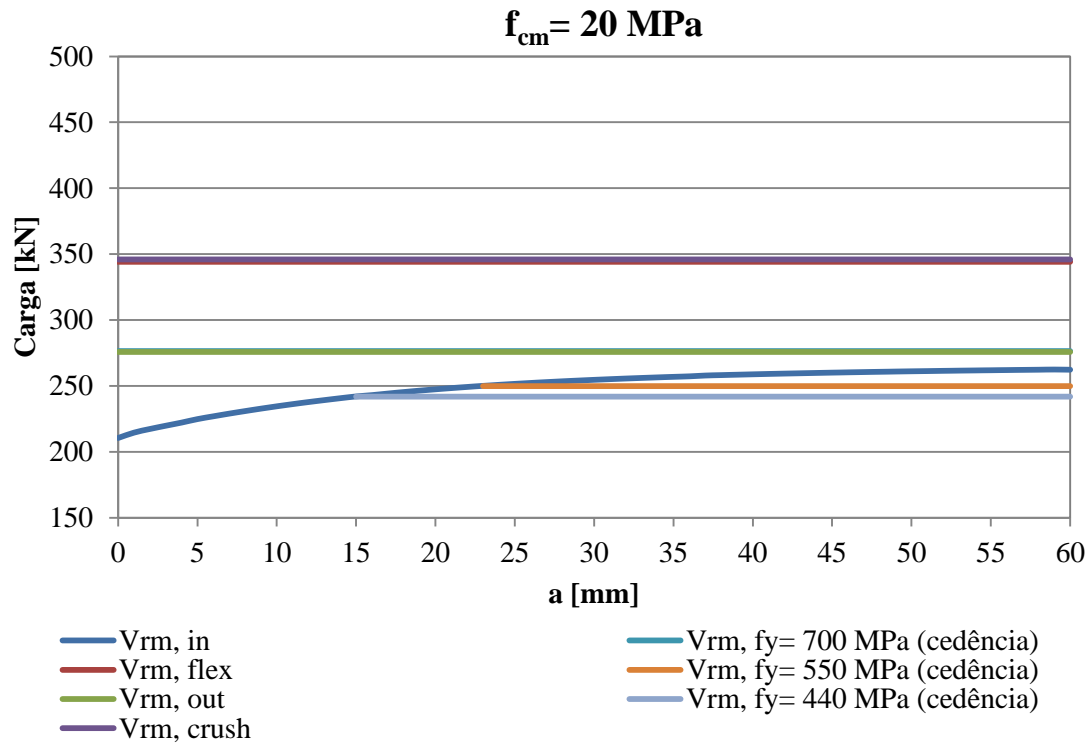


Figura A.91– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s=100\text{ mm}$, $\rho=1,25\%$ e $f_{cm}=20\text{ MPa}$

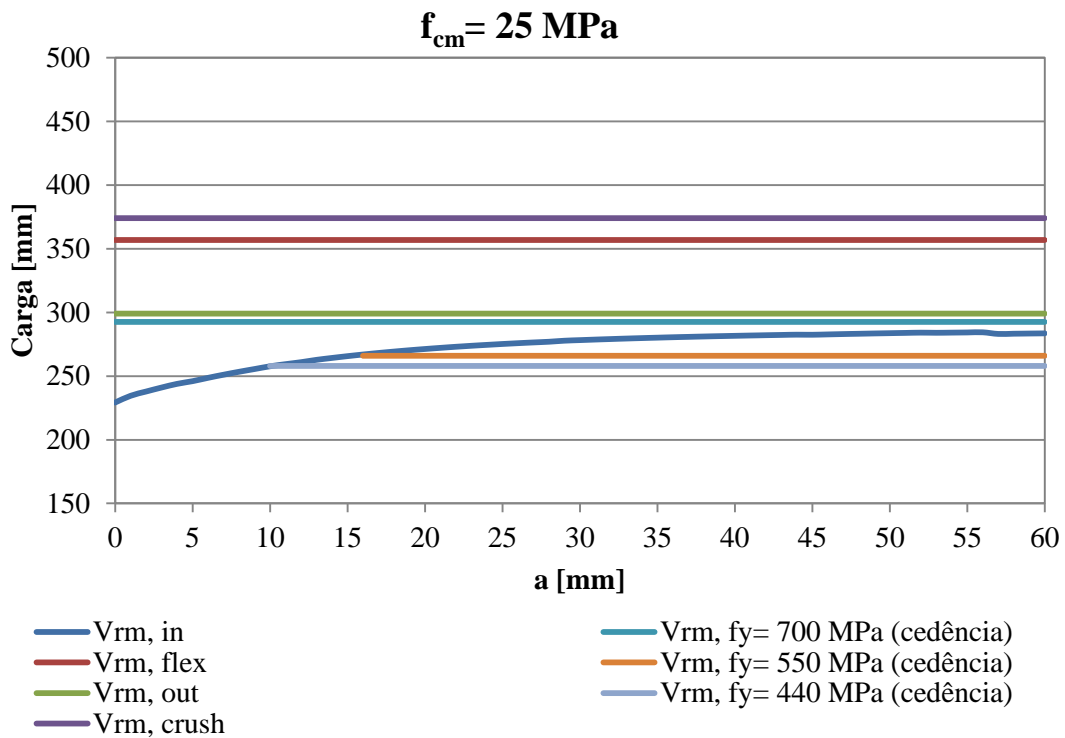


Figura A.92– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s=100\text{ mm}$, $\rho=1,25\%$ e $f_{cm}=25\text{ MPa}$

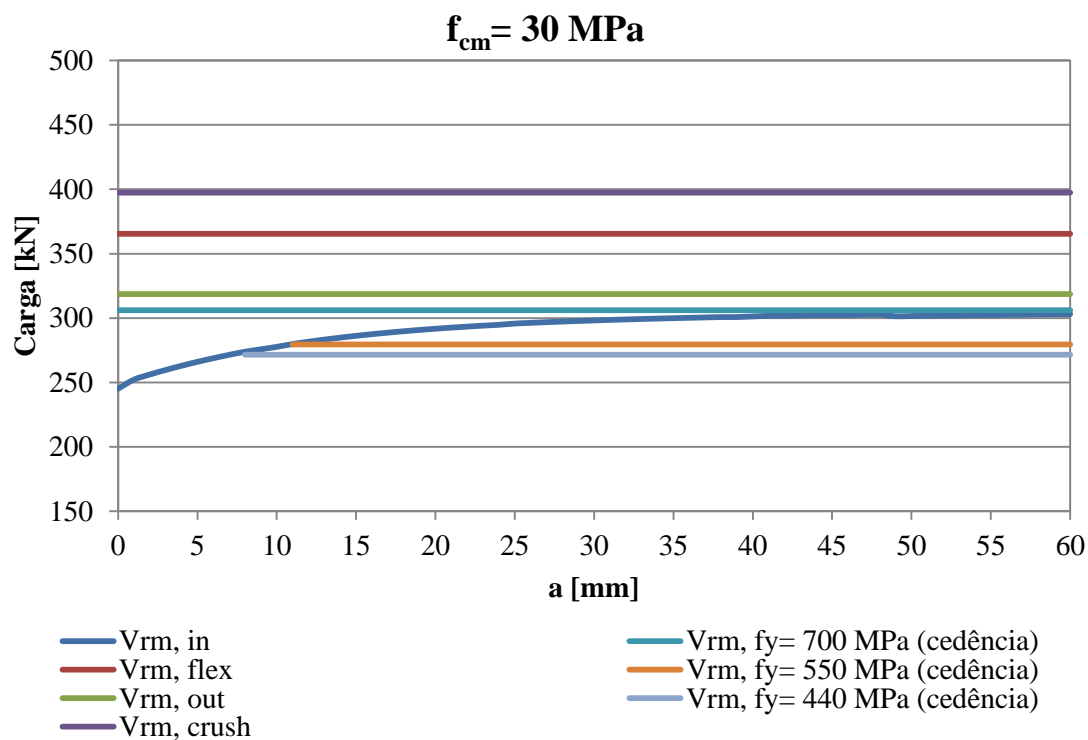


Figura A.93– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 30 \text{ MPa}$

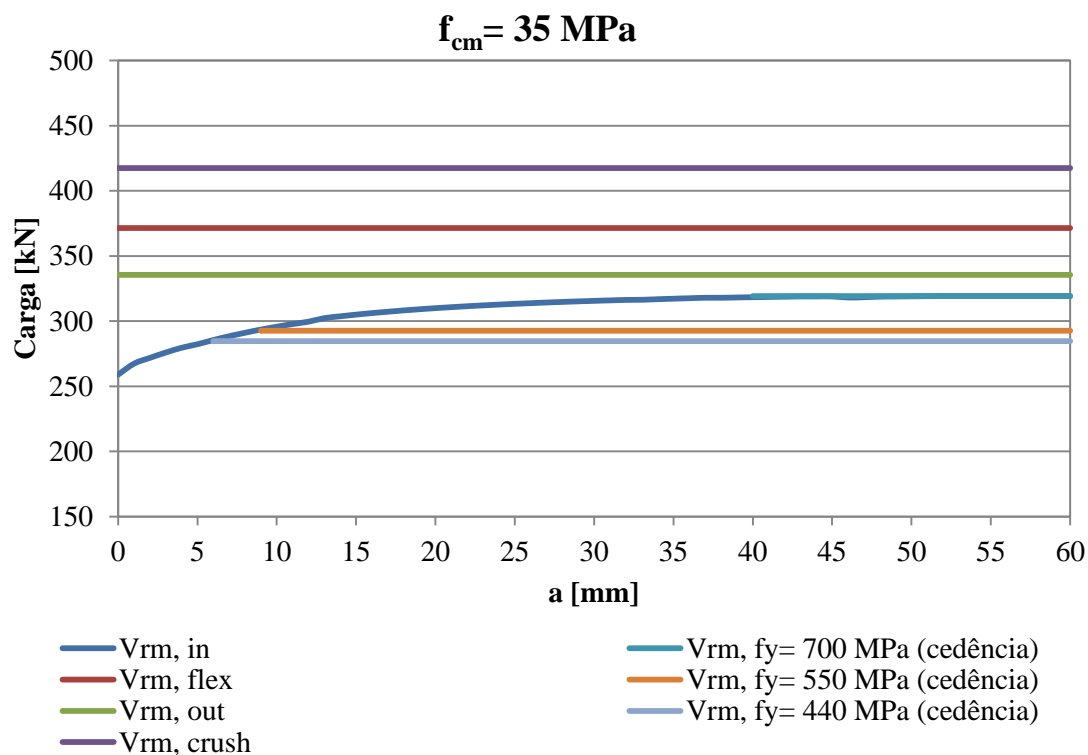


Figura A.94– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 35 \text{ MPa}$

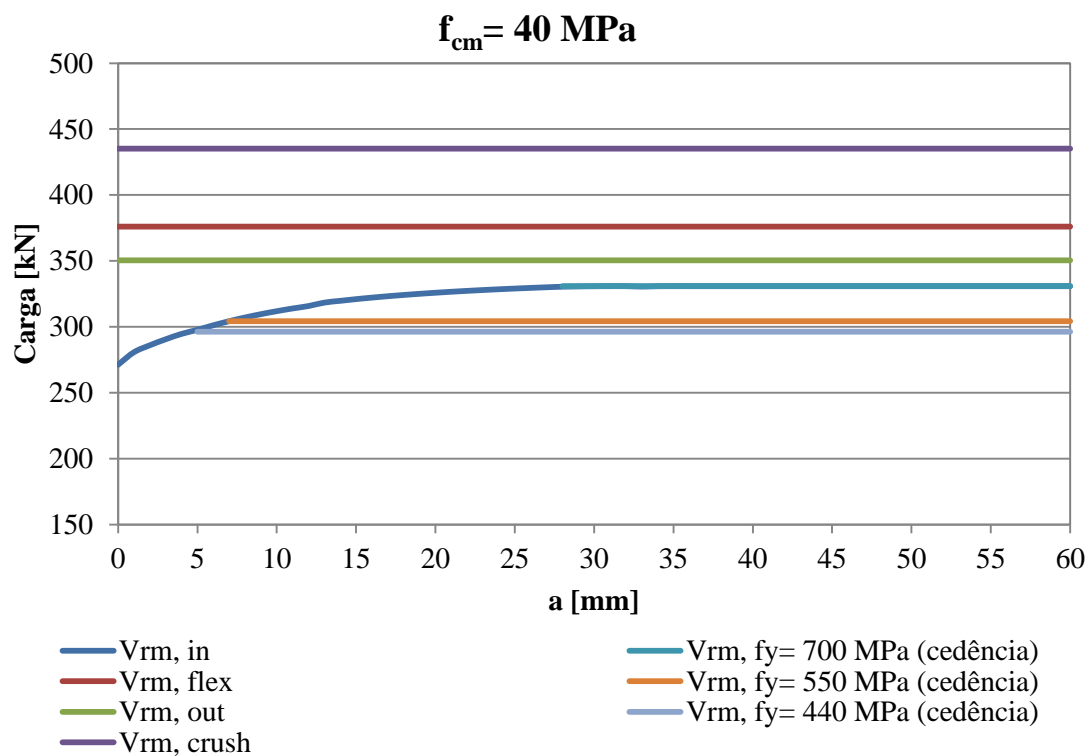


Figura A.95– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 40 \text{ MPa}$

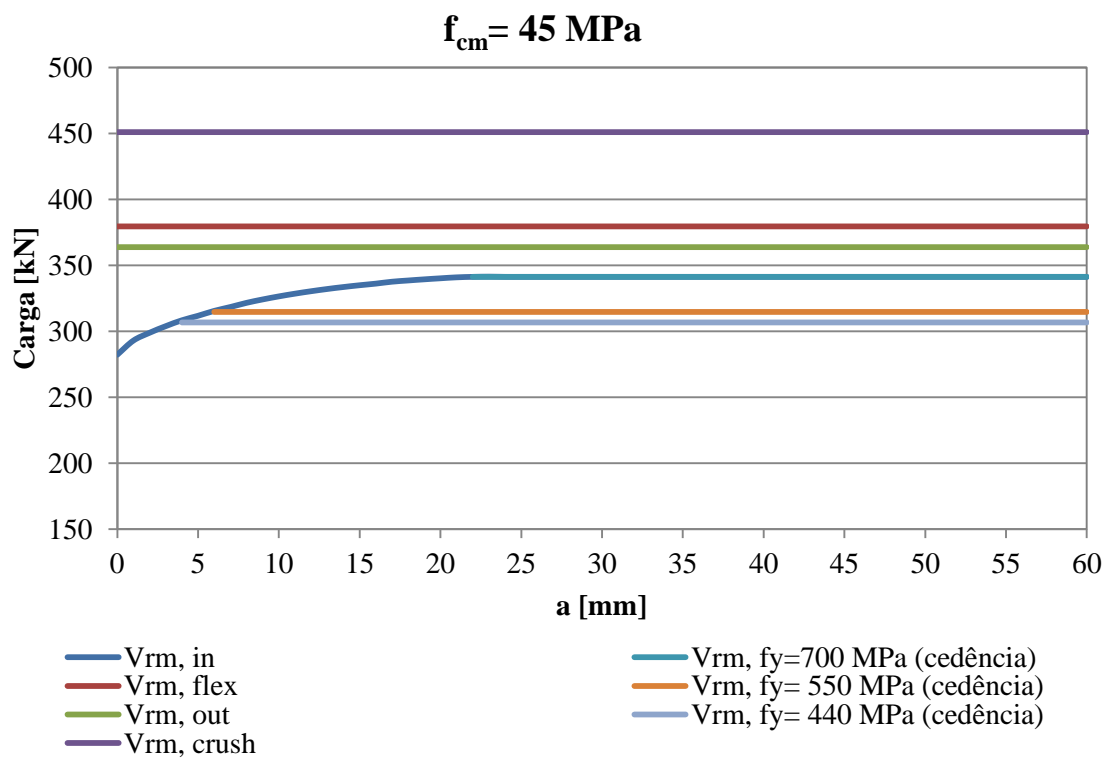


Figura A.96– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 45 \text{ MPa}$

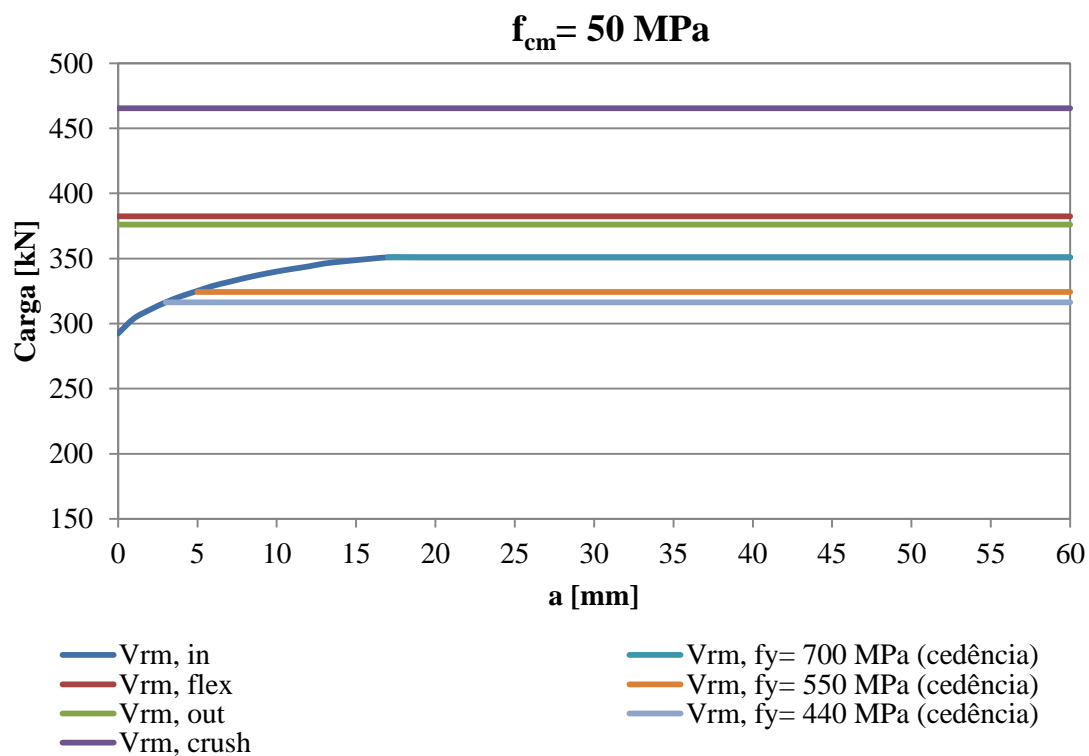


Figura A.97– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 50 \text{ MPa}$

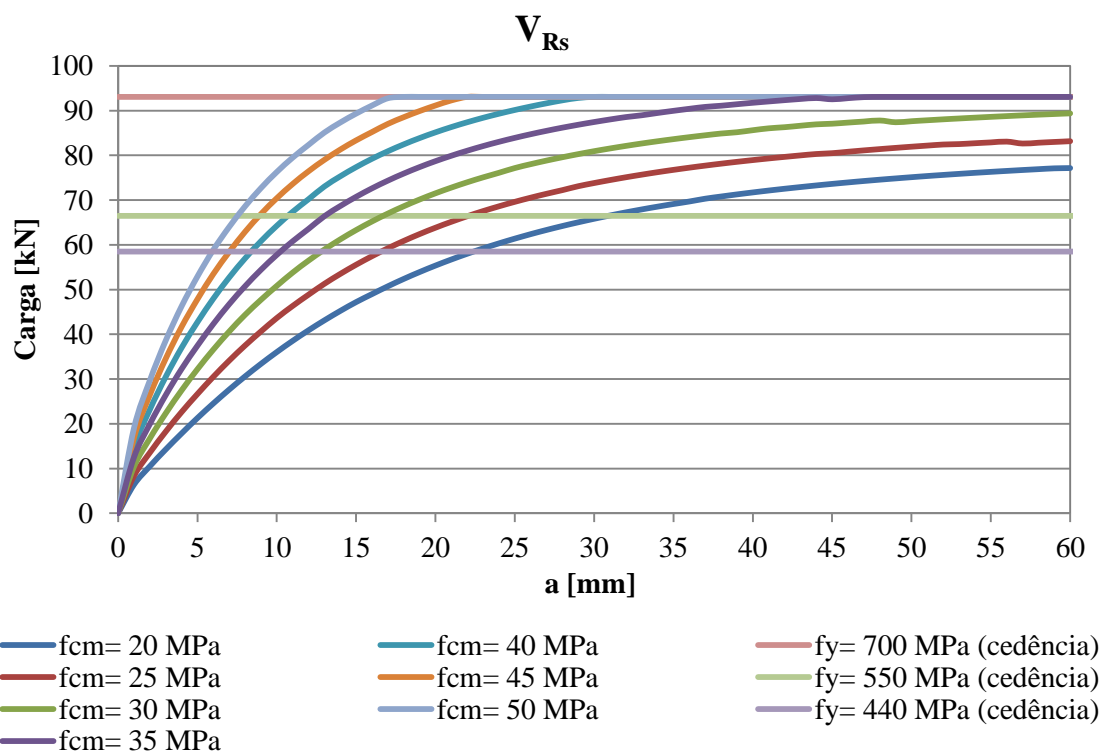


Figura A.98– Evolução do tamanho das cabeças de ancoragem relativamente à carga nas armaduras, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$

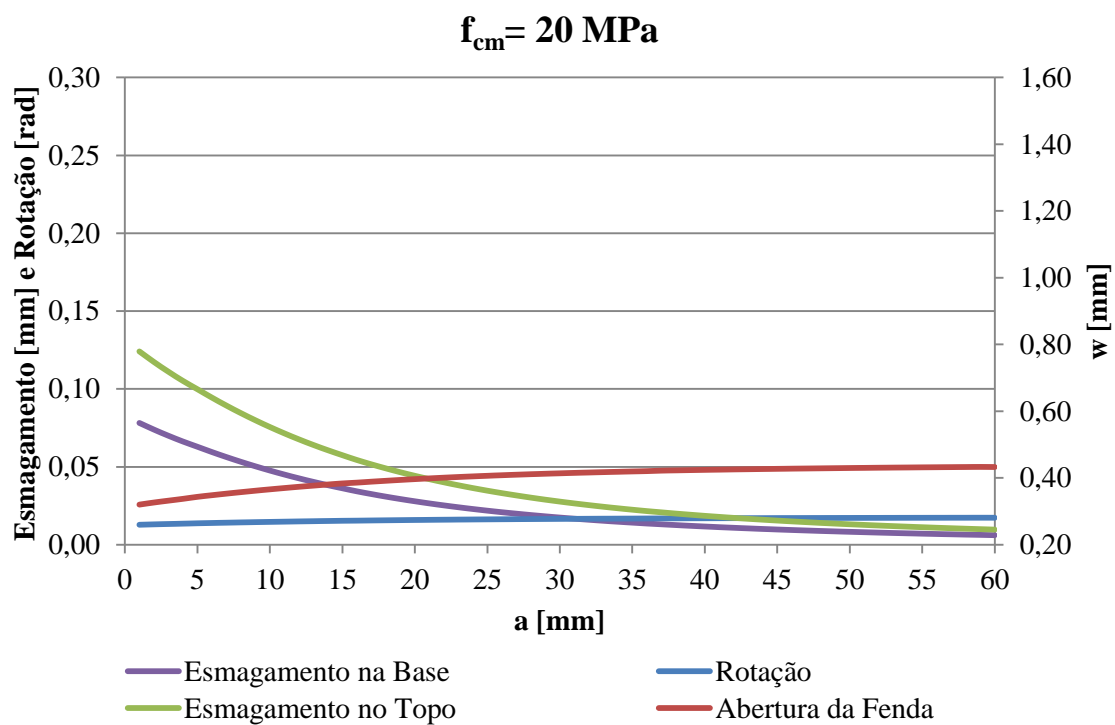


Figura A.99– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 20 \text{ MPa}$

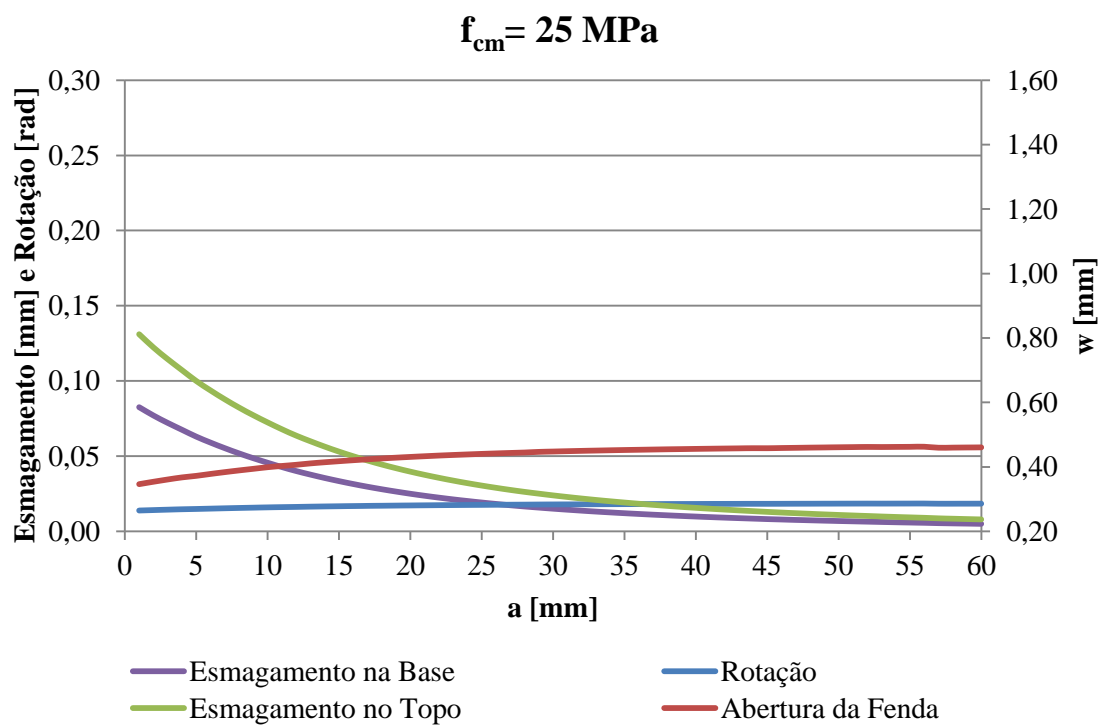


Figura A.100– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 25 \text{ MPa}$

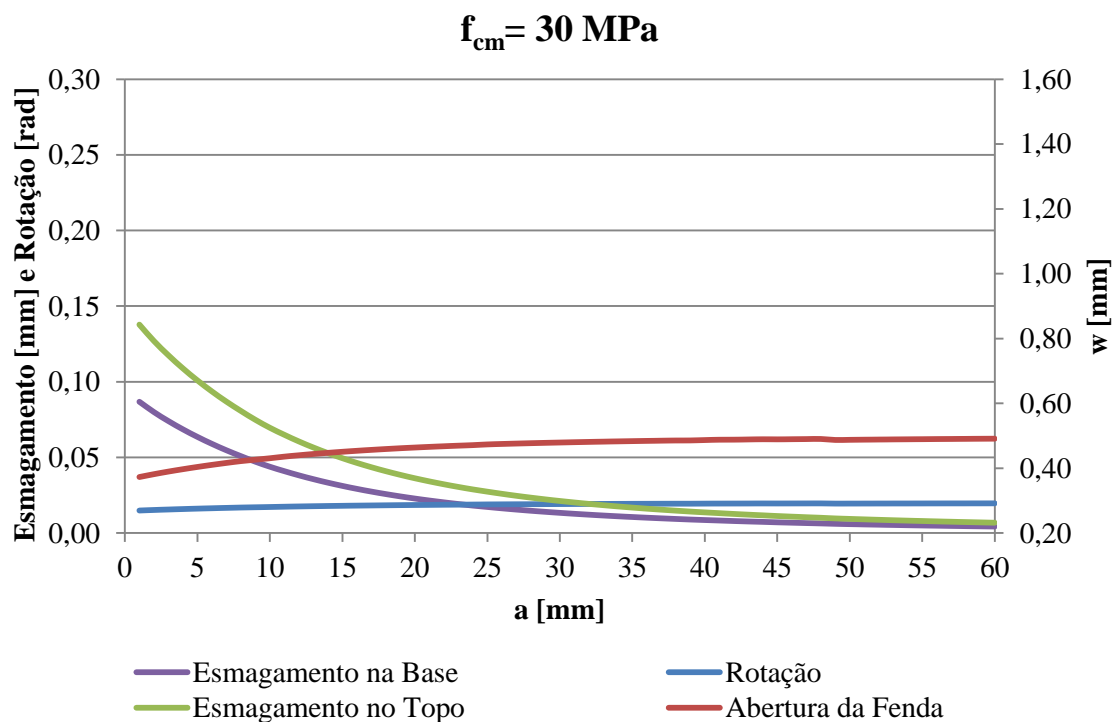


Figura A.101– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 30 \text{ MPa}$

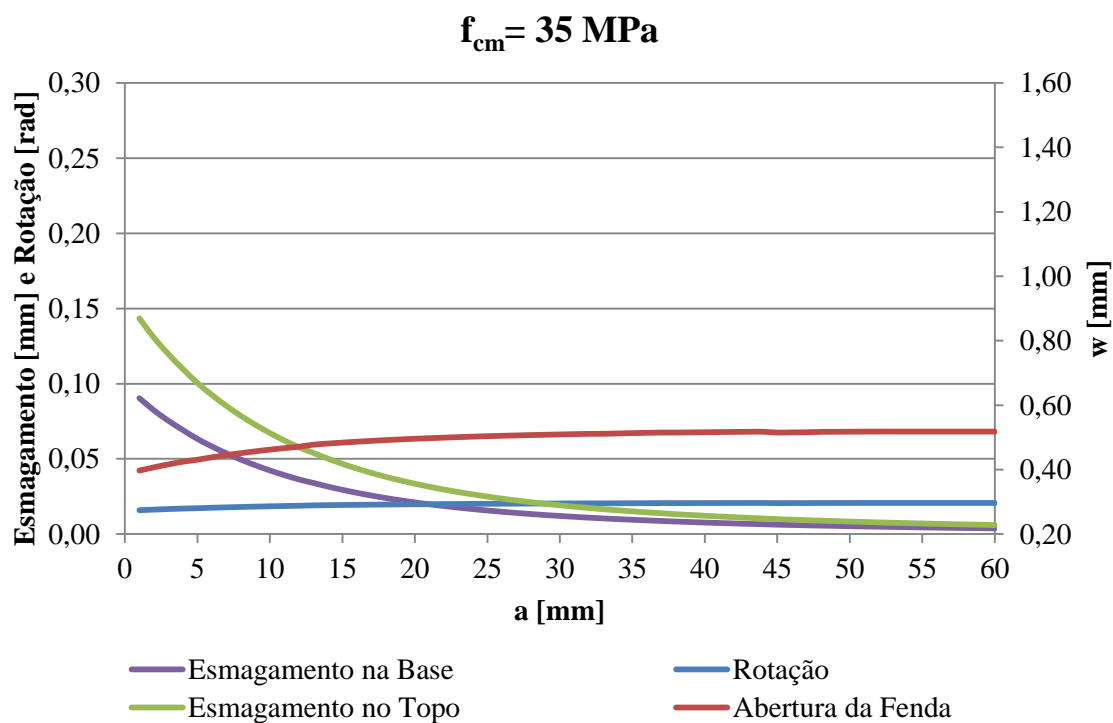


Figura A.102– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 35 \text{ MPa}$

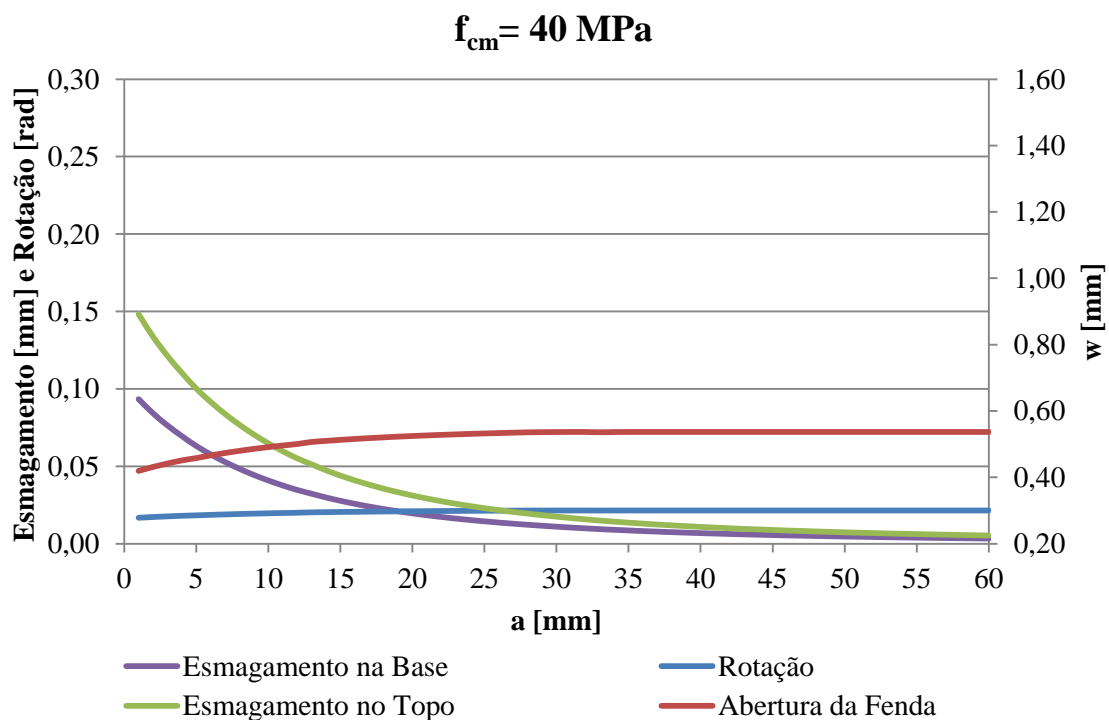


Figura A.103– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 40 \text{ MPa}$

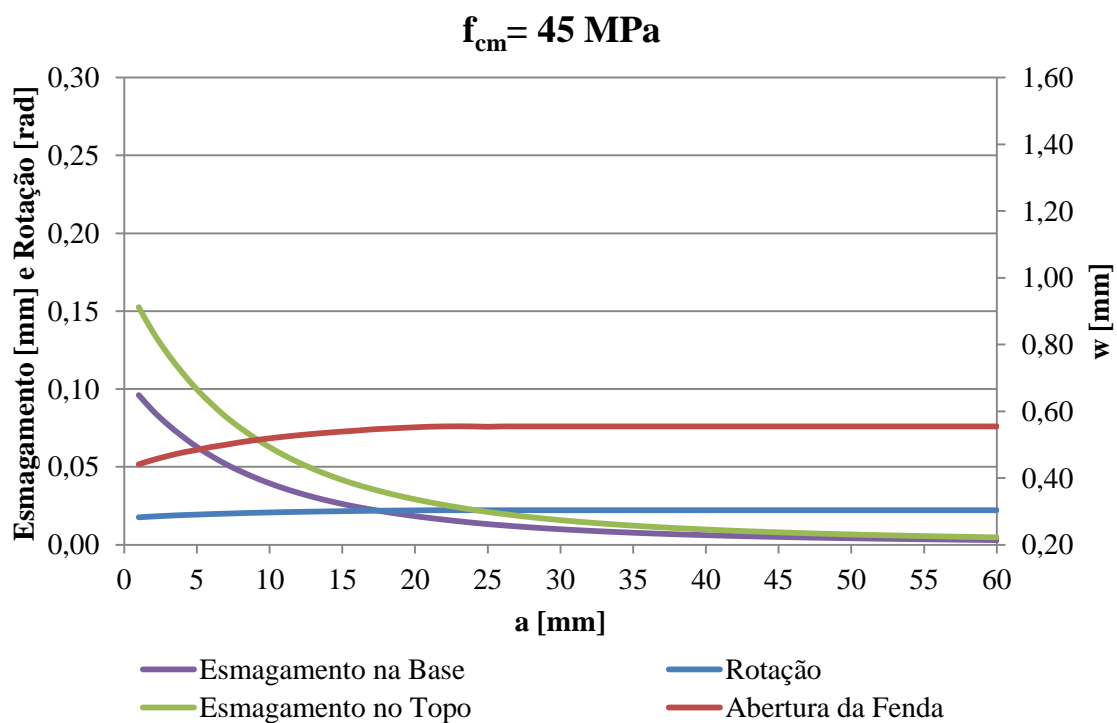


Figura A.104– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 45 \text{ MPa}$

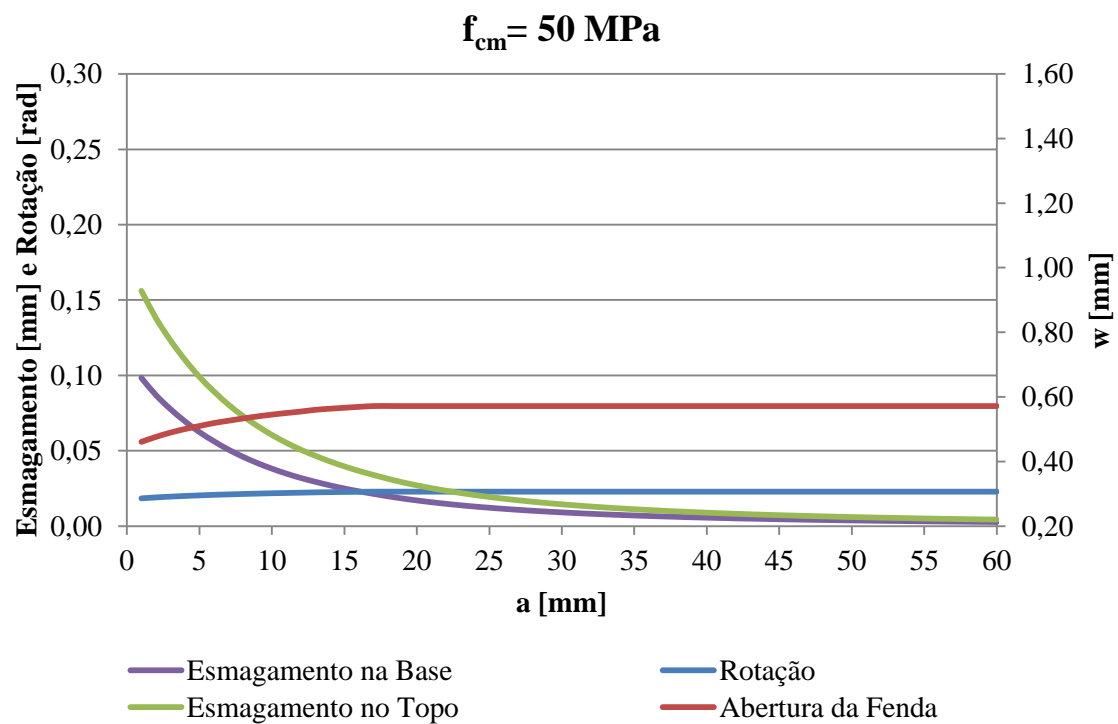


Figura A.105– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,25 \%$ e $f_{cm} = 50 \text{ MPa}$

A.2.4) $\rho = 1,50 \%$

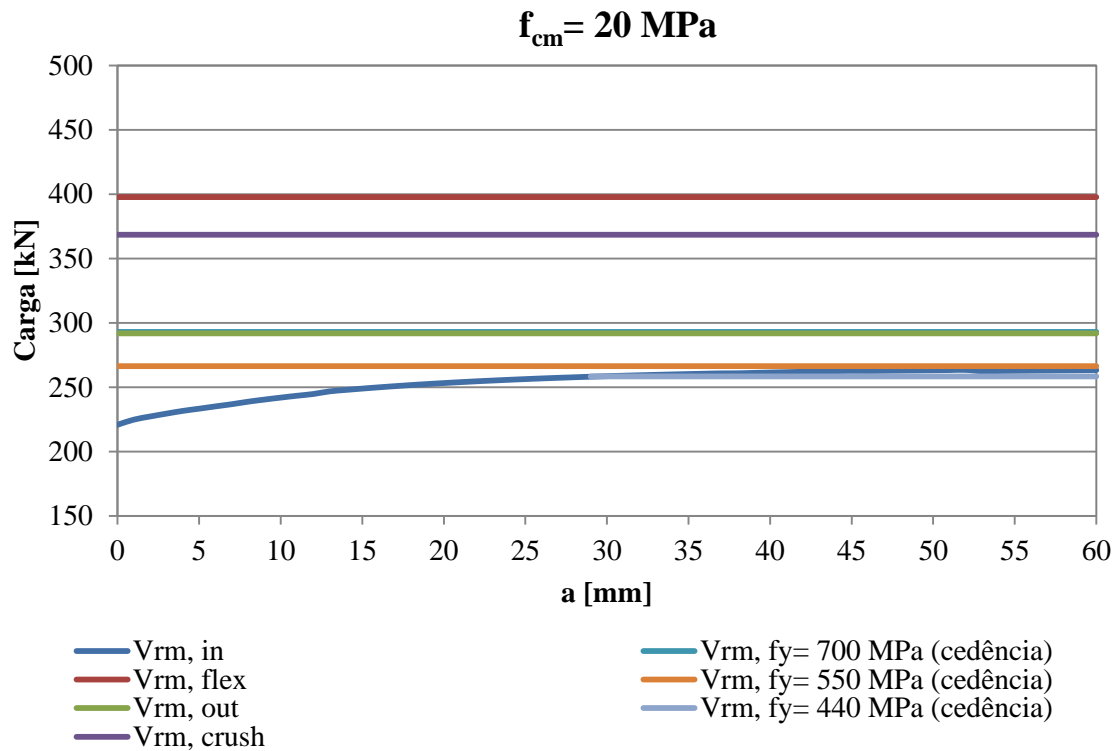


Figura A.106– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 20 \text{ MPa}$

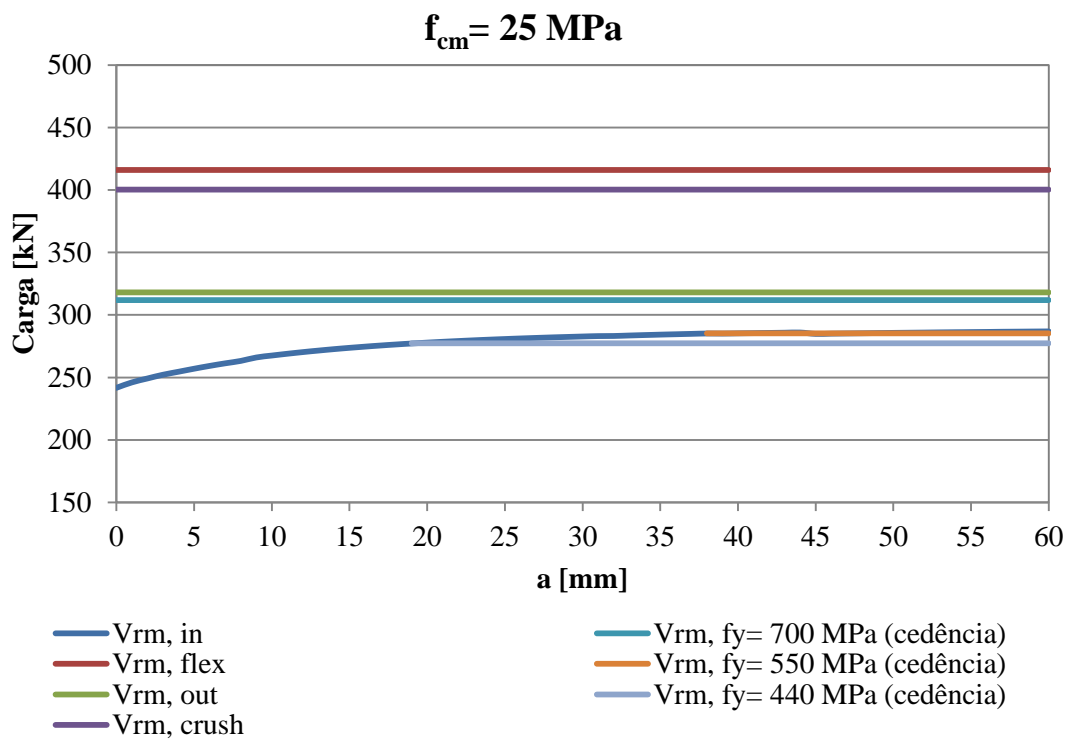


Figura A.107– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 25 \text{ MPa}$

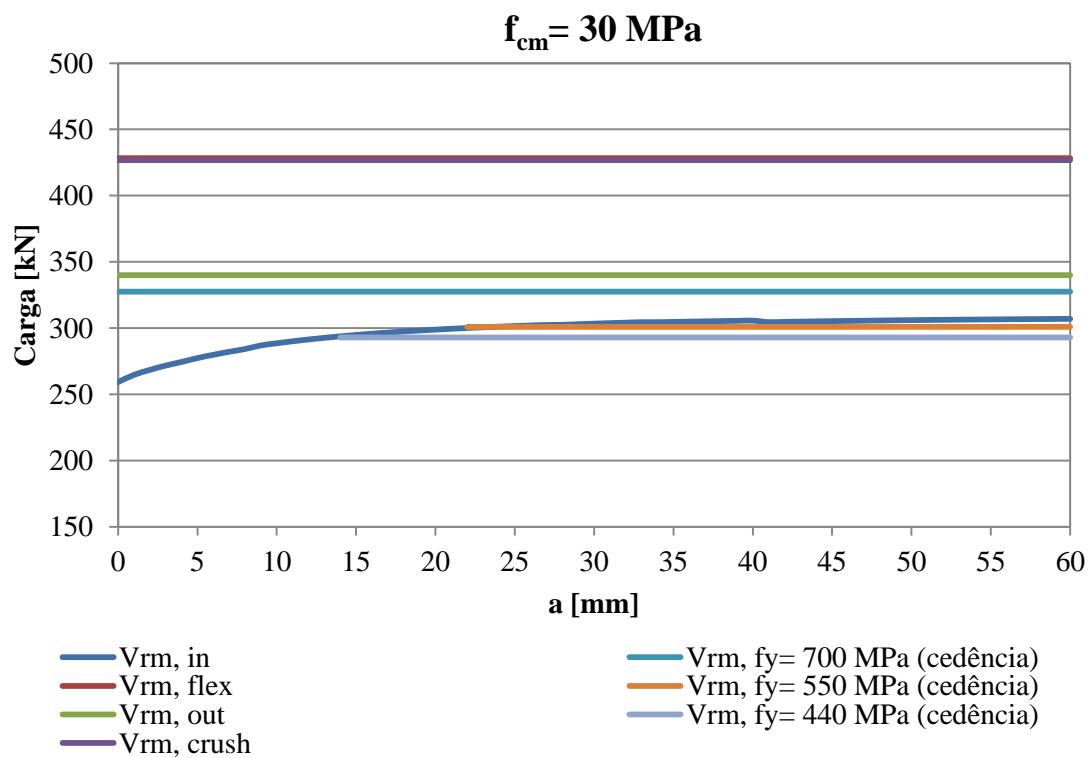


Figura A.108– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 30 \text{ MPa}$

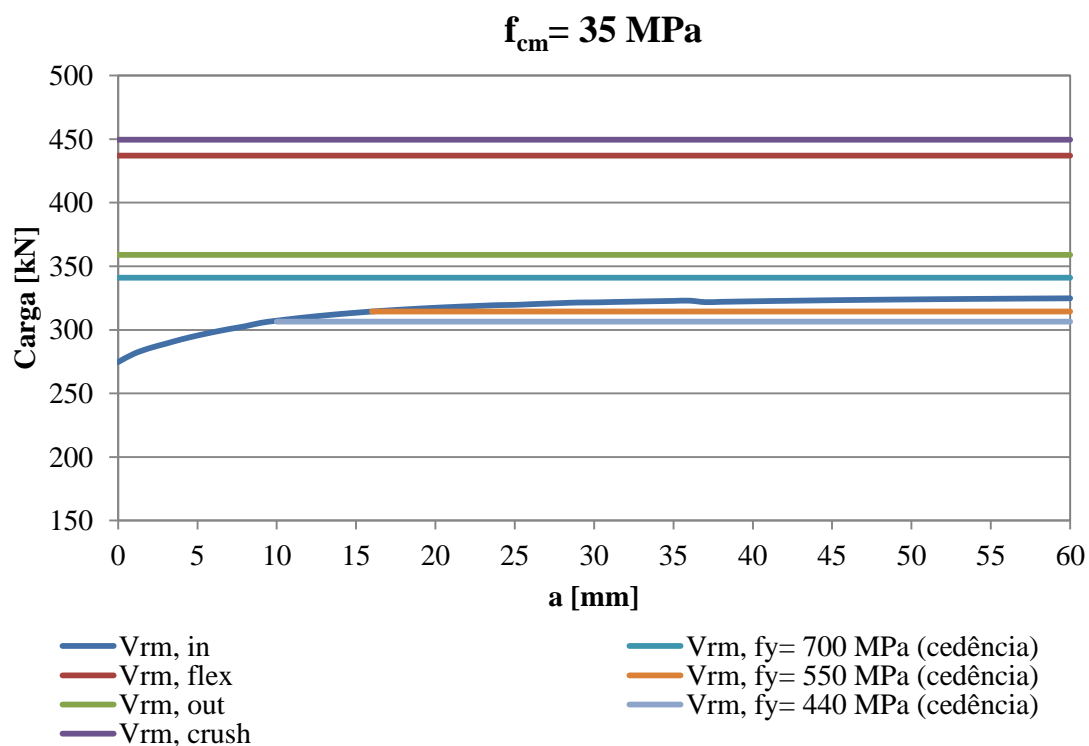


Figura A.109– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 35 \text{ MPa}$

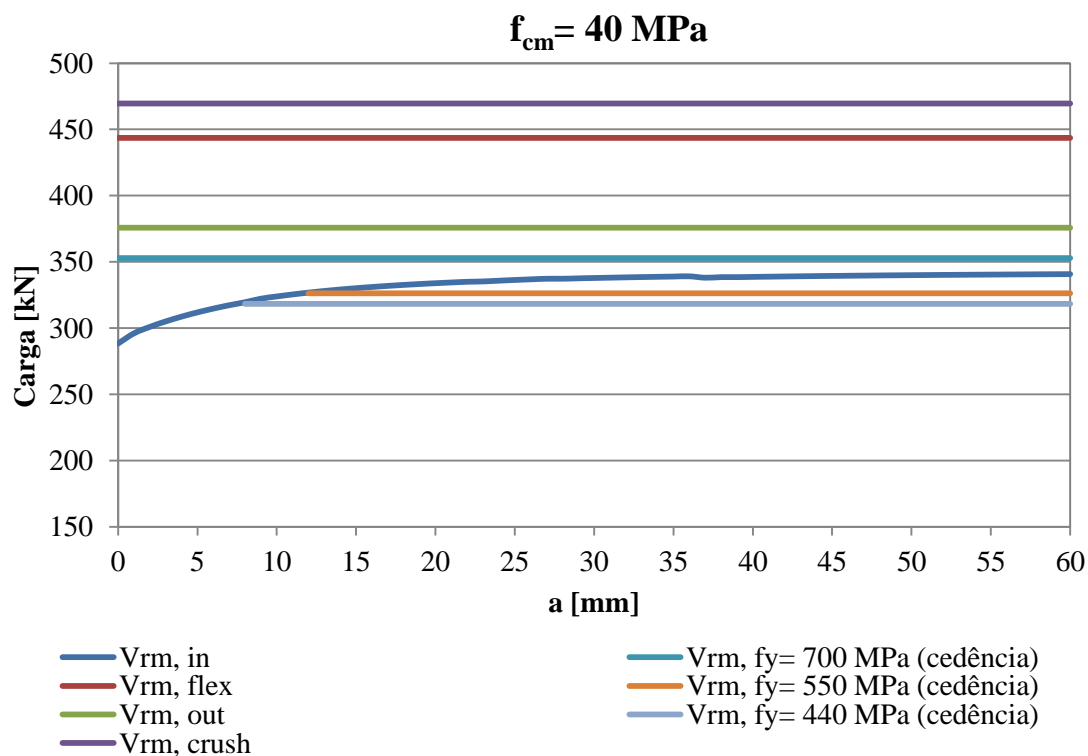


Figura A.110– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 40 \text{ MPa}$

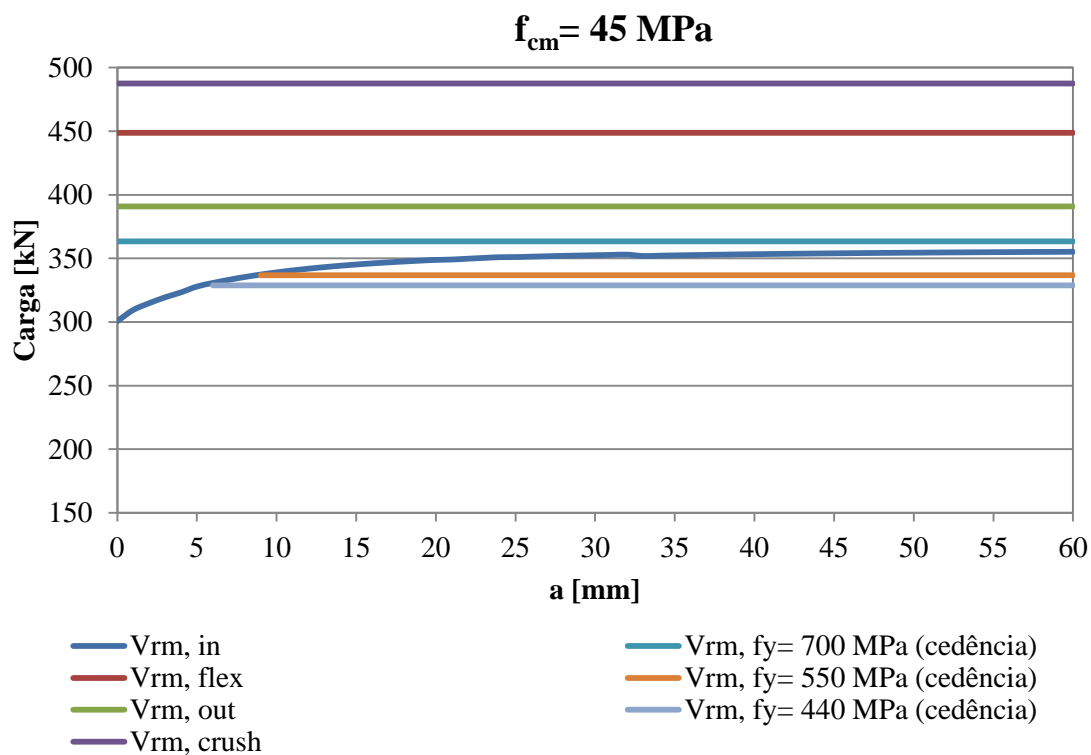


Figura A.111– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 45 \text{ MPa}$

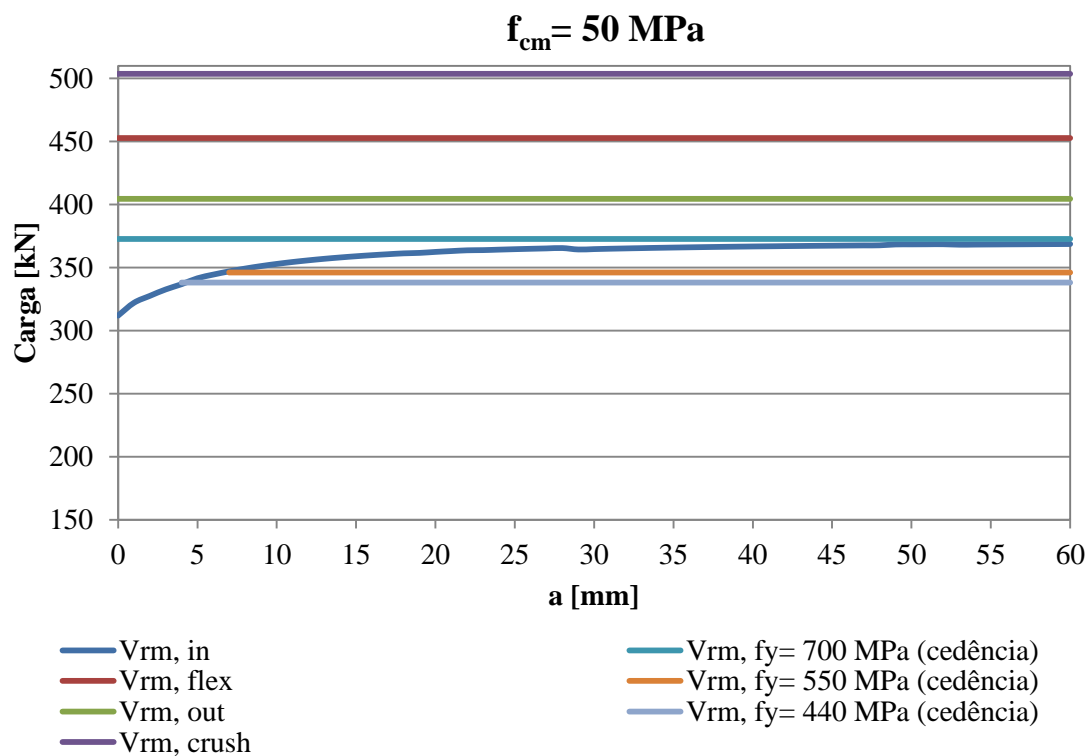


Figura A.112– Evolução do tamanho da cabeça de ancoragem relativamente à capacidade de carga, do modelo MII com $l_s = 120 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 50 \text{ MPa}$

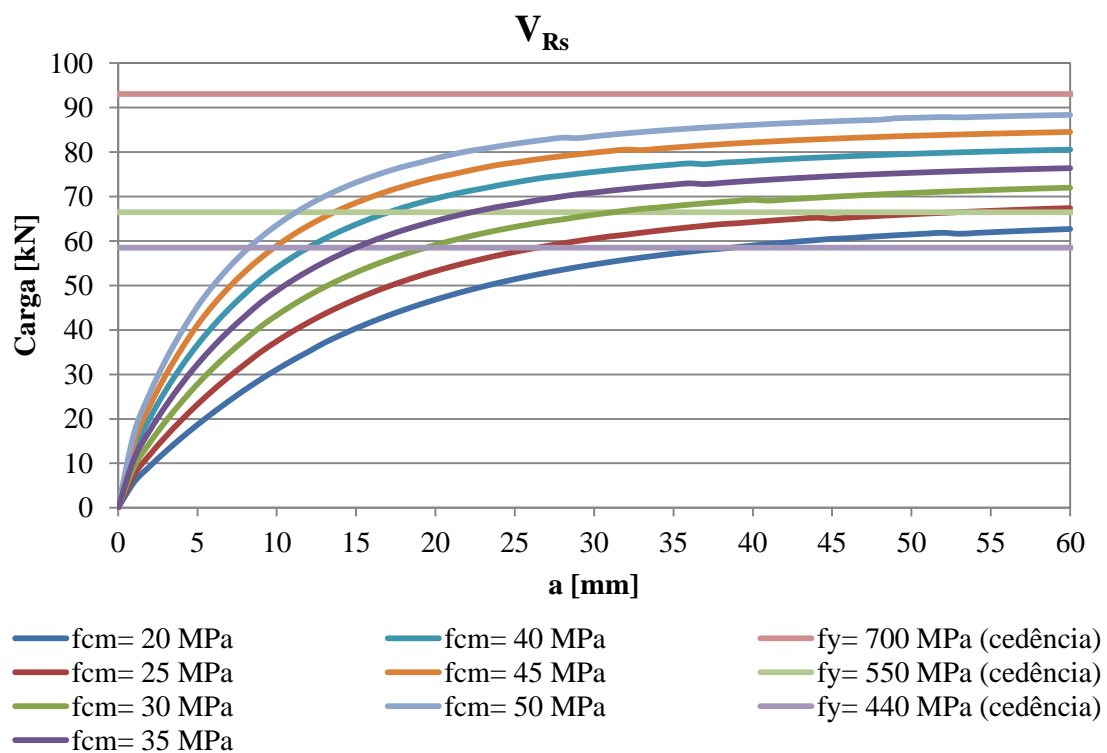


Figura A.113– Evolução do tamanho das cabeças de ancoragem relativamente à carga nas armaduras, do modelo MII com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$

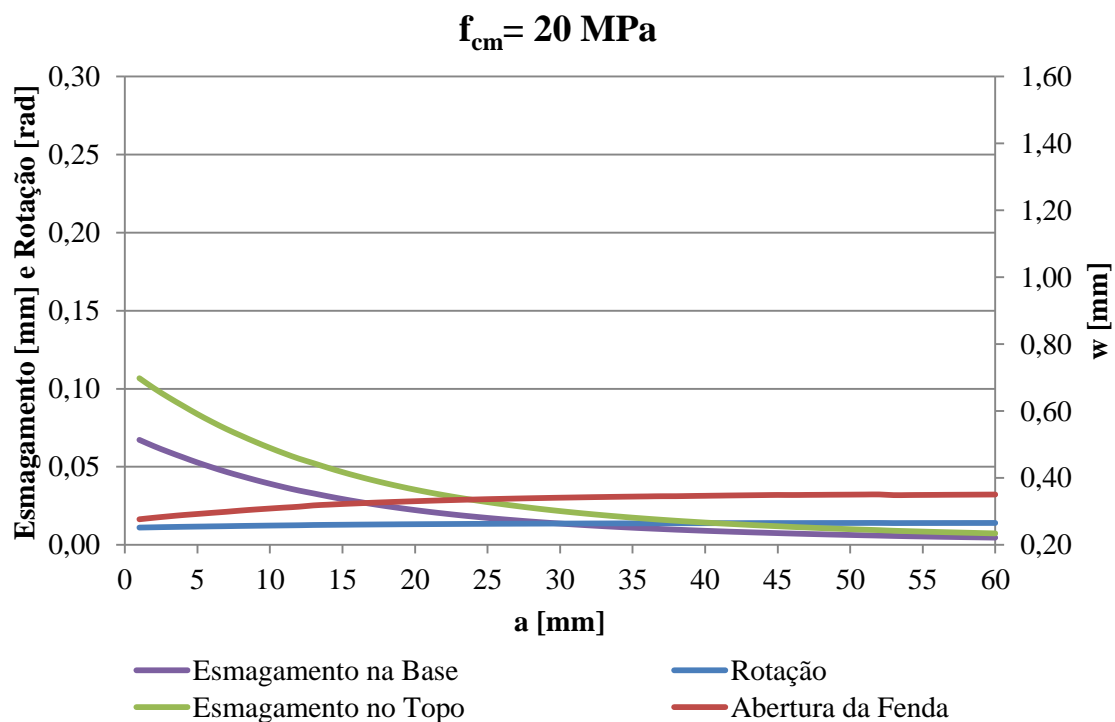


Figura A.114– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 20 \text{ MPa}$

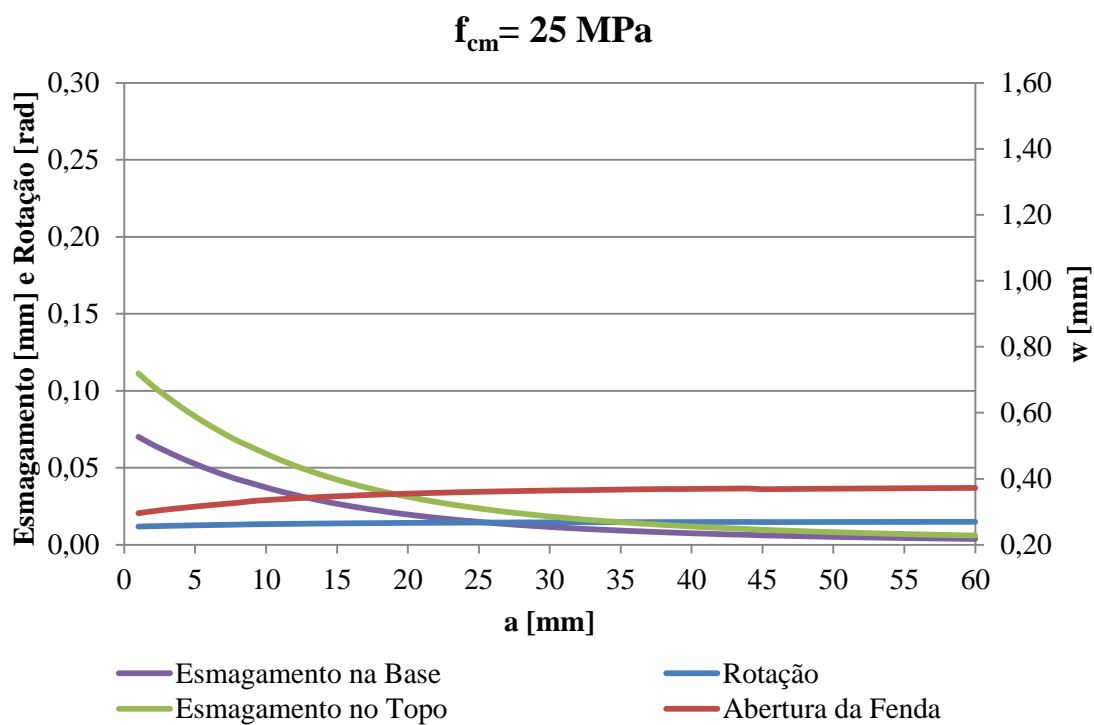


Figura A.115– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 25 \text{ MPa}$

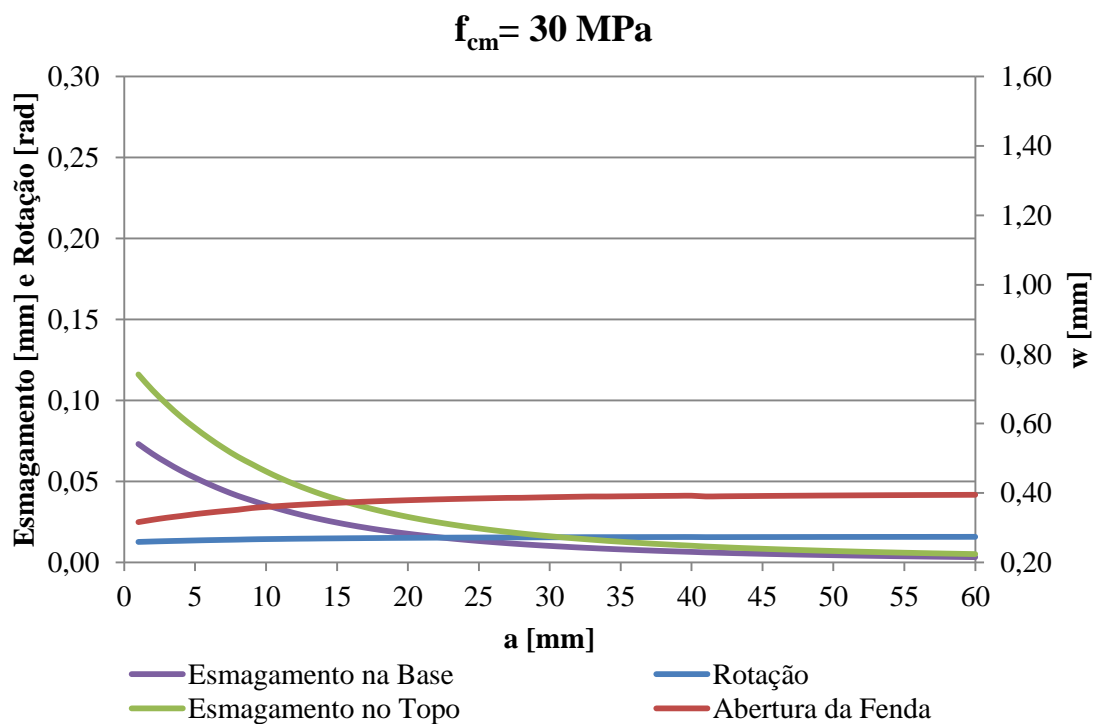


Figura A.116– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 30 \text{ MPa}$

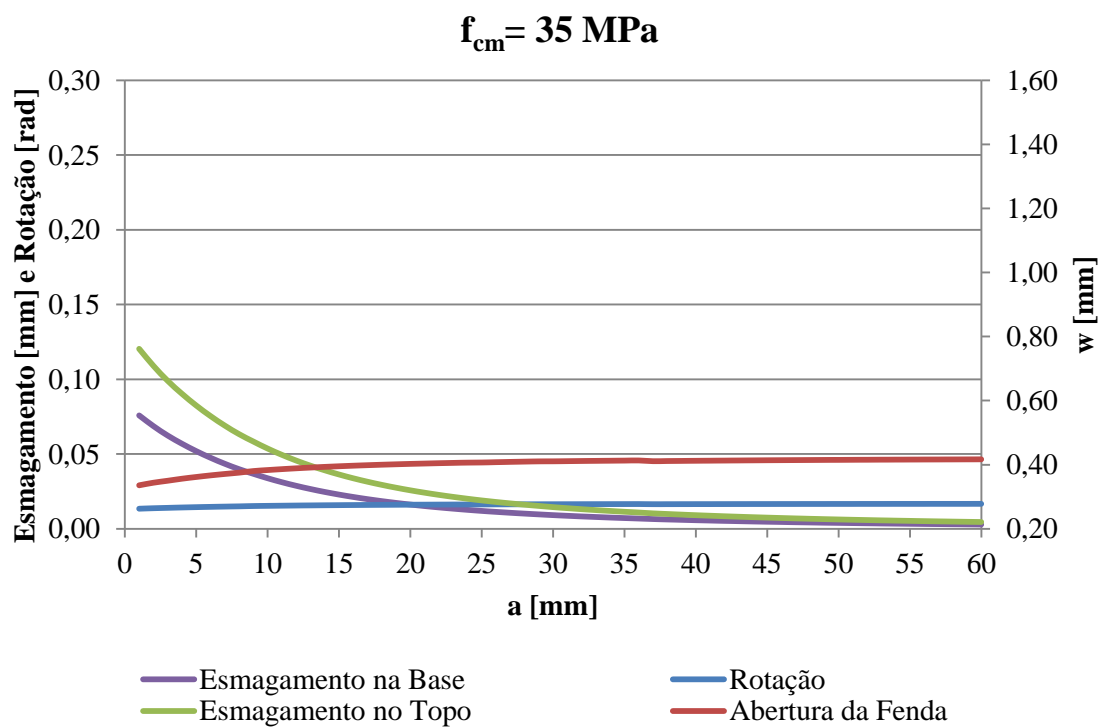


Figura A.117– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 35 \text{ MPa}$

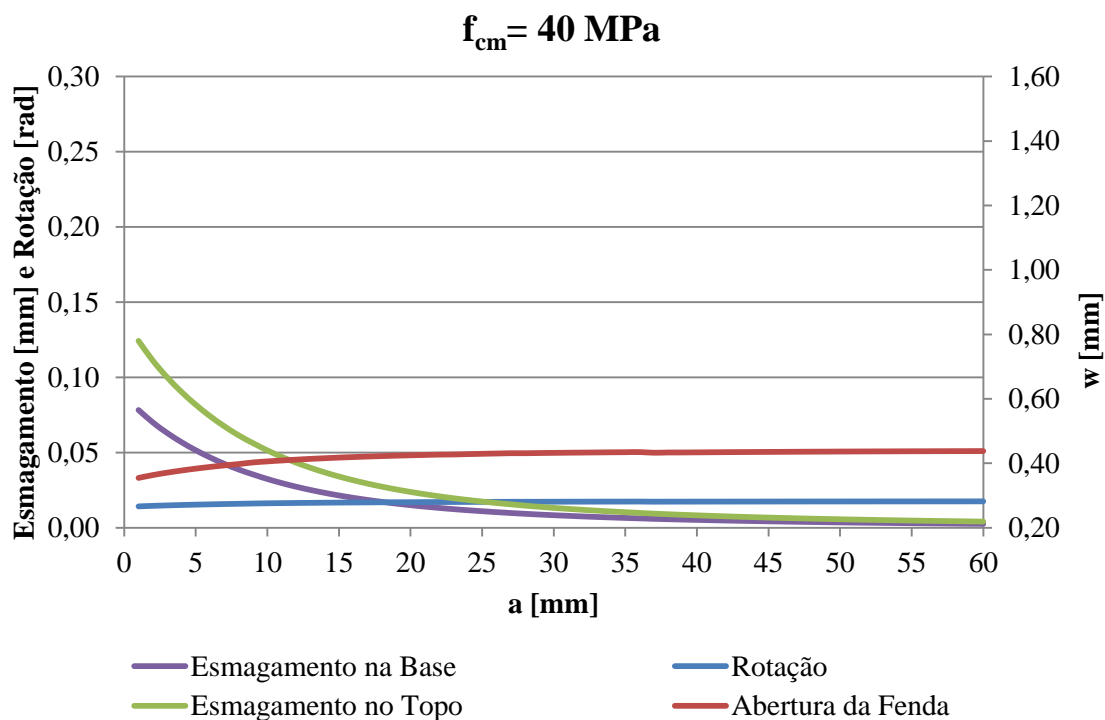


Figura A.118– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 40 \text{ MPa}$

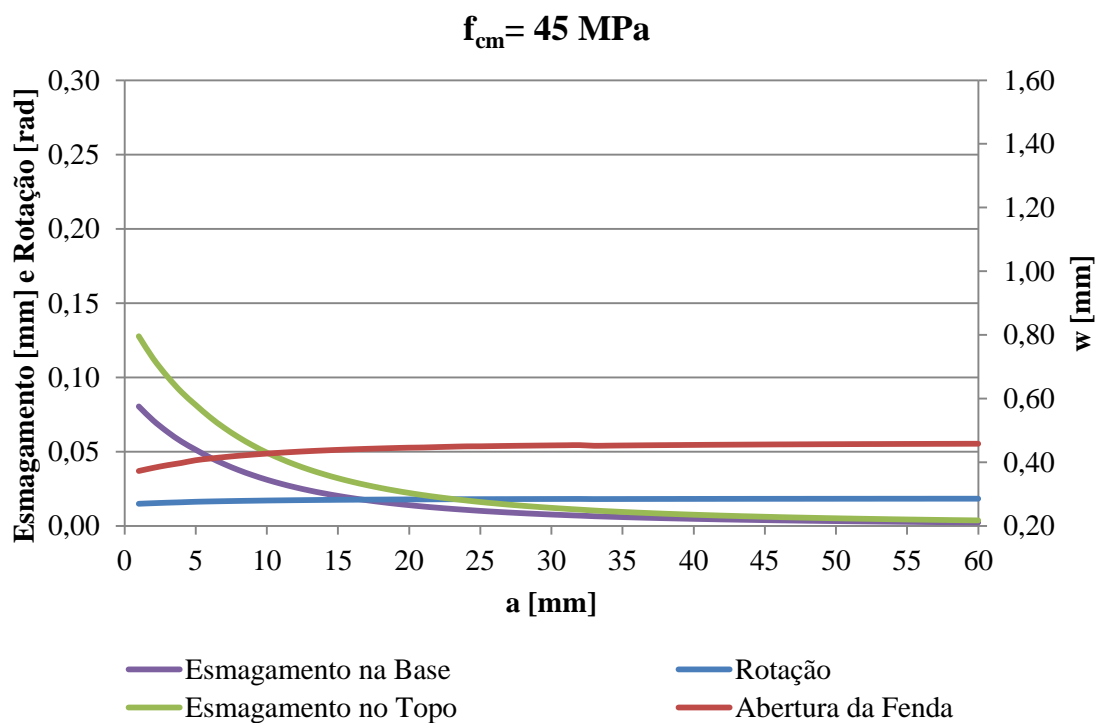


Figura A.119– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 45 \text{ MPa}$

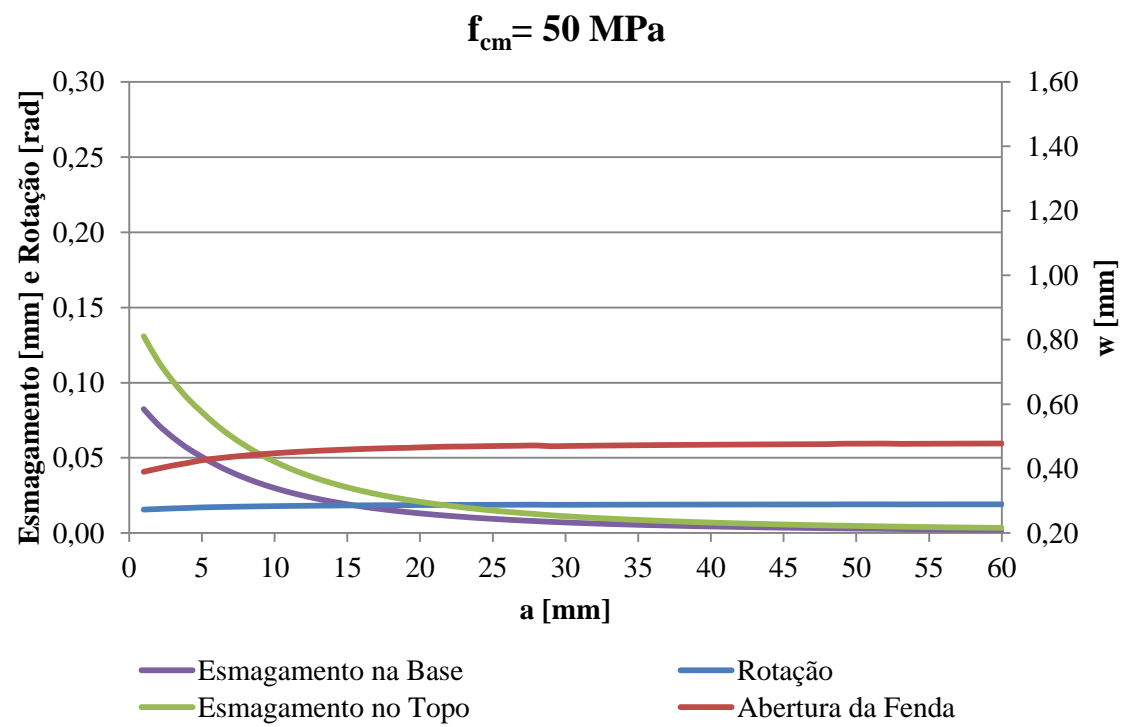


Figura A.120– Evolução do tamanho da cabeça da ancoragem relativamente à rotação, esmagamento no base e no topo, e abertura de fenda, do modelo MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$, $\rho = 1,50 \%$ e $f_{cm} = 50 \text{ MPa}$

B) Comparação da capacidade de carga dos modelos de laje – Armadura longitudinal de flexão

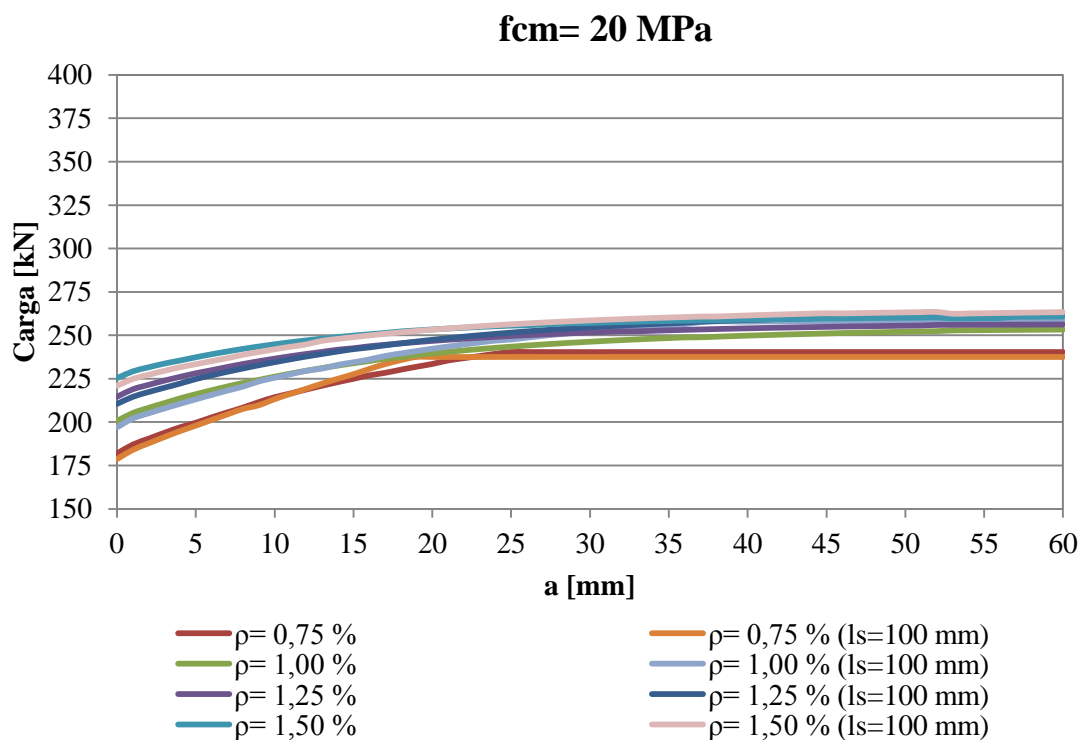


Figura B.1– Síntese dos resultados da capacidade de carga segundo a evolução do tamanho da cabeça de ancoragem o modelo MI1 com $f_{cm} = 20 \text{ MPa}$

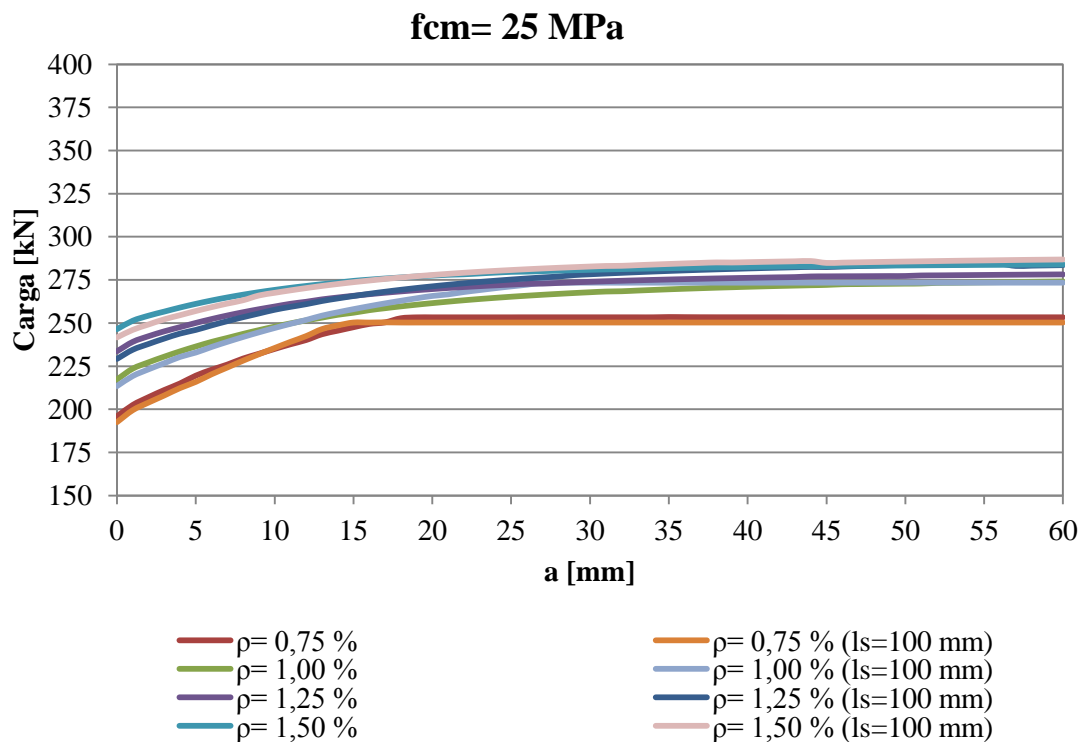


Figura B.2– Síntese dos resultados da capacidade de carga segundo a evolução do tamanho da cabeça de ancoragem o modelo MI1 com $f_{cm} = 25 \text{ MPa}$

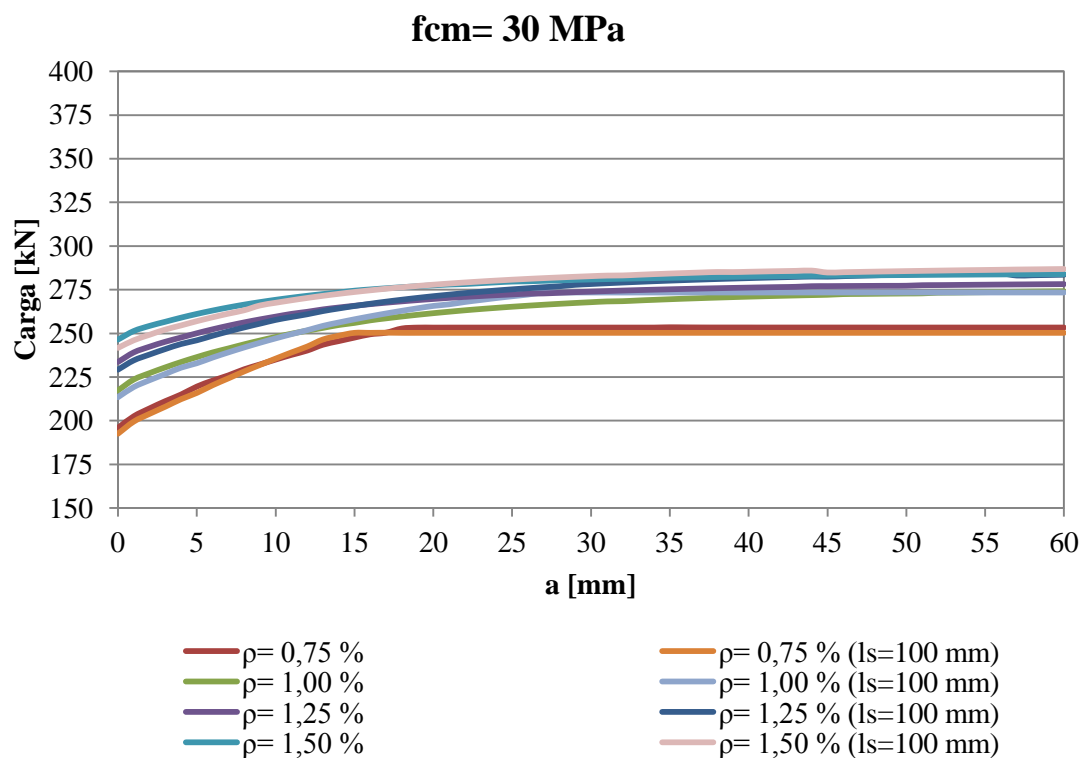


Figura B.3— Síntese dos resultados da capacidade de carga segundo a evolução do tamanho da cabeça de ancoragem o modelo MI1 com $f_{cm} = 30 \text{ MPa}$

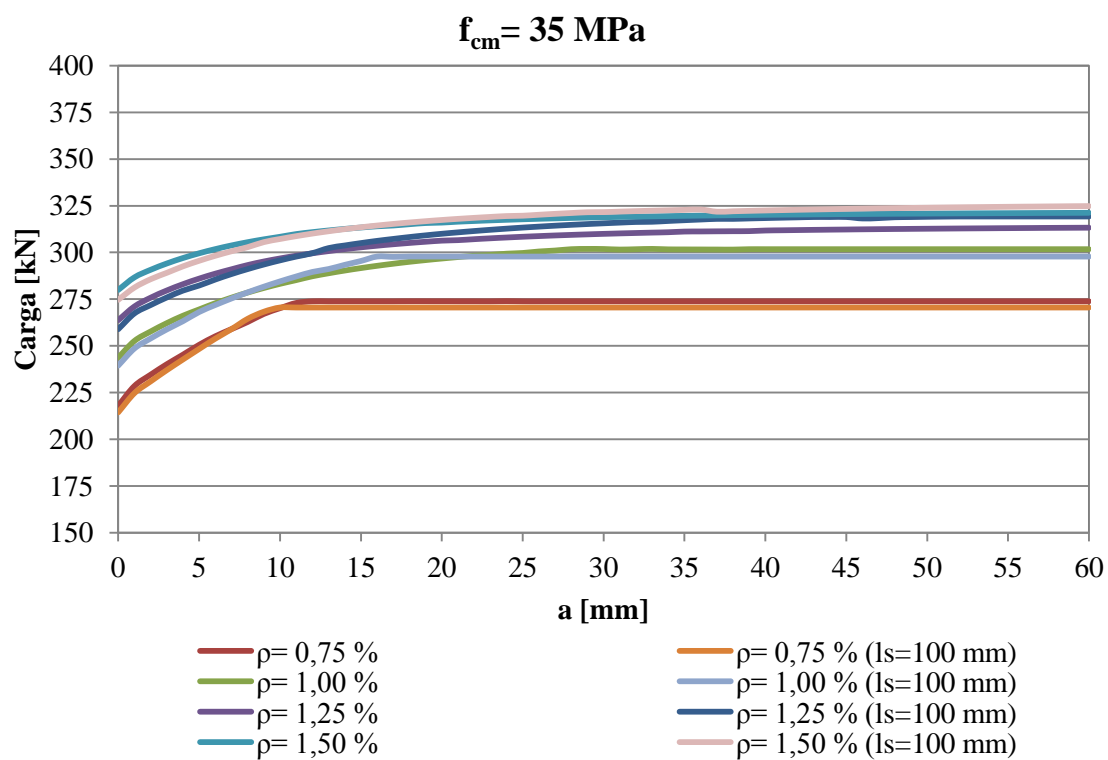


Figura B.4— Síntese dos resultados da capacidade de carga segundo a evolução do tamanho da cabeça de ancoragem o modelo MI1 com $f_{cm} = 35 \text{ MPa}$

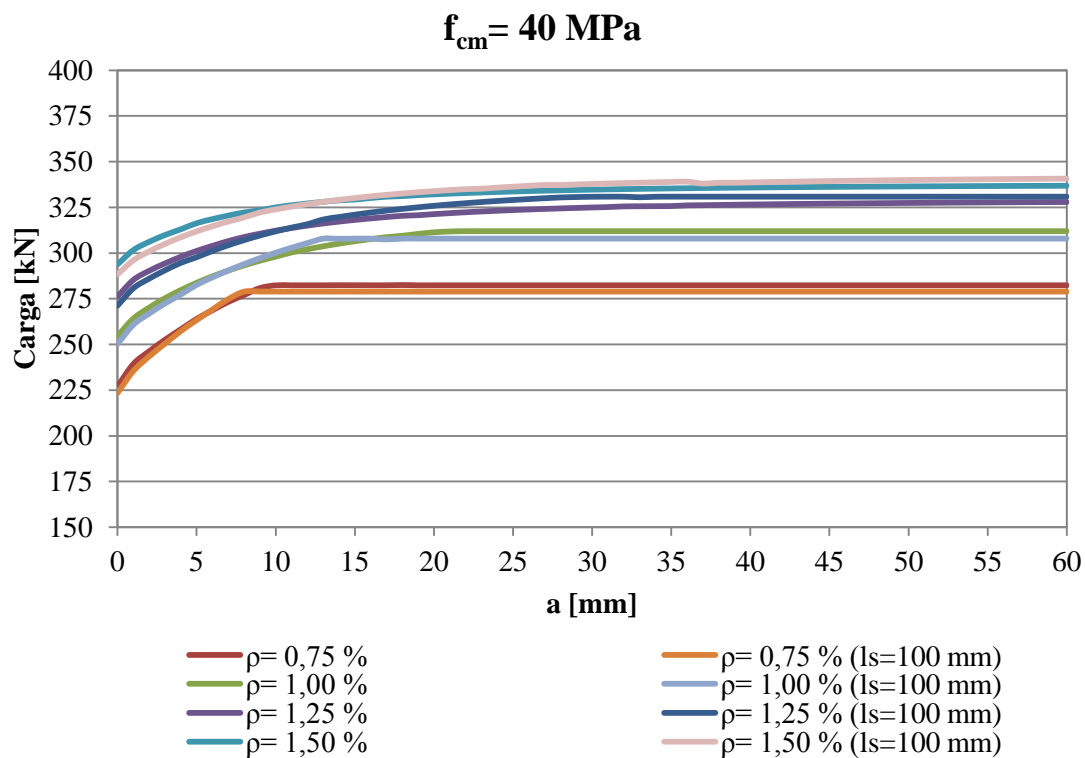


Figura B.5– Síntese dos resultados da capacidade de carga segundo a evolução do tamanho da cabeça de ancoragem para o modelo MI1 com $f_{cm} = 40 \text{ MPa}$

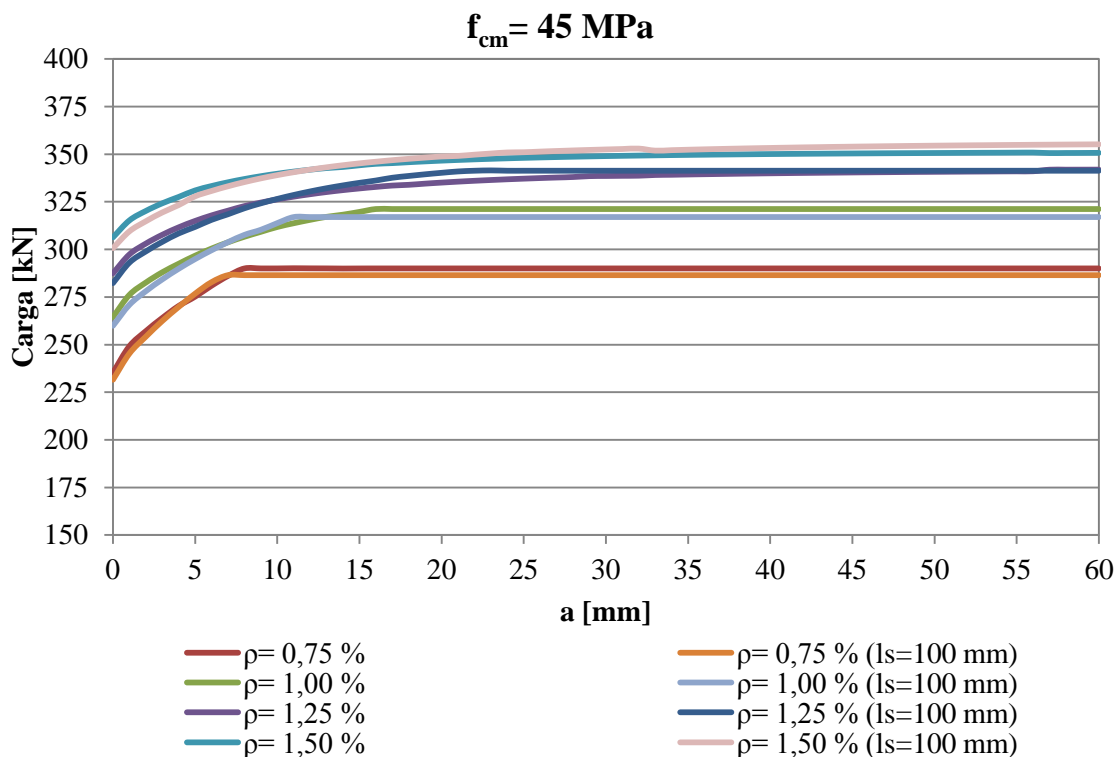


Figura B.6– Síntese dos resultados da capacidade de carga segundo a evolução do tamanho da cabeça de ancoragem o modelo MI1 com $f_{cm} = 45 \text{ MPa}$

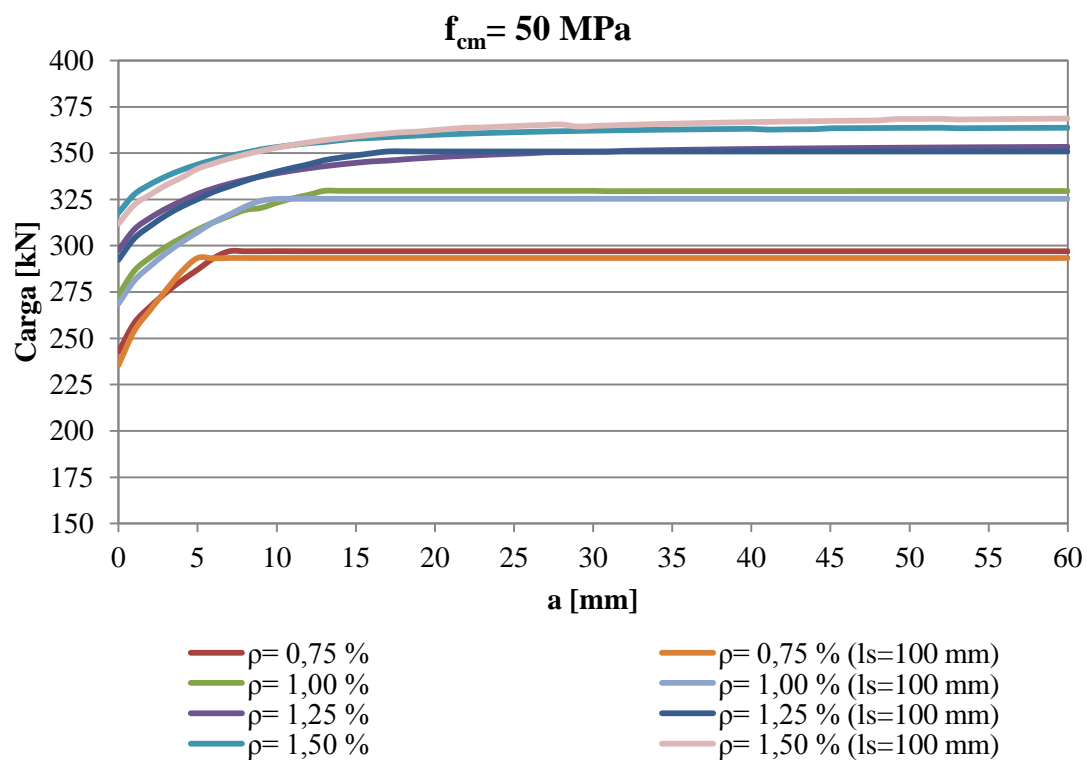


Figura B.7– Síntese dos resultados da capacidade de carga segundo a evolução do tamanho da cabeça de ancoragem para o modelo MI1 com $f_{cm} = 50 \text{ MPa}$

C) Relação da capacidade de carga dos modelos de laje – Comprimento do varão roscados da ancoragem

C.1) $\rho = 0,75 \%$

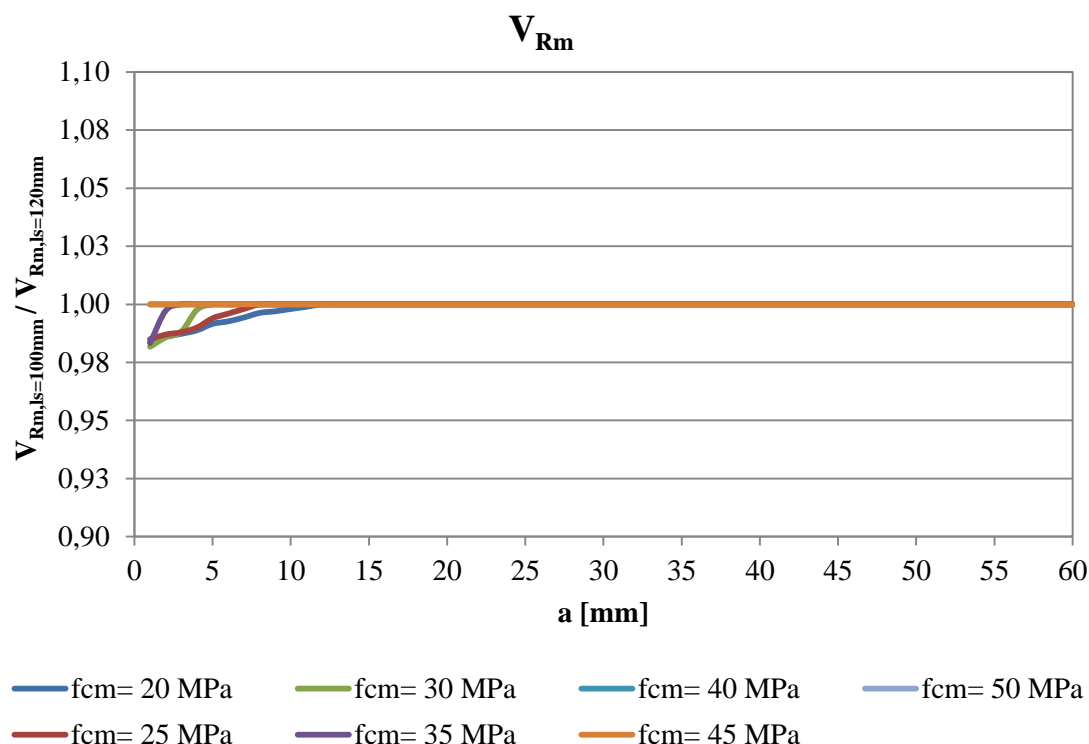


Figura C.1— Relação da capacidade de carga com $l_s = 100$ mm e $l_s = 120$ mm de acordo com evolução do tamanho da cabeça de ancoragem para o modelo MI1 com $\rho = 0,75 \%$

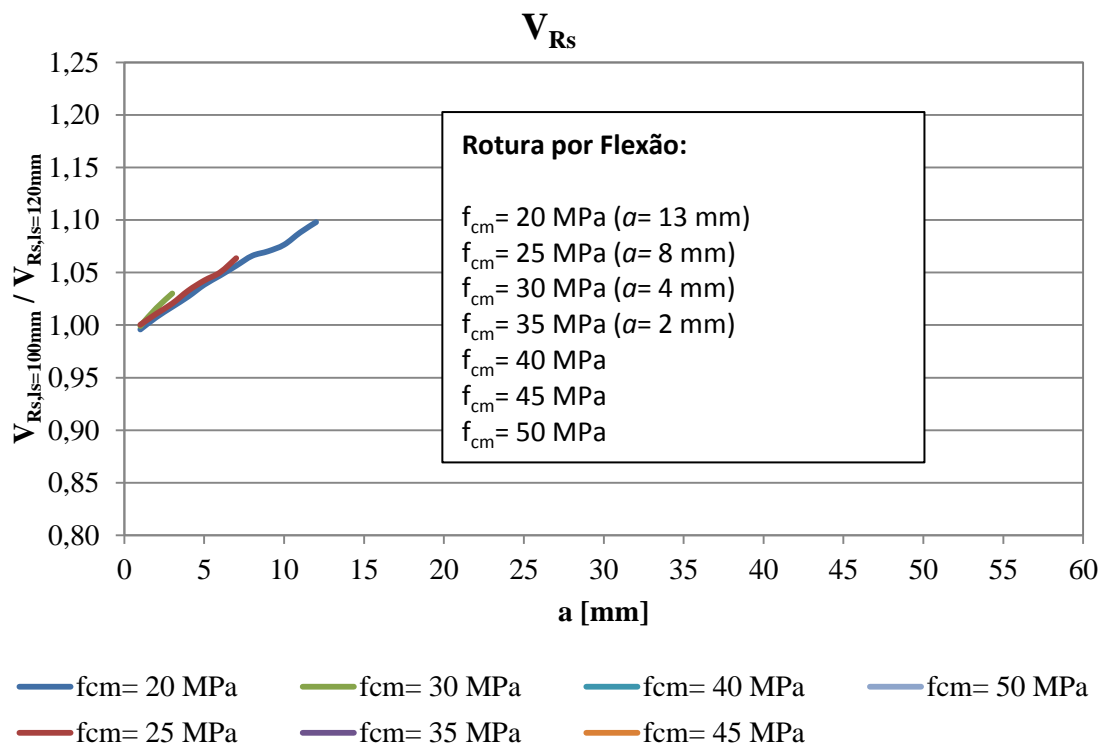


Figura C.2— Relação da carga nos varões de reforço com $l_s = 100$ mm e $l_s = 120$ mm de acordo com evolução do tamanho da cabeça de ancoragem para o modelo MI1 com $\rho = 0,75 \%$

C.2) $\rho = 1,0 \%$

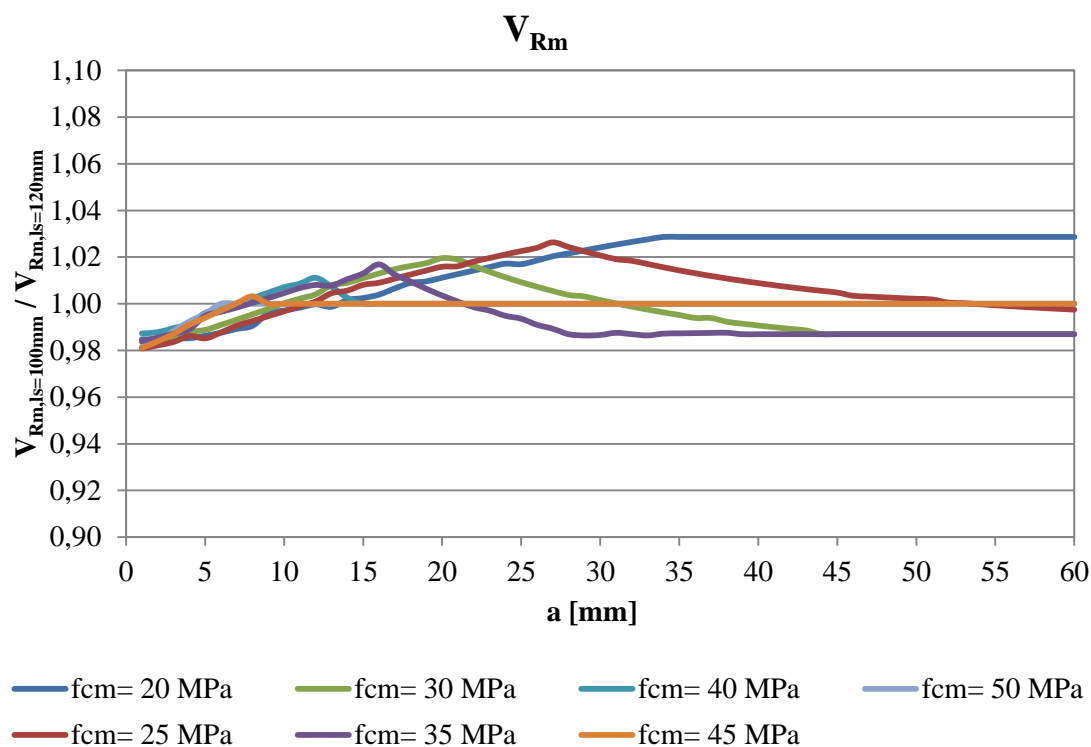


Figura C.3— Relação da capacidade de carga com $l_s = 100 \text{ mm}$ e $l_s = 120 \text{ mm}$ de acordo com evolução do tamanho da cabeça de ancoragem para o modelo MI1 com $\rho = 1,00 \%$

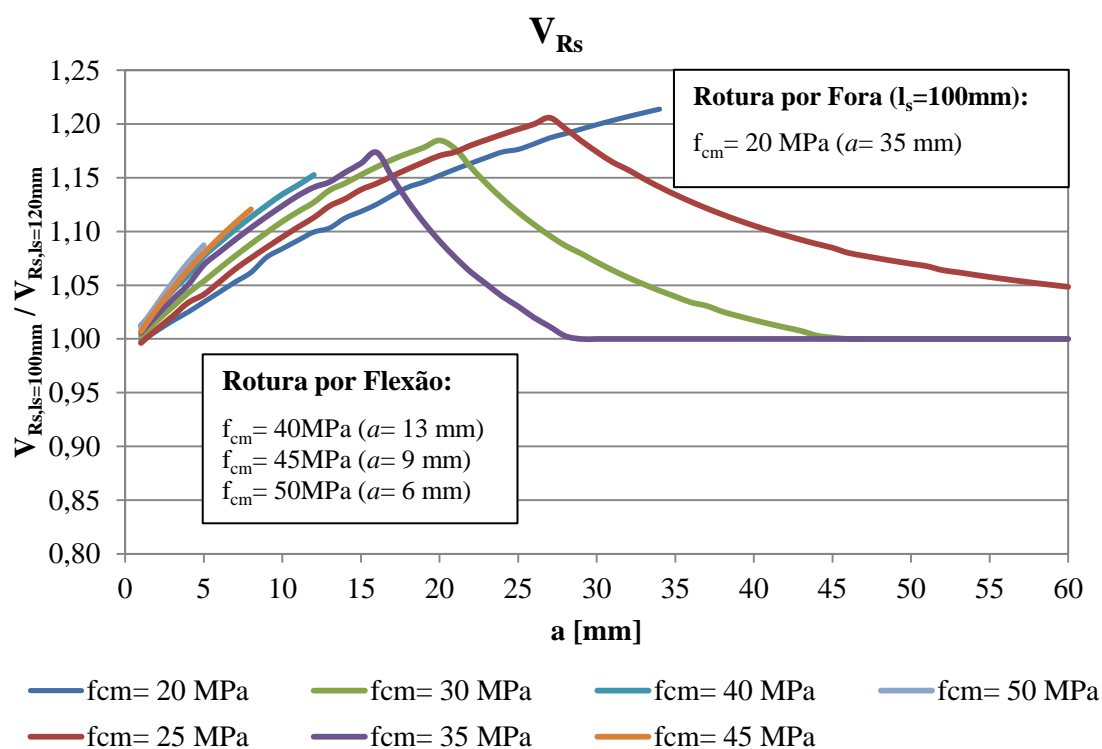


Figura C. 4— Relação da carga nos varões de reforço com $l_s = 100 \text{ mm}$ e $l_s = 120 \text{ mm}$ de acordo com evolução do tamanho da cabeça de ancoragem para o modelo MI1 com $\rho = 1,00 \%$

C.3) $\rho = 1,25 \%$

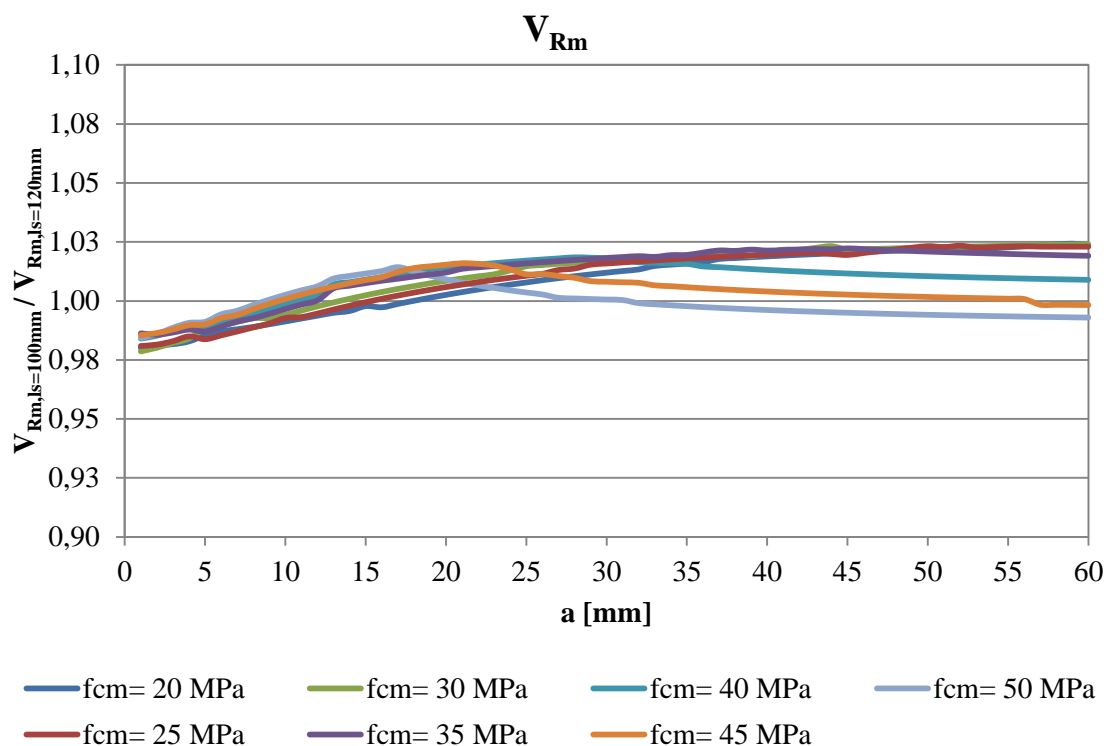


Figura C.5– Relação da capacidade de carga com $l_s = 100 \text{ mm}$ e $l_s = 120 \text{ mm}$ de acordo com evolução do tamanho da cabeça de ancoragem para o modelo MI1 com $\rho = 1,25 \%$

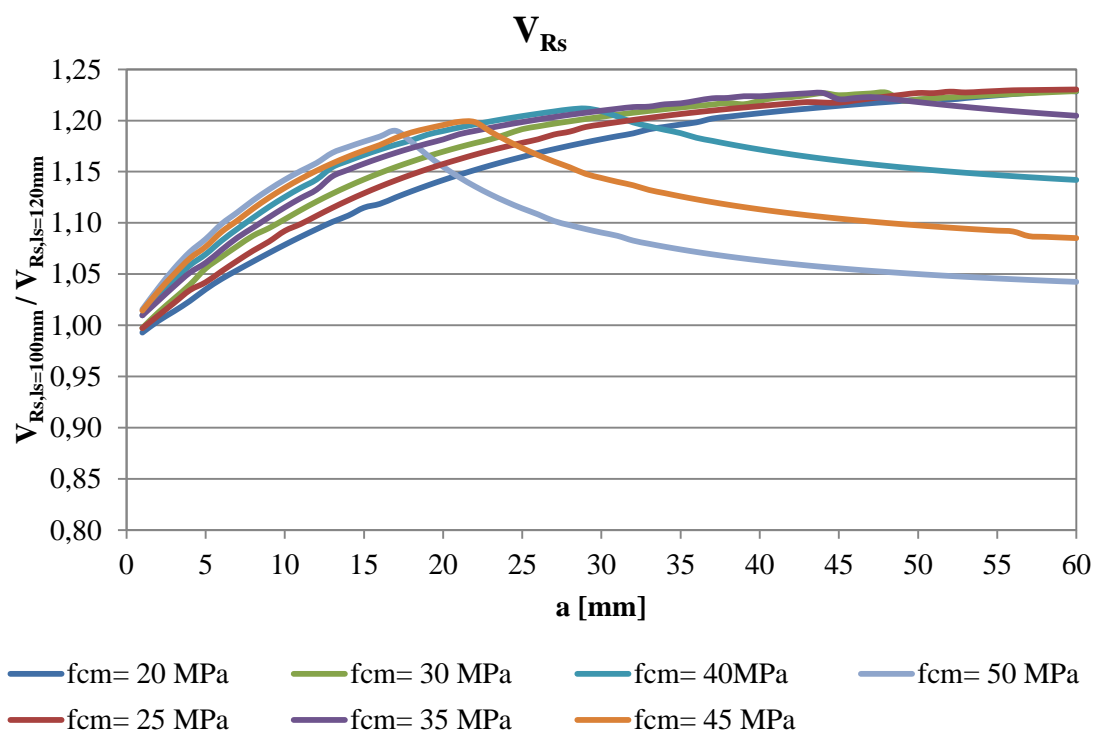


Figura C.6– Relação da carga nos varões de reforço com $l_s = 100 \text{ mm}$ e $l_s = 120 \text{ mm}$ de acordo com evolução do tamanho da cabeça de ancoragem para o modelo MI1 com $\rho = 1,25 \%$

C.4) $\rho = 1,50 \%$

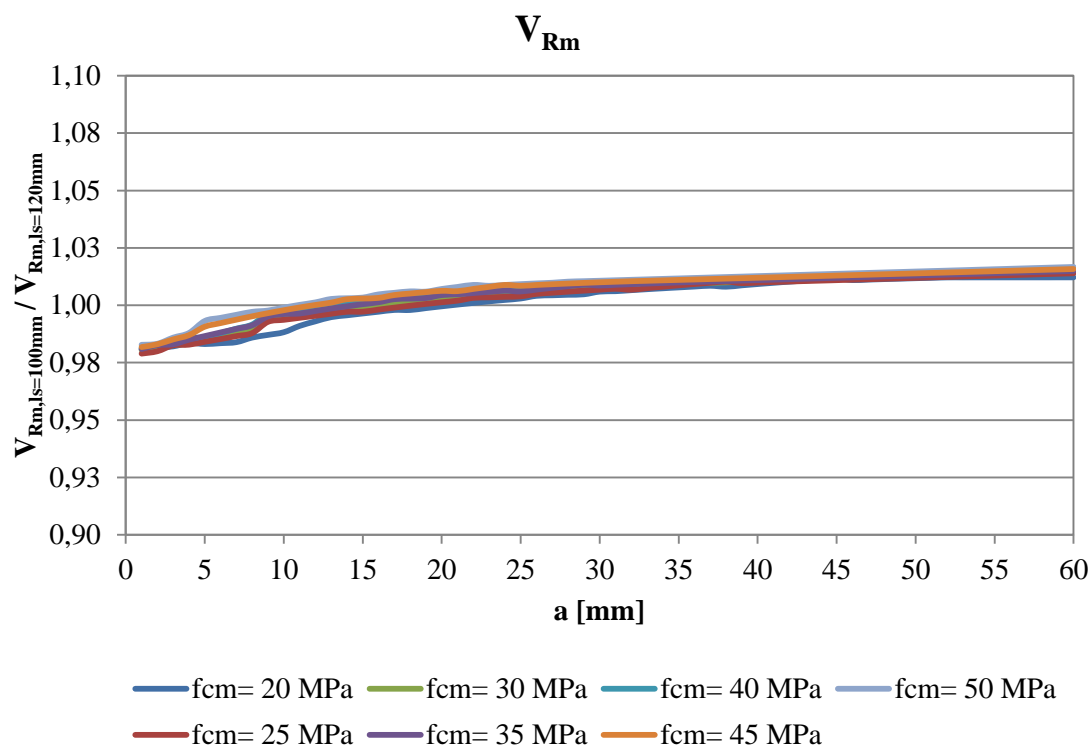


Figura C. 7 - Relação da capacidade de carga com $l_s = 100$ mm e $l_s = 120$ mm de acordo com evolução do tamanho da cabeça de ancoragem para o modelo MI1 com $\rho = 1,50 \%$

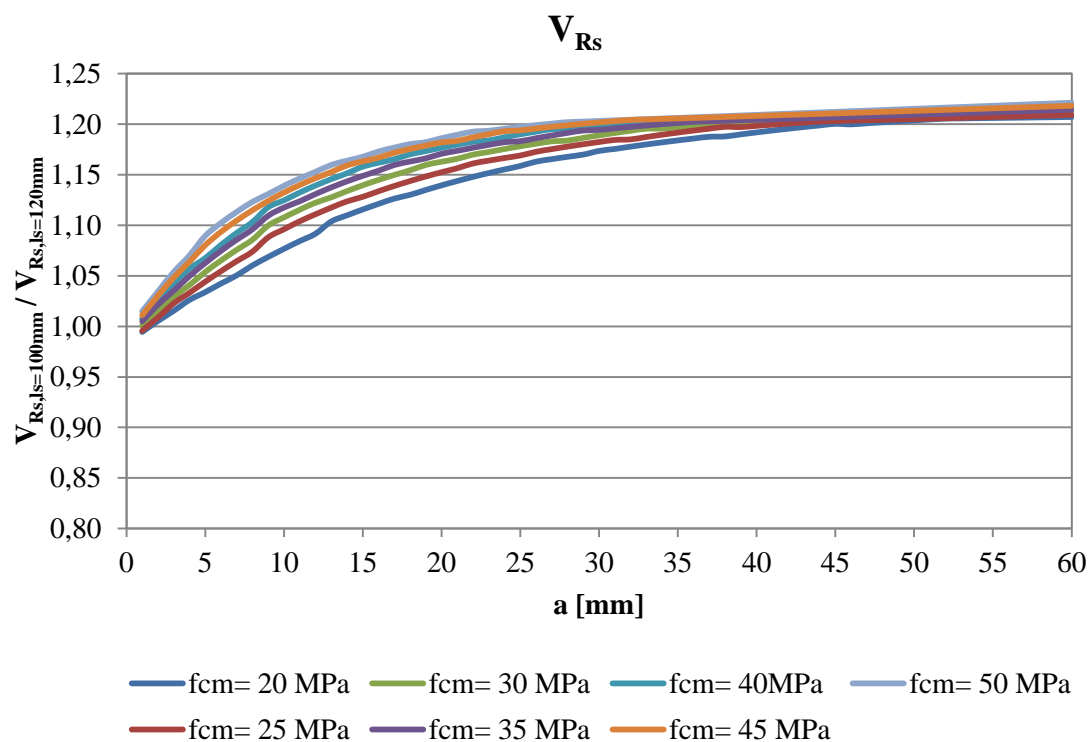


Figura C. 8 - Relação da carga nos varões de reforço com $l_s = 100$ mm e $l_s = 120$ mm de acordo com evolução do tamanho da cabeça de ancoragem para o modelo MI1 com $\rho = 1,50 \%$

D) Relação da capacidade de carga dos modelos de laje – EC e CSCT

D.1) $l_s = 120 \text{ mm}$

D.1.1) $\rho = 0,75\%$

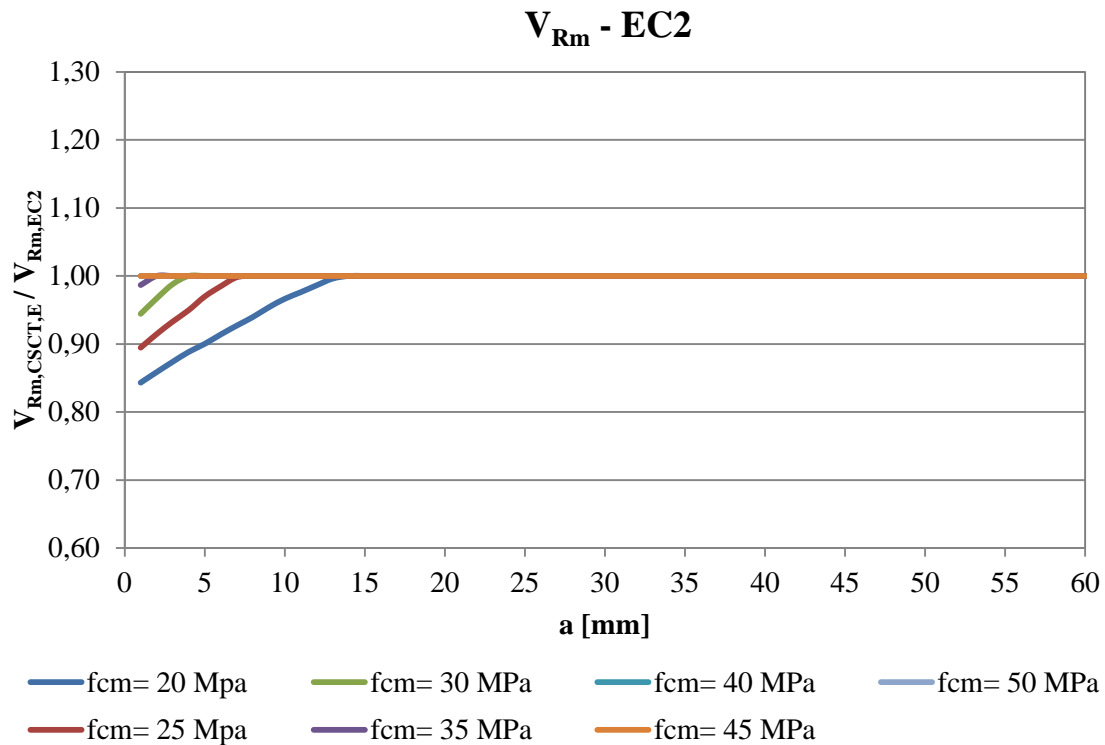


Figura D.1– Relação da capacidade de carga do modelo físico CSCT_E com o EC2 para modelo de laje MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$ e $\rho = 0,75 \%$

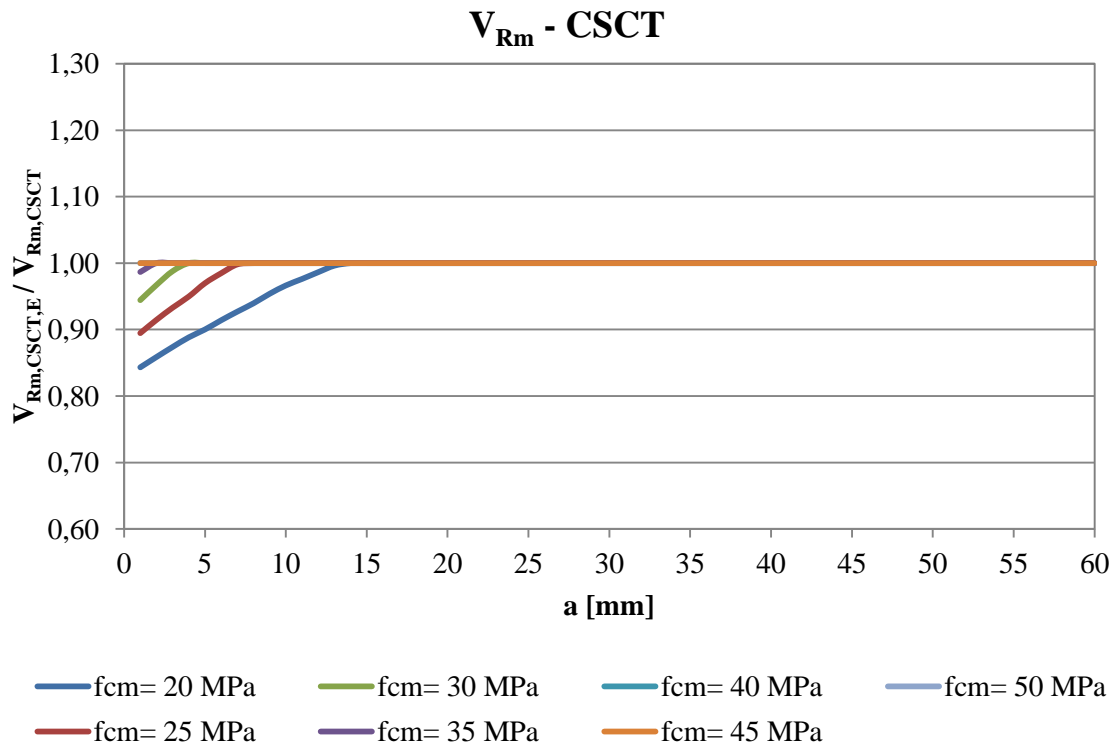


Figura D.2– Relação da capacidade de carga do modelo físico CSCT_E com o CSCT para modelo de laje MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$ e $\rho = 0,75 \%$

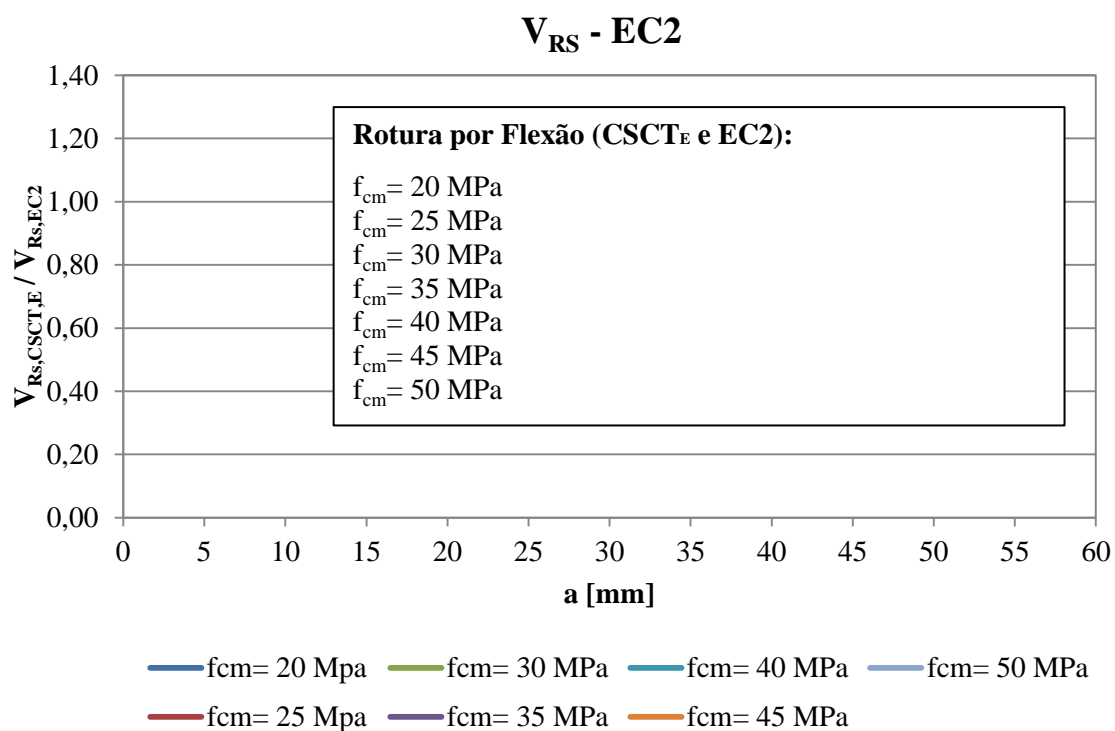


Figura D. 3 - Relação da carga nos varões de reforço do modelo físico $CSCT_E$ com o $EC2$ para modelo de laje MII com $l_s = 120$ mm e $\rho = 0,75$ %

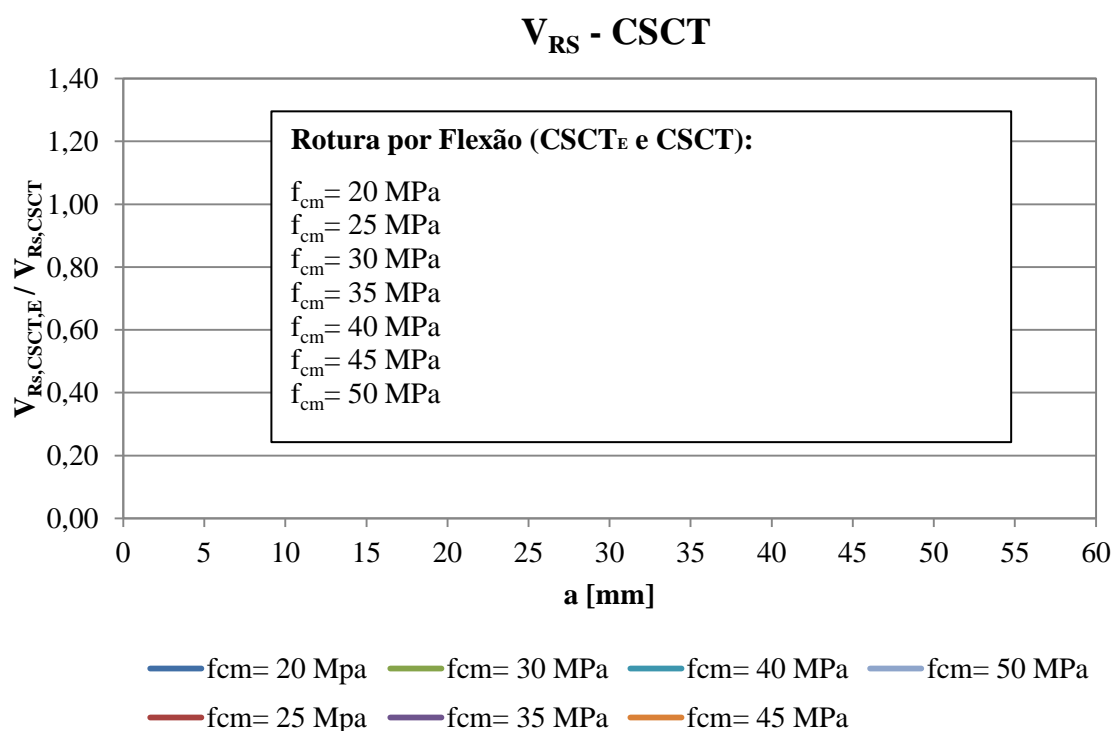


Figura D. 4 - Relação da carga nos varões de reforço do modelo físico $CSCT_E$ com o $CSCT$ para modelo de laje MII com $l_s = 120$ mm e $\rho = 0,75$ %

D.1.2) $\rho = 1,0 \%$

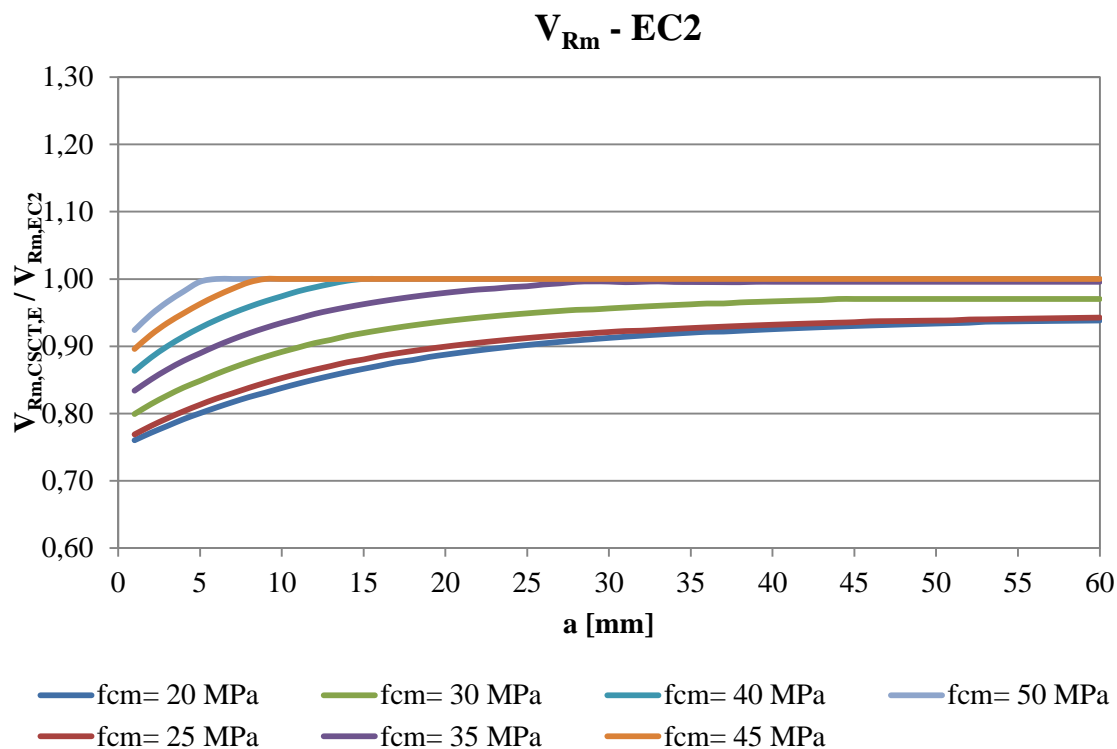


Figura D.5– Relação da capacidade de carga do modelo físico CSCT_E com o EC2 para modelo de laje MI1 com $l_s = 120$ mm e $\rho = 1,00 \%$

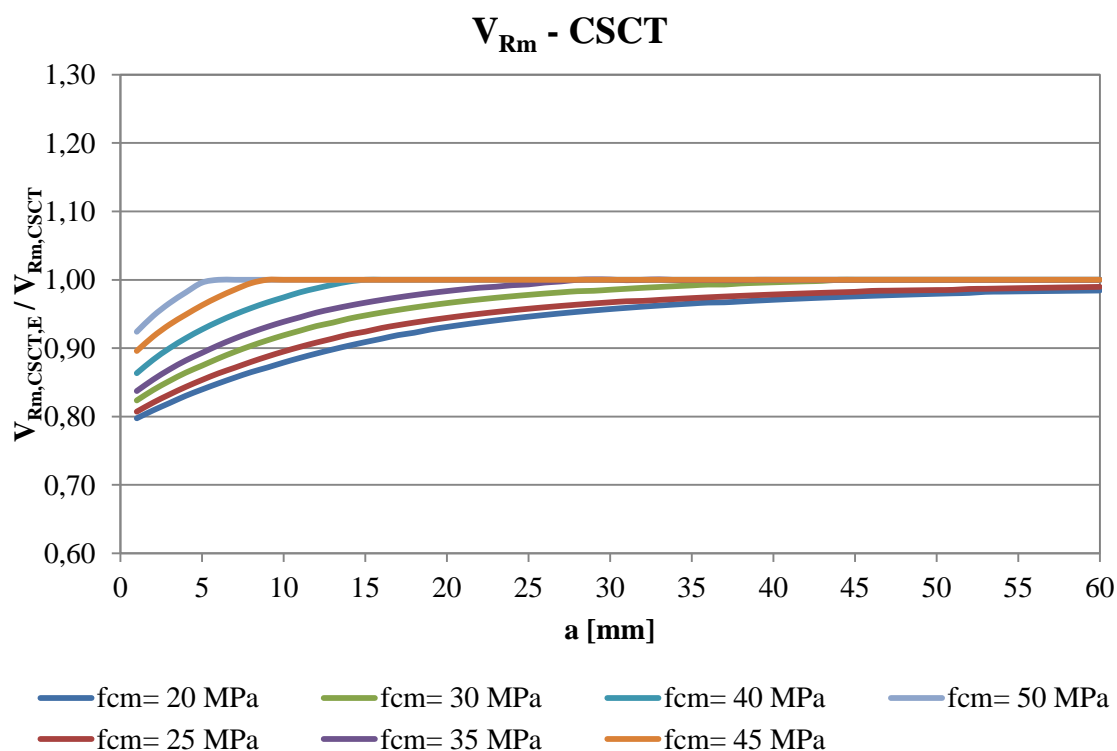


Figura D.6– Relação da capacidade de carga do modelo físico CSCT_E com o CSCT para modelo de laje MI1 com $l_s = 120$ mm e $\rho = 1,00 \%$

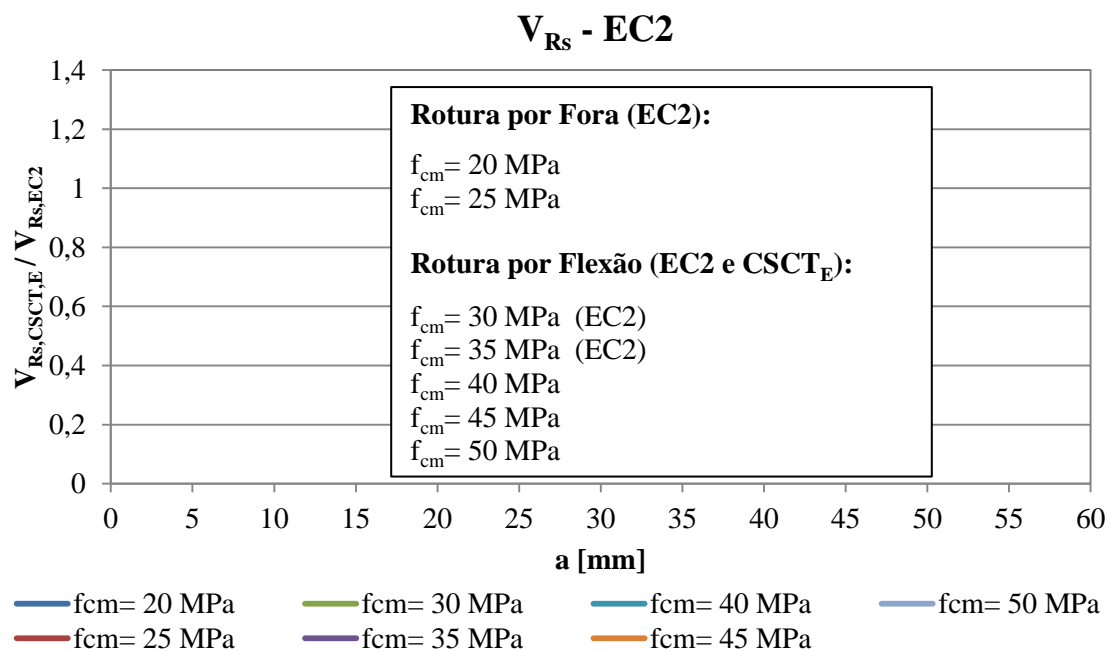


Figura D.7– Relação da carga nos varões de reforço do modelo físico CSCT_E com o EC2 para modelo de laje MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$ e $\rho = 1,00 \%$

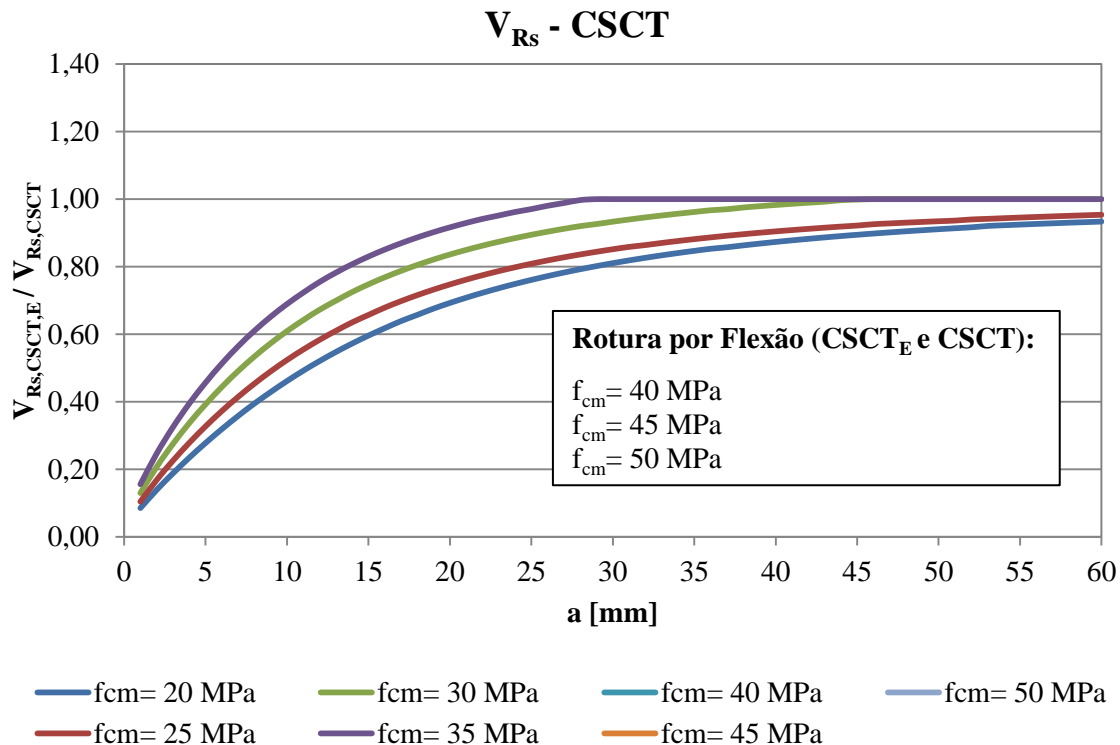


Figura D.8– Relação da carga nos varões de reforço do modelo físico CSCT_E com o CSCT para modelo de laje MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$ e $\rho = 1,00 \%$

D.1.3) $\rho = 1,25 \%$

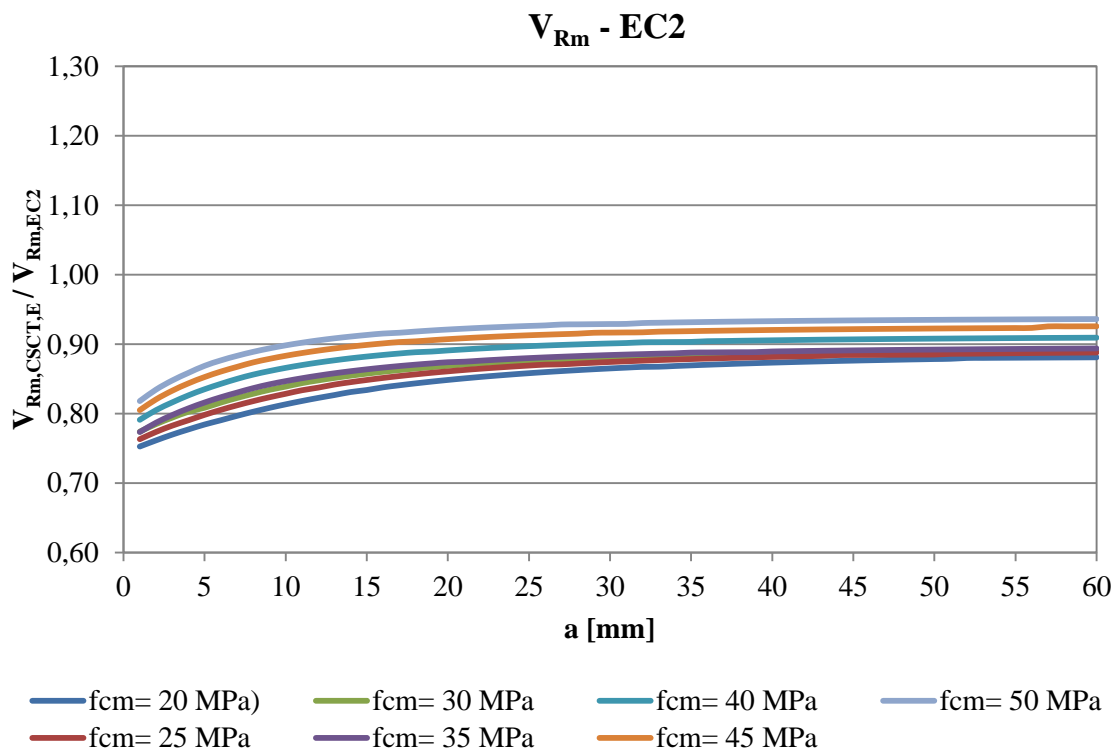


Figura D. 9– Relação da capacidade de carga do modelo físico $CSCT_E$ com o EC2 para modelo de laje MI1 com $l_s = 120$ mm e $\rho = 1,25 \%$

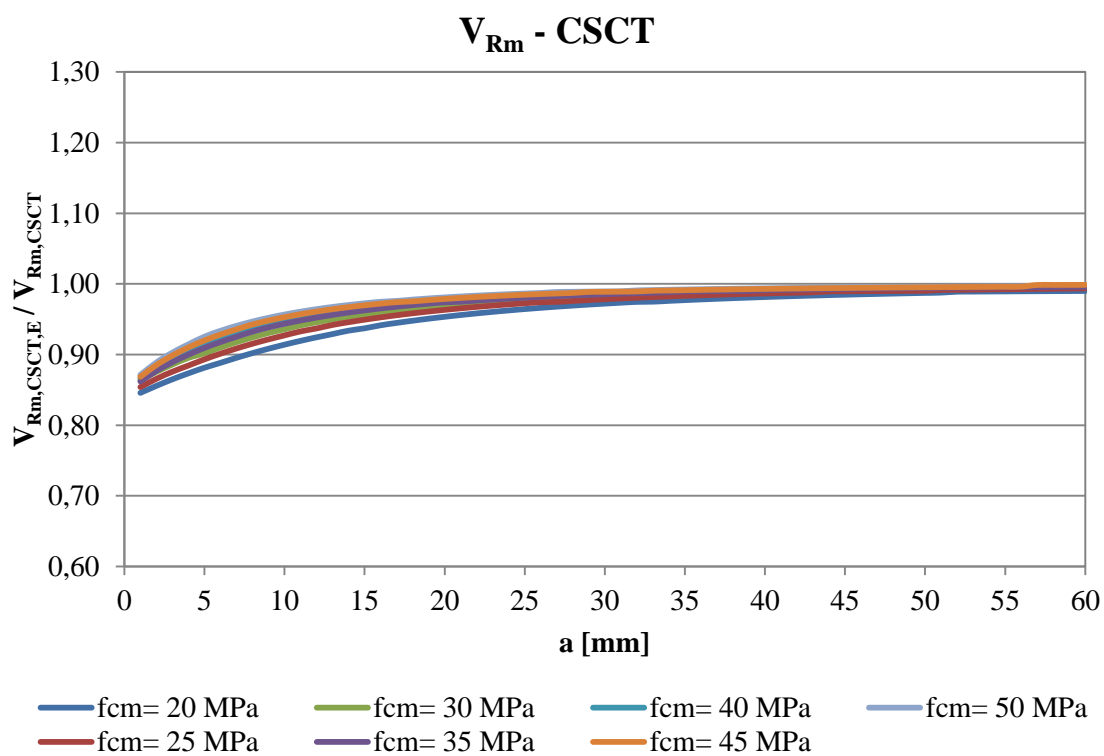


Figura D.10– Relação da capacidade de carga do modelo físico $CSCT_E$ com o CSCT para modelo de laje MI1 com $l_s = 120$ mm e $\rho = 1,25 \%$

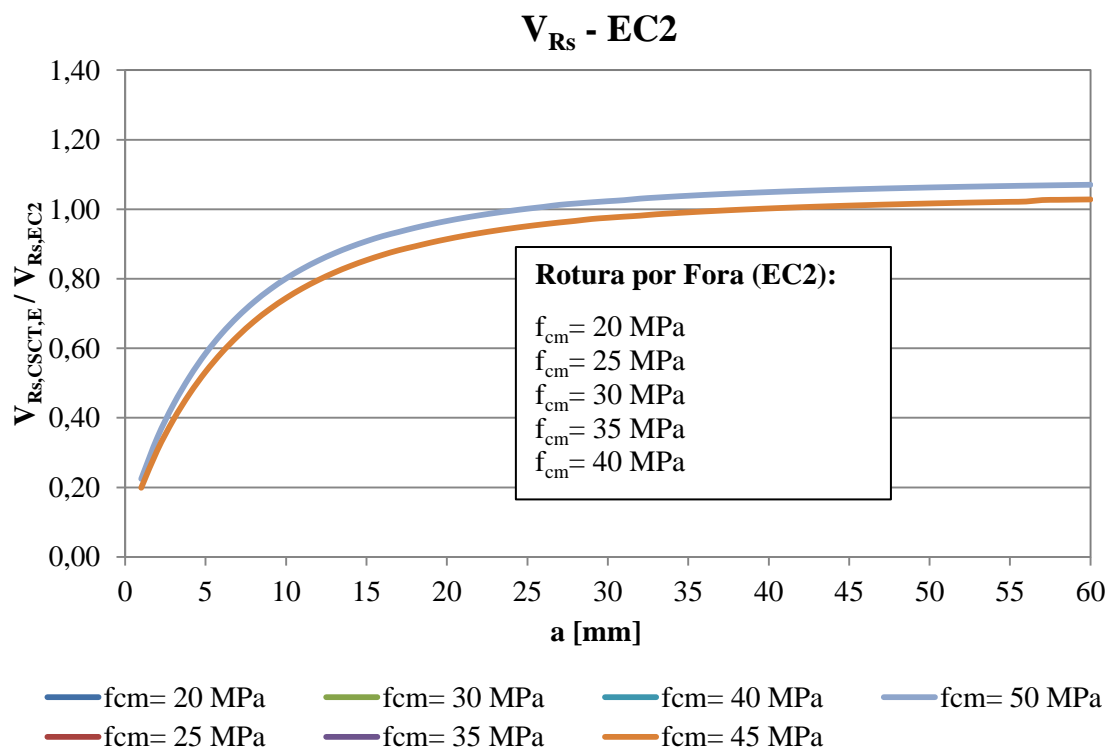


Figura D.11– Relação da carga nos varões de reforço do modelo físico CSCT_E com o EC2 para modelo de laje MII com $l_s = 120 \text{ mm}$ e $\rho = 1,25 \%$

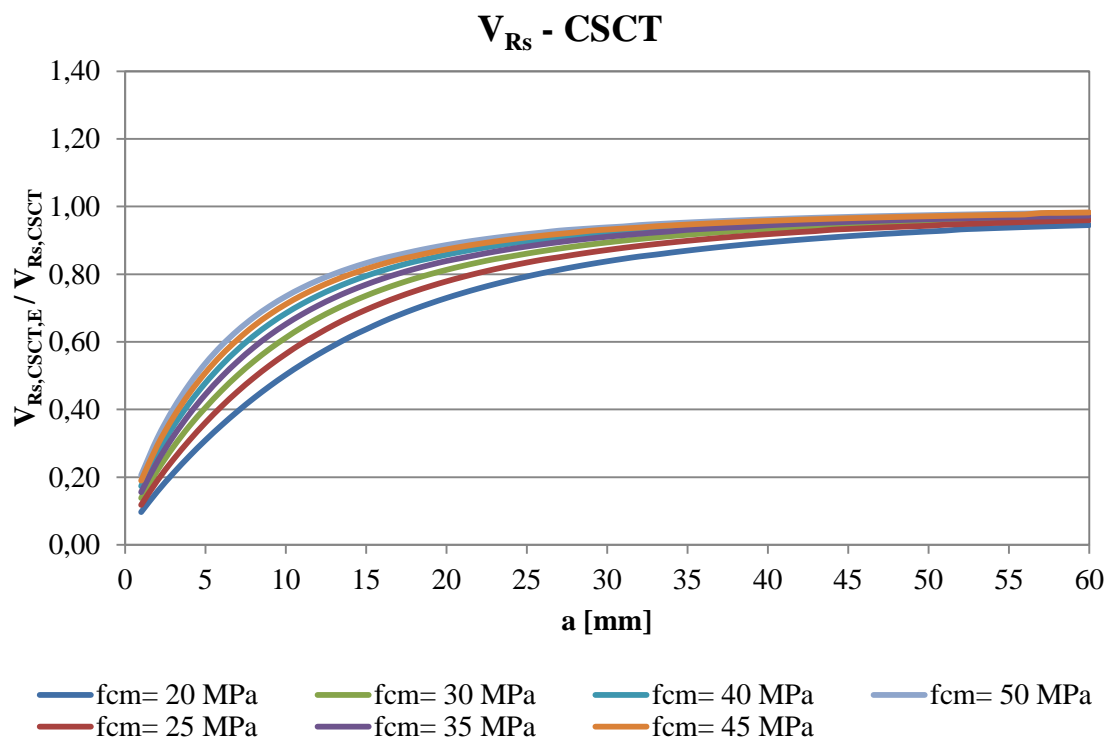


Figura D.12– Relação da carga nos varões de reforço do modelo físico CSCT_E com o CSCT para modelo de laje MII com $l_s = 120 \text{ mm}$ e $\rho = 1,25 \%$

D.1.4) $\rho = 1,50 \%$

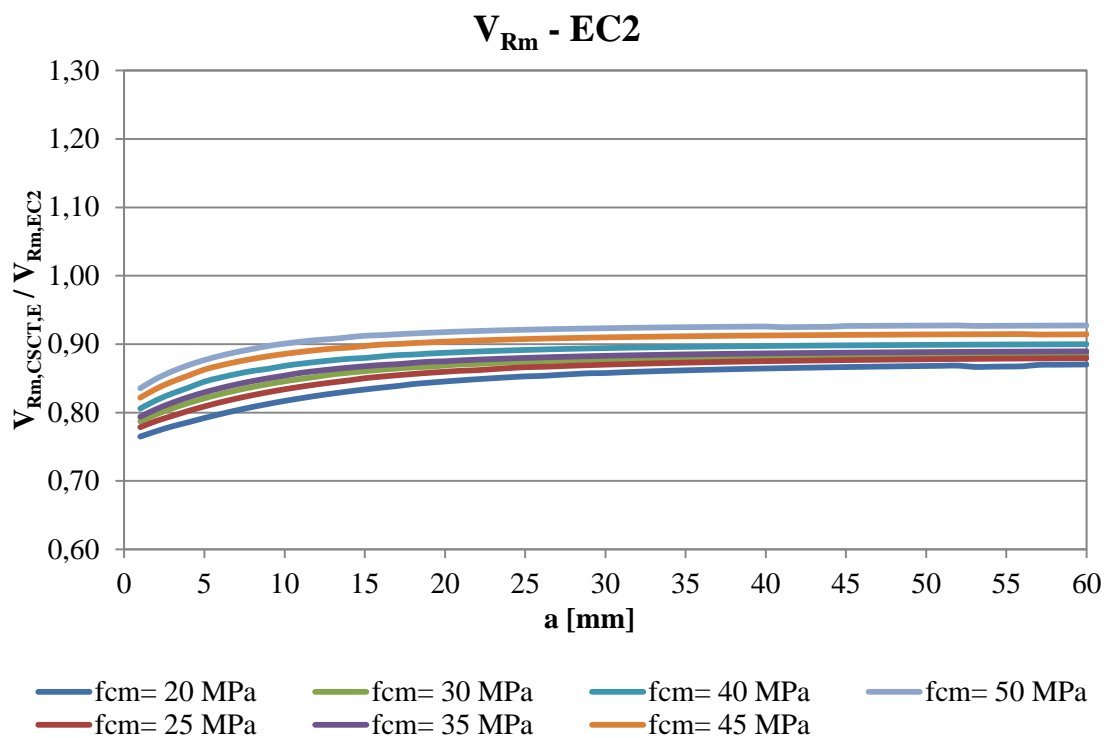


Figura D.13– Relação da capacidade de carga do modelo físico $CSCT_E$ com o EC2 para modelo de laje MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$ e $\rho = 1,50 \%$

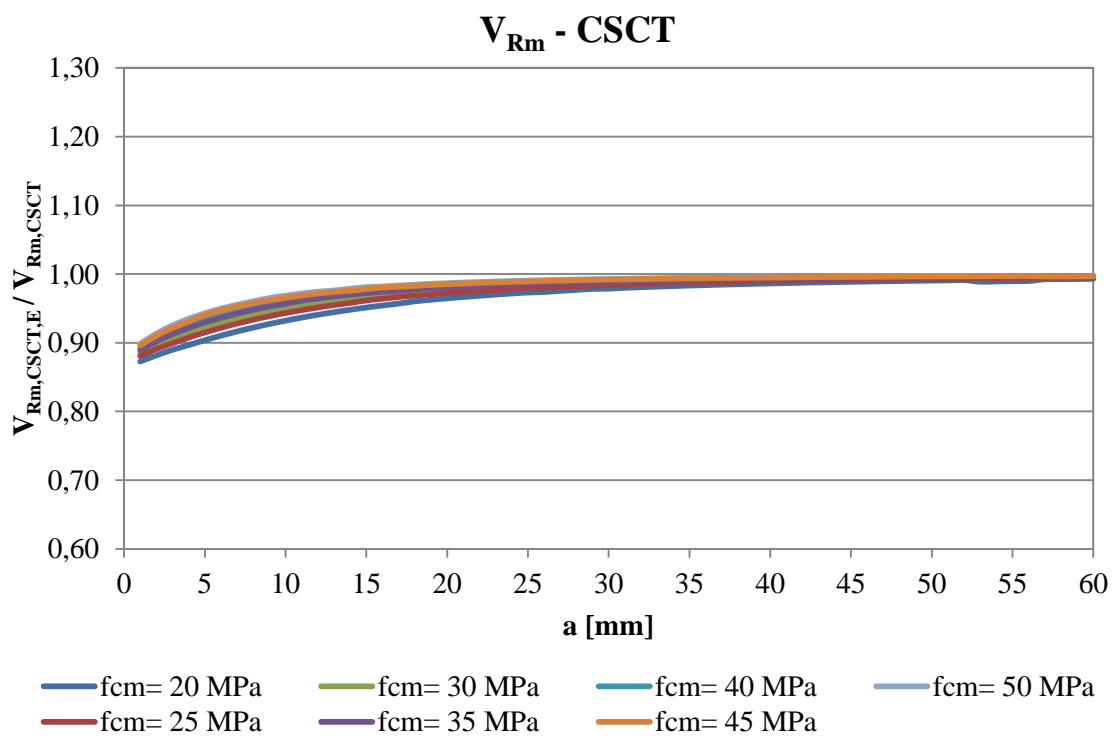


Figura D.14– Relação da capacidade de carga do modelo físico $CSCT_E$ com o CSCT para modelo de laje MI1 com $l_s = 120 \text{ mm}$ e $\rho = 1,50 \%$

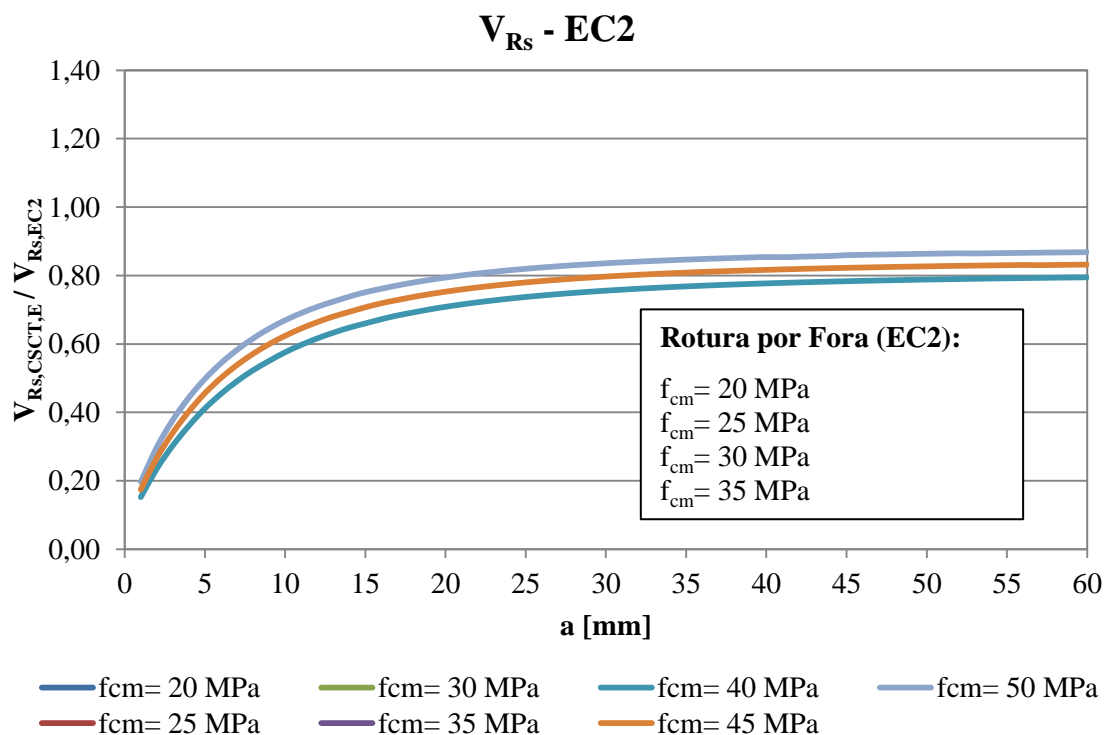


Figura D.15– Relação da carga nos varões de reforço do modelo físico CSCT_E com o EC2 para modelo de laje MII com $l_s = 120$ mm e $\rho = 1,50$ %

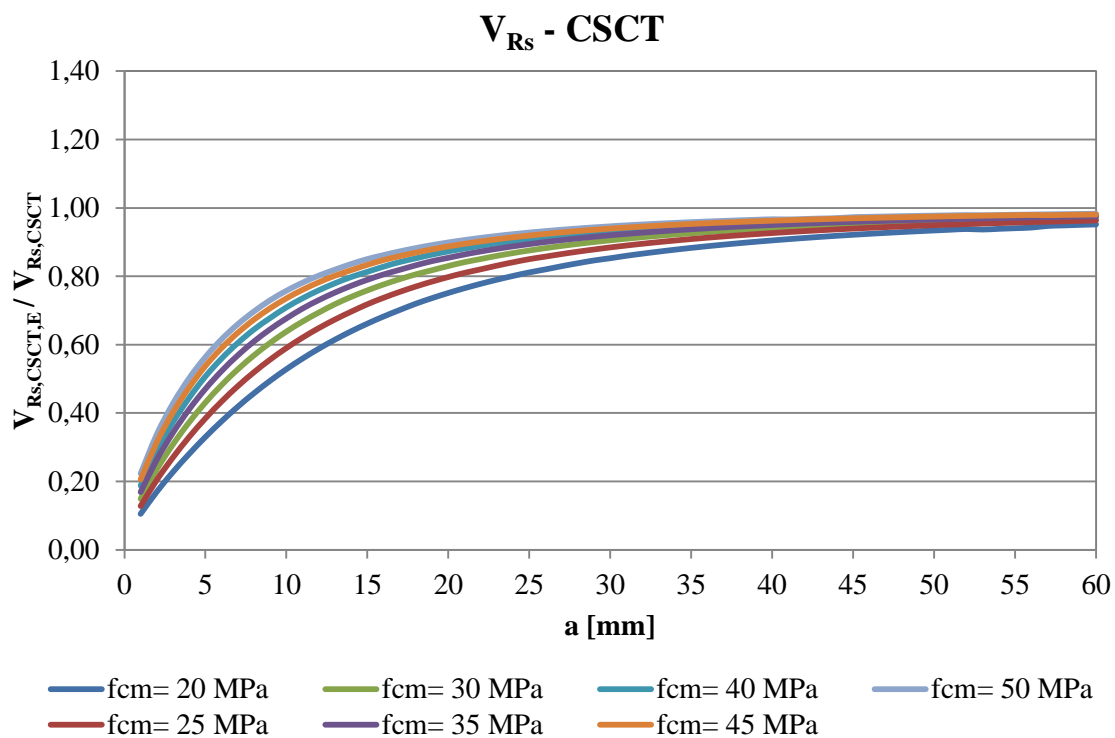


Figura D.16– Relação da carga nos varões de reforço do modelo físico CSCT_E com o CSCT para modelo de laje MII com $l_s = 120$ mm e $\rho = 1,50$ %

D.2) $l_s = 100 \text{ mm}$

D.2.1) $\rho = 0,75 \%$

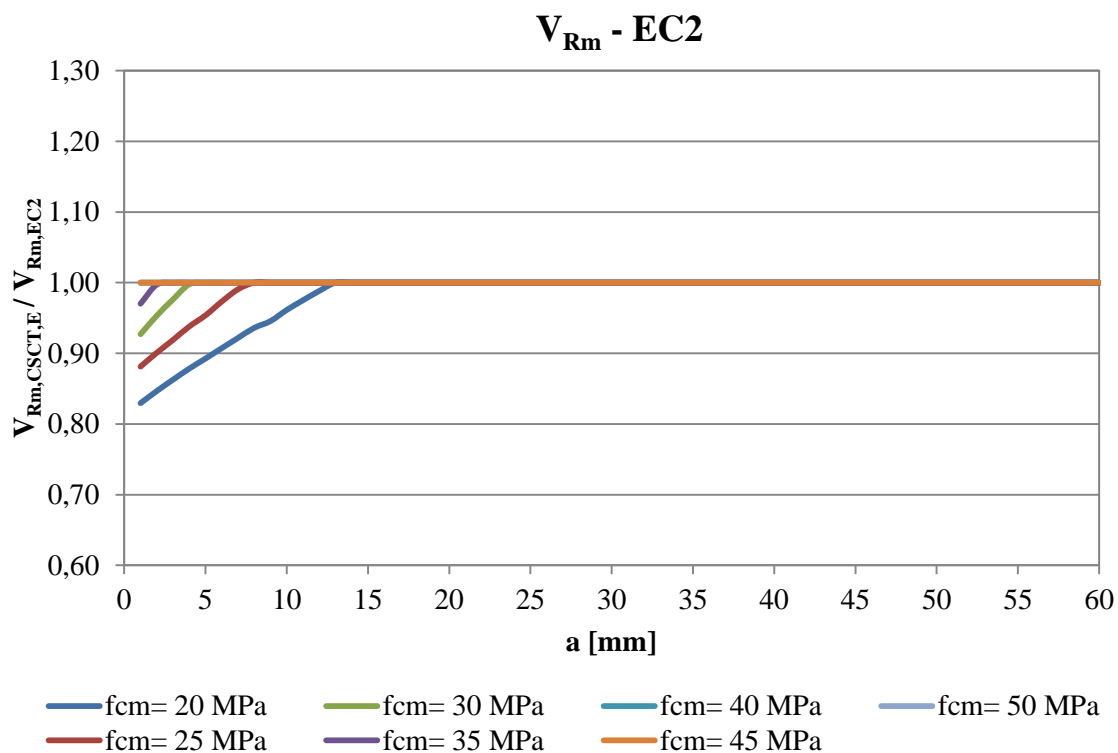


Figura D.17– Relação da capacidade de carga do modelo físico $CSCT_E$ com o EC2 para modelo de laje MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$ e $\rho = 0,75 \%$

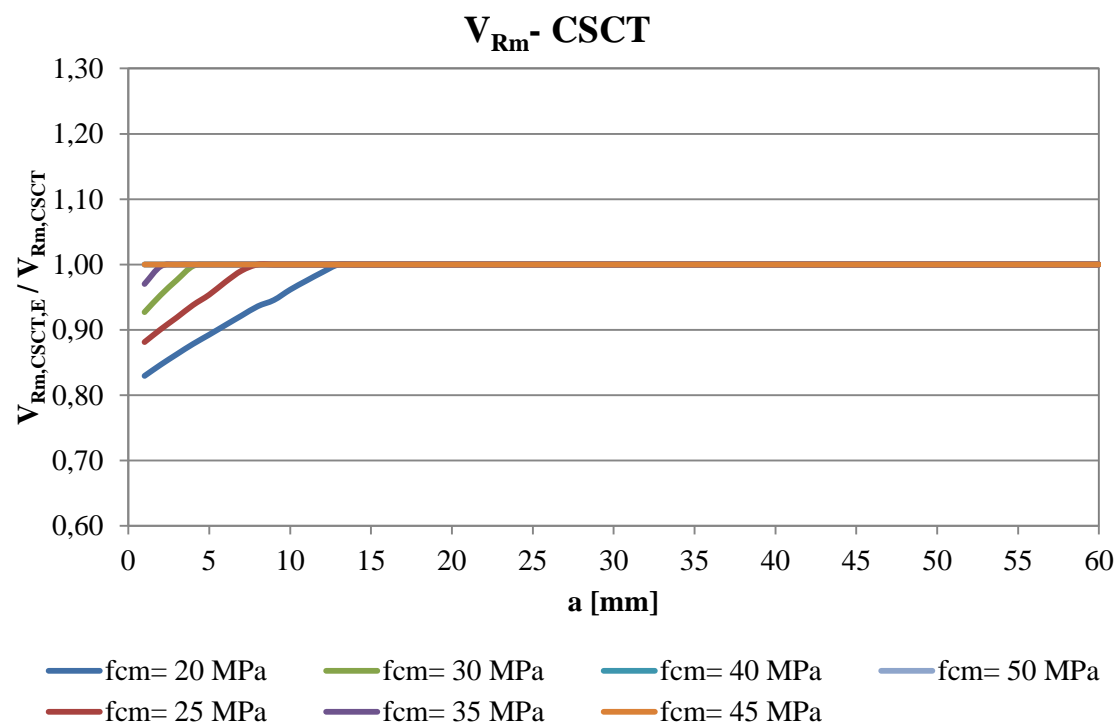


Figura D.18– Relação da capacidade de carga do modelo físico $CSCT_E$ com o CSCT para modelo de laje MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$ e $\rho = 0,75 \%$

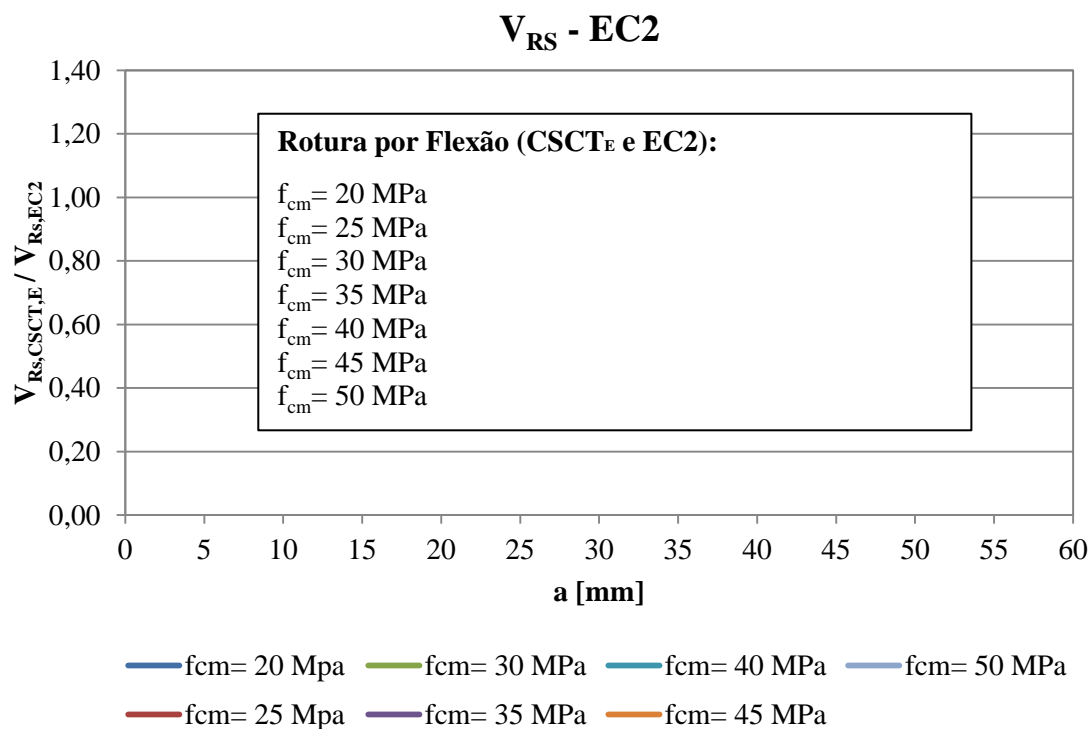


Figura D. 19 - Relação da carga nos varões de reforço do modelo físico CSCT_E com o EC2 para modelo de laje MI1 com $l_s = 100$ mm e $\rho = 0,75$ %

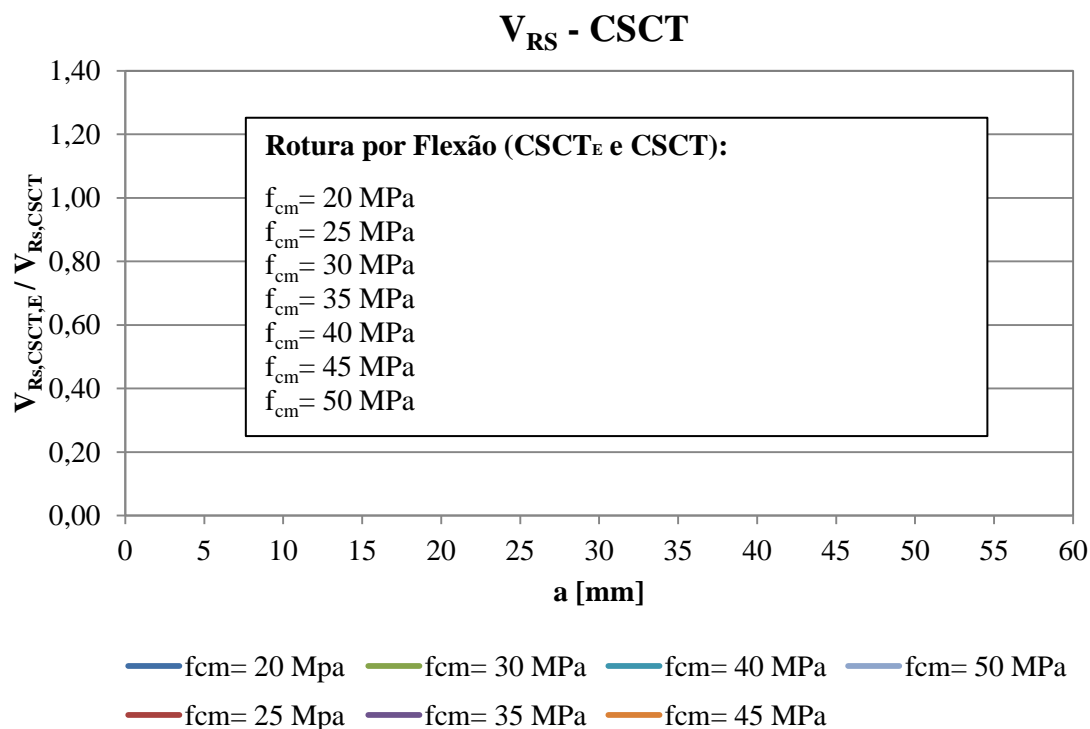


Figura D. 20 - Relação da carga nos varões de reforço do modelo físico CSCT_E com o CSCT para modelo de laje MI1 com $l_s = 100$ mm e $\rho = 0,75$ %

D.2.2) $\rho = 1,0 \%$

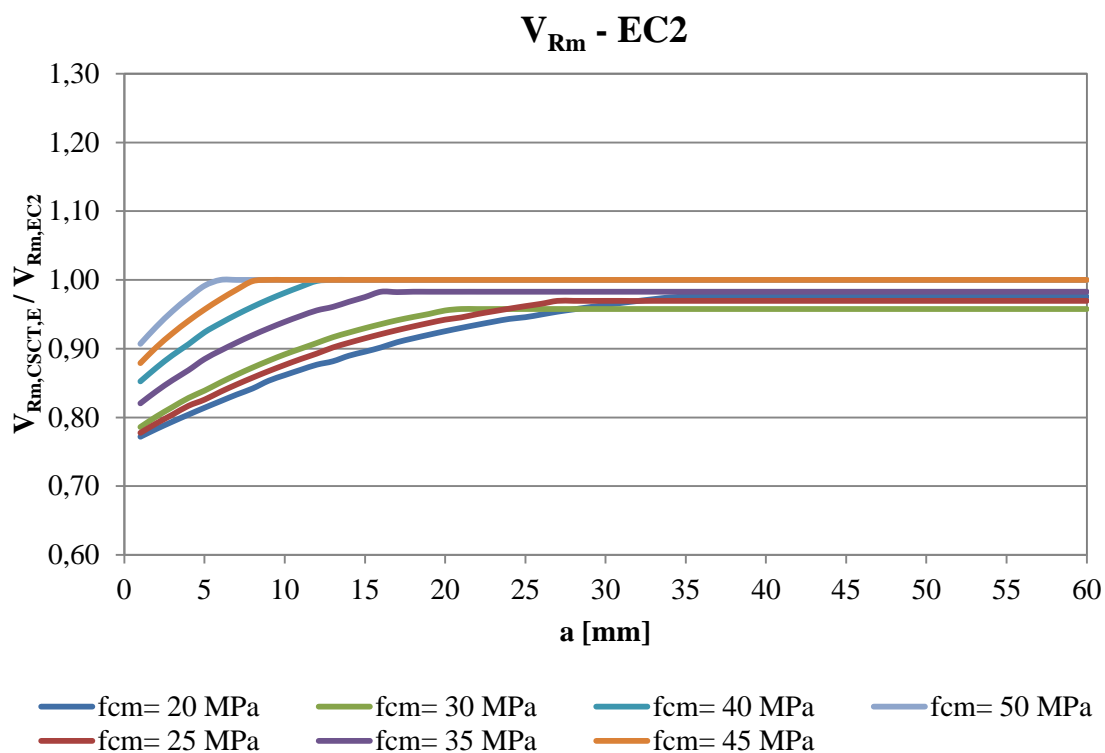


Figura D.21– Relação da capacidade de carga do modelo físico CSCT_E com o EC2 para modelo de laje MI1 com $l_s = 100$ mm e $\rho = 1,00 \%$

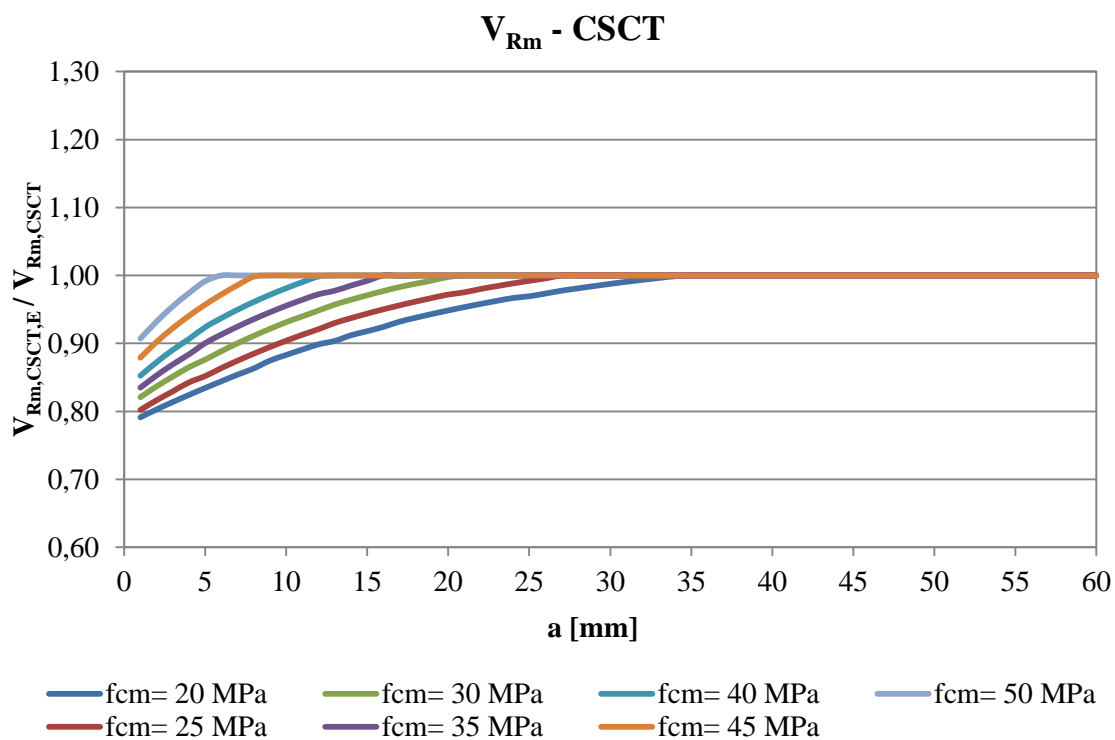


Figura D.22– Relação da capacidade de carga do modelo físico CSCT_E com o CSCT para modelo de laje MI1 com $l_s = 100$ mm e $\rho = 1,00 \%$

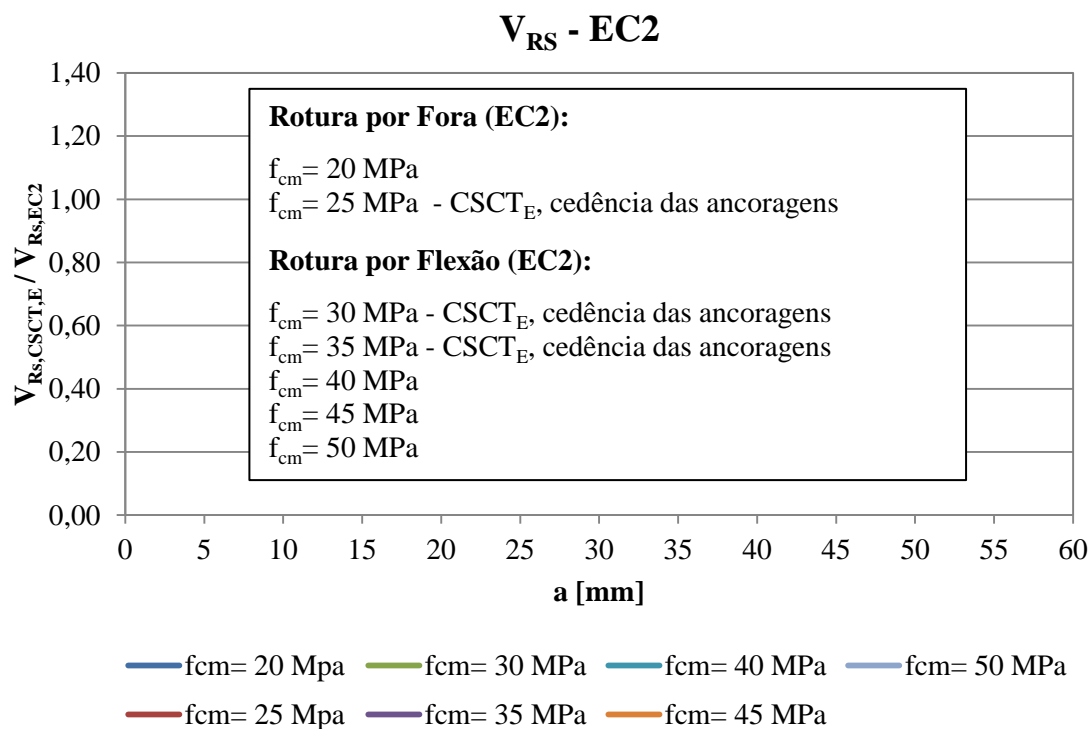


Figura D. 23 - Relação da carga nos varões de reforço do modelo físico CSCT_E com o EC2 para modelo de laje MI1 com $l_s = 100$ mm e $\rho = 1,0$ %

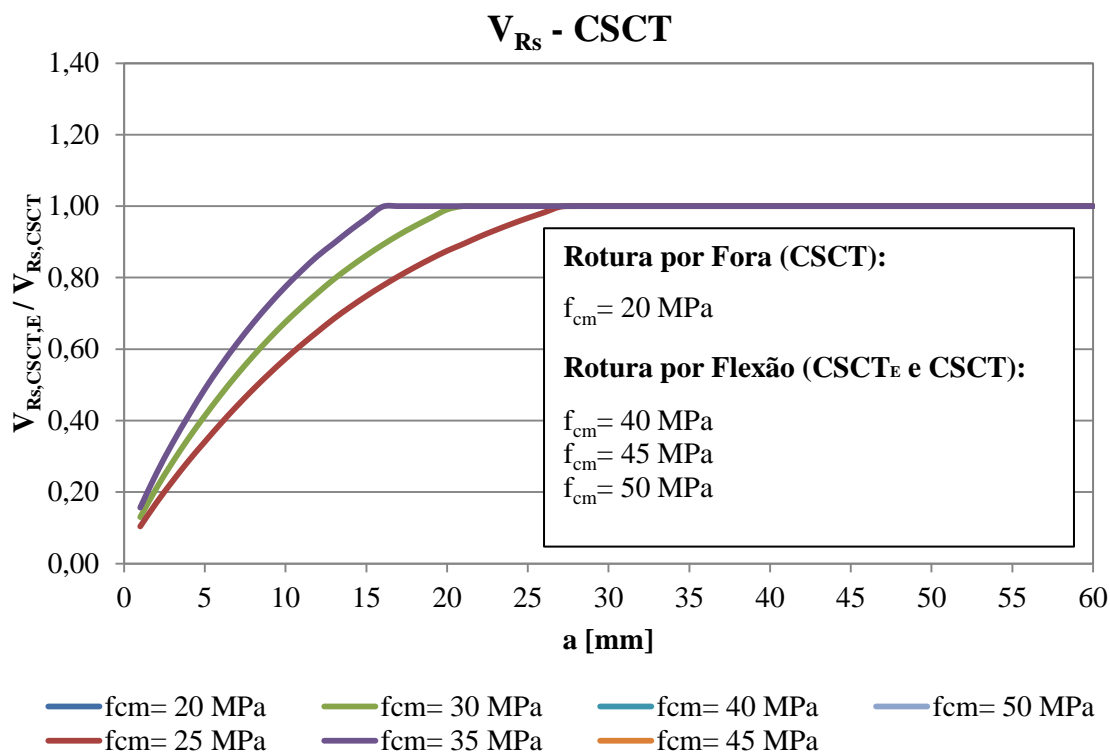


Figura D.24— Relação da carga nos varões de reforço do modelo físico CSCT_E com o CSCT para modelo de laje MI1 com $l_s = 100$ mm e $\rho = 1,00$ %

D.2.3) $\rho = 1,25 \%$

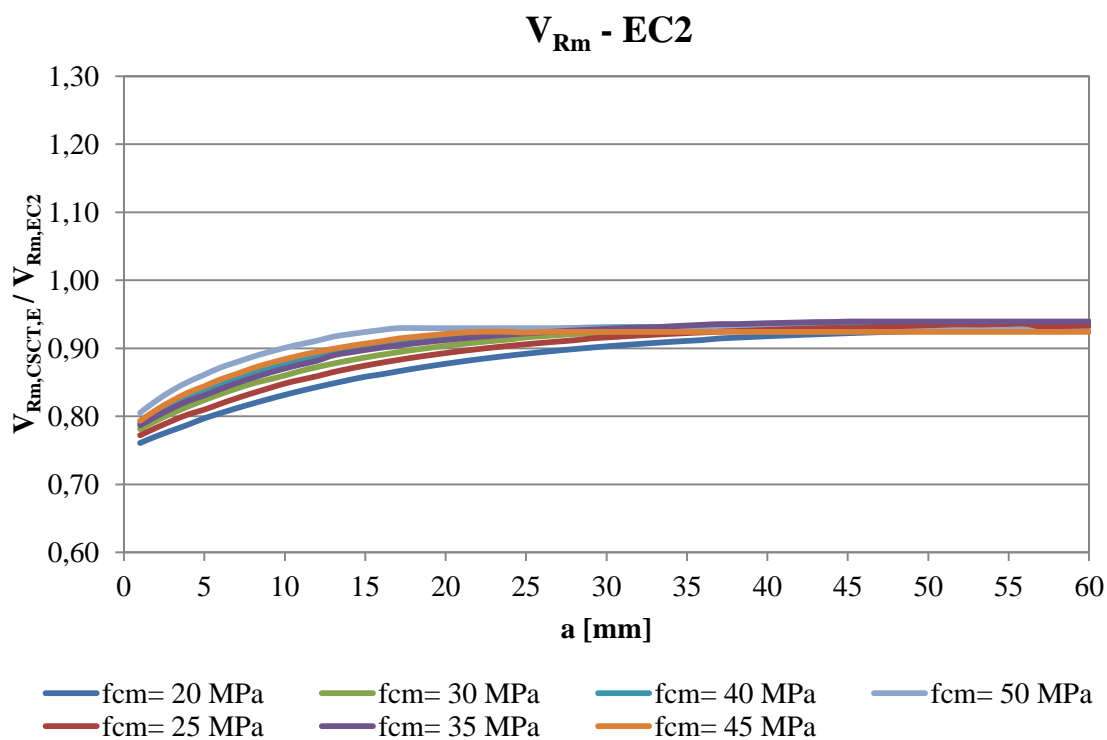


Figura D.25– Relação da capacidade de carga do modelo físico CSCT_E com o EC2 para modelo de laje MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$ e $\rho = 1,25 \%$

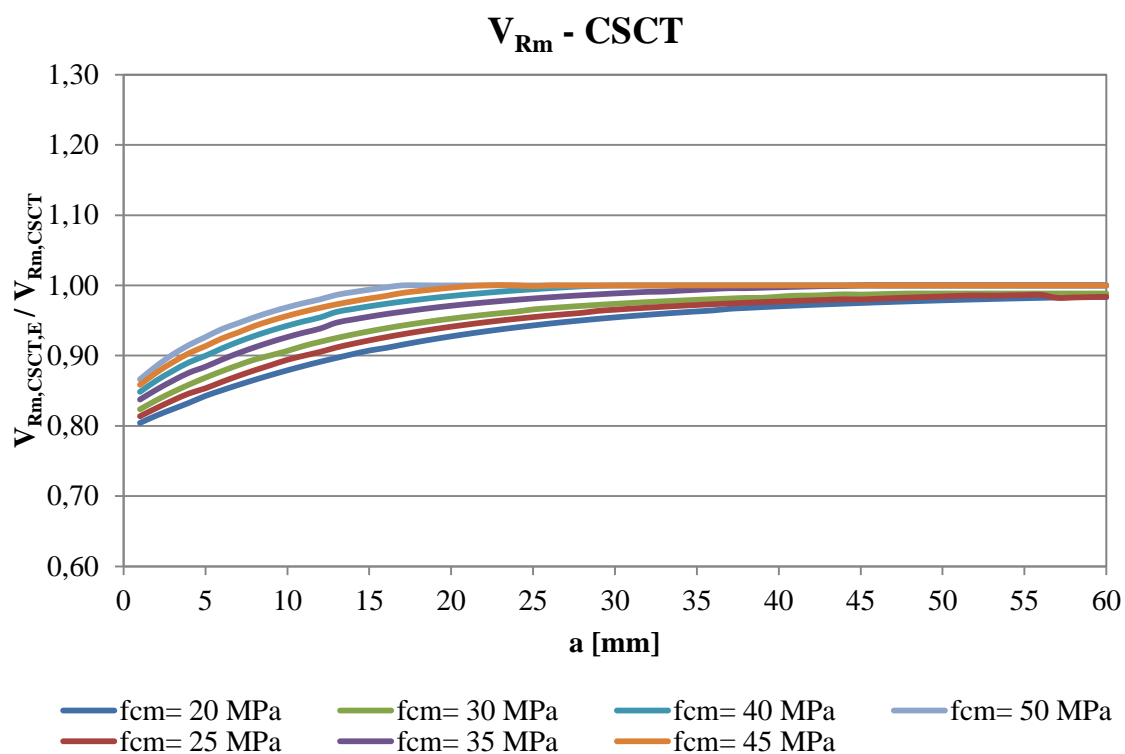


Figura D.26– Relação da capacidade de carga do modelo físico CSCT_E com o CSCT para modelo de laje MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$ e $\rho = 1,25 \%$

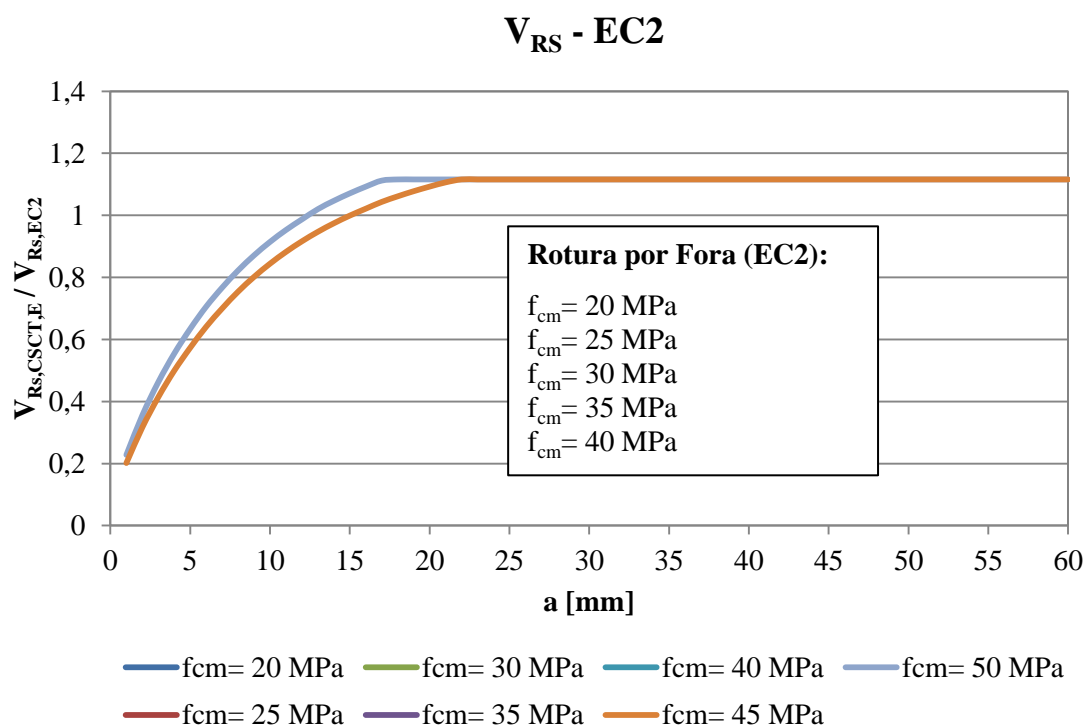


Figura D. 27 - Relação da carga nos varões de reforço do modelo físico CSCT_E com o EC2 para modelo de laje MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$ e $\rho = 1,25 \%$

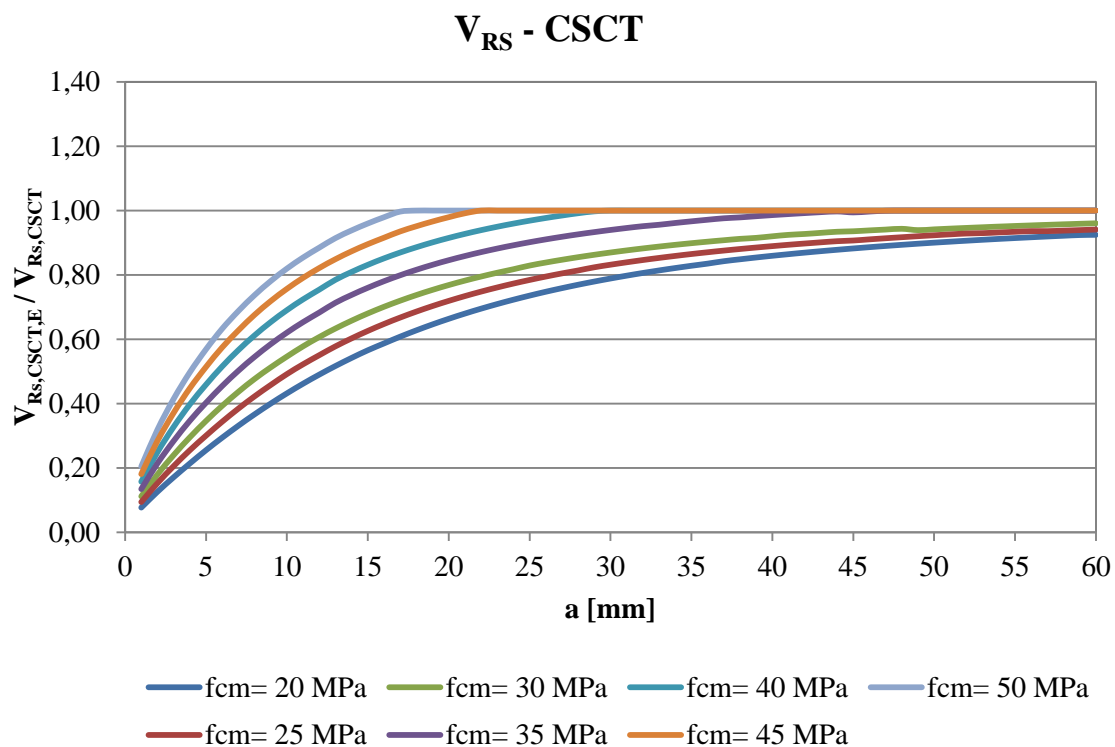


Figura D.28 - Relação da carga nos varões de reforço do modelo físico CSCT_E com o CSCT para modelo de laje MI1 com $l_s = 100 \text{ mm}$ e $\rho = 1,25 \%$

D.2.4) $\rho = 1,50 \%$

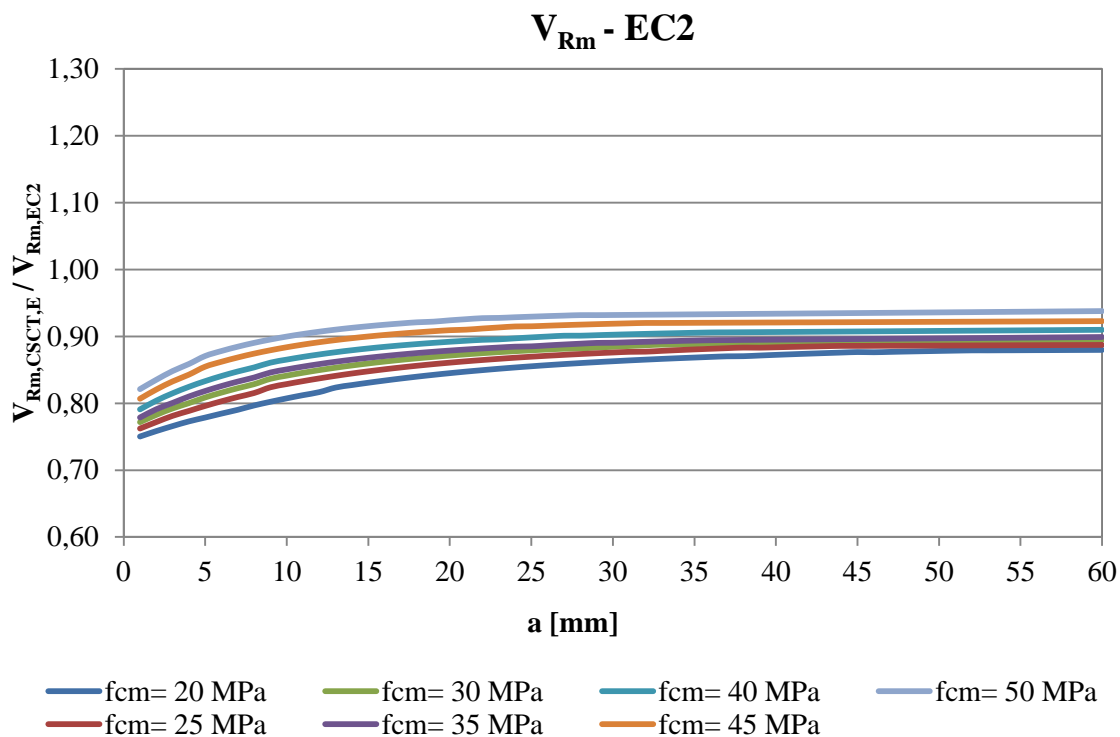


Figura D.29– Relação da capacidade de carga do modelo físico CSCT_E com o EC2 para modelo de laje MI1 com $l_s = 100\text{mm}$ e $\rho = 1,50 \%$

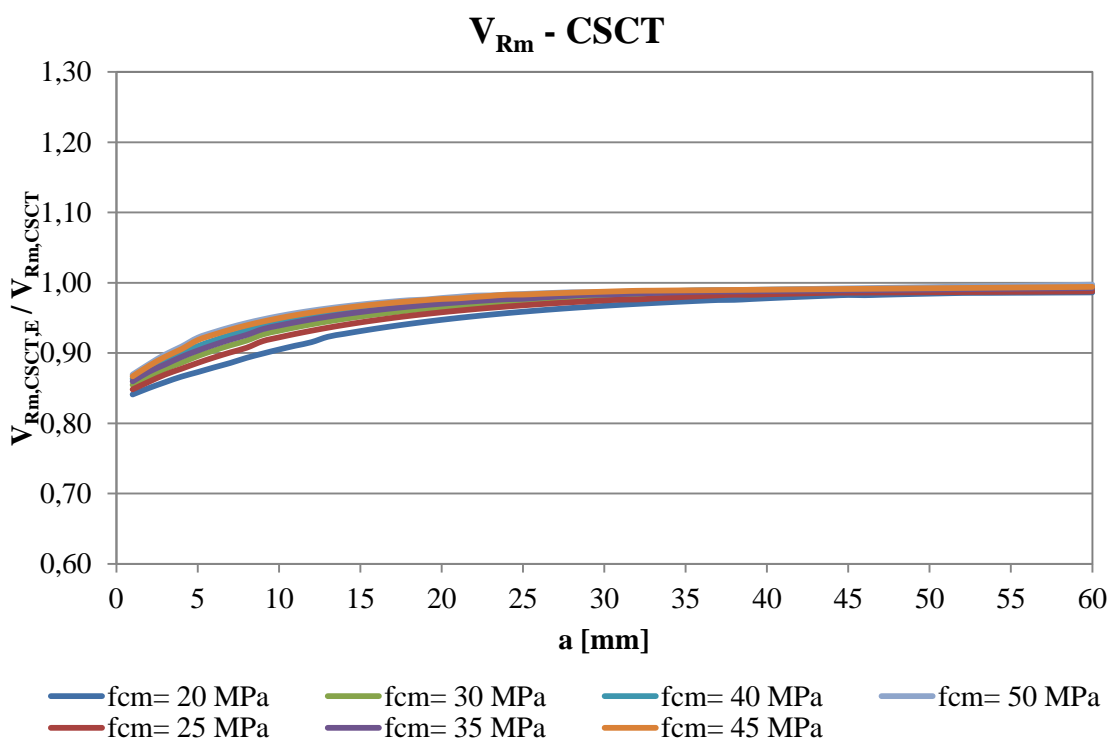


Figura D.30– Relação da capacidade de carga do modelo físico CSCT_E com o CSCT para modelo de laje MI1 com $l_s = 100\text{mm}$ e $\rho = 1,50 \%$

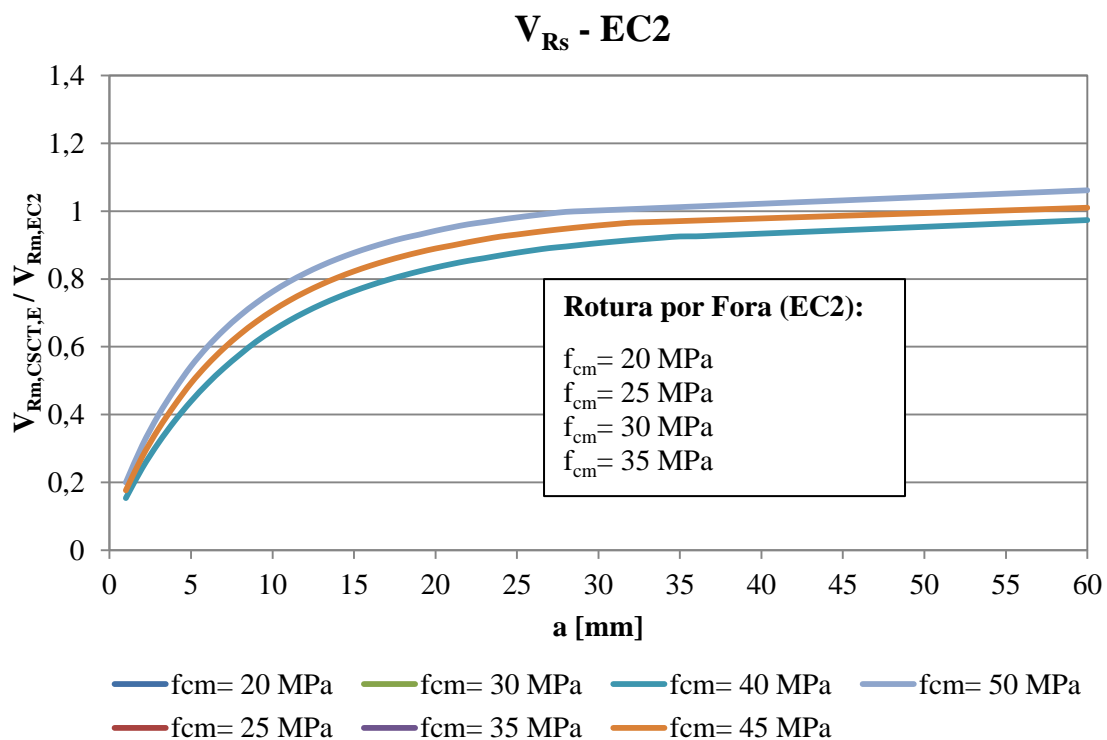


Figura D. 31 - Relação da carga nos varões de reforço do modelo físico $CSCT_E$ com o EC2 para modelo de laje MII com $l_s = 100 \text{ mm}$ e $\rho = 1,50 \%$

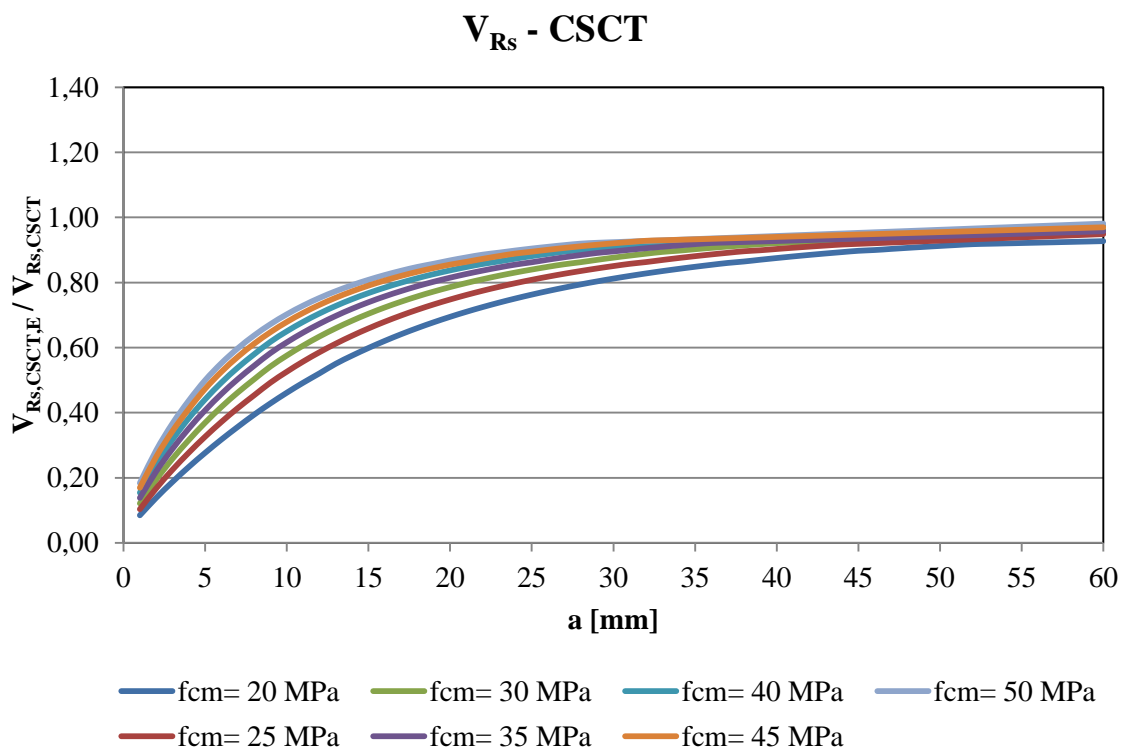


Figura D.32– Relação da carga nos varões de reforço do modelo físico $CSCT_E$ com o CSCT para modelo de laje MII com $l_s = 100 \text{ mm}$ e $\rho = 1,50 \%$